THEME : **Grandeurs et Mesures**. D'après un sujet de partiel du Master Meefa.

Cette question s'appuie sur le document proposé ci-dessous, extrait du manuel « *Euromaths* » CM2 (Editions Hatier, après 2002). Il s'agit d'un extrait de la leçon 55, en fin de période 3 (il y a cinq périodes).
Les fractions et les nombres décimaux ont été « travaillés » en période 1.

1. On s'intéresse à la question 1 du document.

a) En fonction des pièces choisies, décrire deux procédures que peut utiliser un élève pour comparer l'aire de deux des pièces du « Tangram ».

b) Un élève ne « voit » pas que les figures **C**, **D** et **F** ont la même aire. Indiquer une raison possible de cette difficulté. Quelle « aide » peut lui être apportée ?

c) Après cette activité, que peut faire noter le maître dans le cahier de leçon concernant deux surfaces de même aire ?

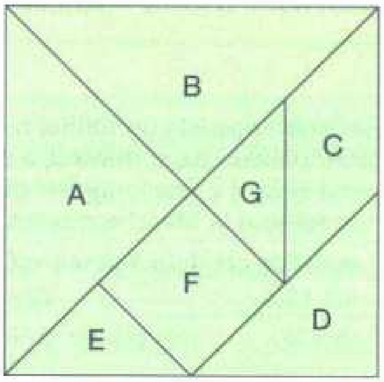
2. Répondre à la question 2 du document. (*On exprimera le résultat avec l'unité* **u** *définie dans l'énoncé*).

3. Répondre à la question 3 du document. (*On exprimera le résultat avec l'unité* **u** *définie dans l'énoncé*).

55 Aire des surfaces planes et fractions

Découverte

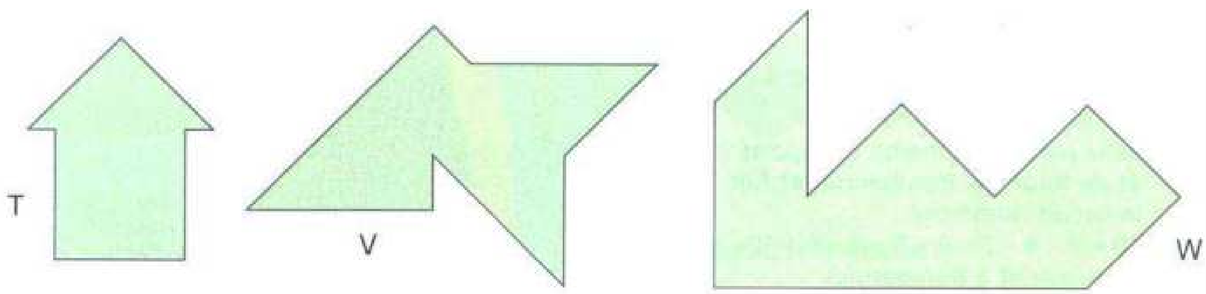
Voici le puzzle appelé « tangram ». Son aire est choisie comme unité d'aire u.
Reproduis le tangram dans un carré de papier de 8 cm de côté et découpe soigneusement les pièces.



1. Quelles pièces ont la même aire ?

2. Quelle fraction de l'aire du carré représente chaque pièce ?

3. Quelle est l'aire de chacune des figures dessinées ci-dessous ?



Pistes de correction…

1) On s'intéresse à la question 1 du document.

a) Des procédures utilisées par un élève pour comparer l'aire de deux des pièces du « ***Tangram*** ».

Une procédure par **superposition** des pièces ne permettra pas une résolution complète du problème (En effet, les pièces ***C*** et ***F*** ne peuvent être comparées de cette façon).

Une autre procédure, pour les pièces non directement superposables, consiste à découper et à recoller ou à réassembler pour pouvoir comparer. On peut aussi utiliser des tracés géométriques intermédiaires.

Une troisième procédure. Les élèves pourront aussi utiliser ***E*** comme unité d'aire, décomposer toutes les autres à partir de cette surface de référence, proposer alors un rangement, suite à des comparaisons.

b) Difficultés pour comparer deux à deux les pièces ***C***, ***D*** et ***F***.

L'élève peut ne pas « voir » que les pièces ***C***, ***D*** et ***F*** ont la même aire parce qu'elles n'ont pas la même forme et que la superposition effective est délicate à réaliser.

<u>Aide</u> : On donnera à l'élève la possibilité de découper les pièces pour ensuite les comparer par superposition et recollement. On pourra aussi plus simplement suggérer un tracé géométrique (*diagonales*) qui pourrait suffire à l'élève pour établir l'égalité des aires de ces trois pièces.

c) Trace écrite sur le cahier de leçon concernant deux surfaces de même aire. On peut proposer : « *deux figures de formes différentes peuvent avoir la même aire* ». Ou bien : « *si on découpe et si on recompose sans superposition, on ne change pas l'aire* ». (Toute phrase correcte répondant à la question est acceptée).

2) Répondre à la question 2 du document. (On exprimera le résultat avec l'unité ***u*** définie dans l'énoncé).

Les pièces ***A*** et ***B*** représentent chacune $\frac{1}{4}$ de l'aire du carré, soit $\frac{1}{4}\times \boldsymbol{u} = \frac{1}{4}\boldsymbol{u}$.

Les pièces ***F***, ***C*** et ***D*** représentent chacune $\frac{1}{8}$ de l'aire du carré, soit $\frac{1}{8}\times \boldsymbol{u} = \frac{1}{8}\boldsymbol{u}$.

Les pièces ***E*** et ***G*** représentent chacune $\frac{1}{16}$ de l'aire du carré, soit $\frac{1}{16}\times \boldsymbol{u} = \frac{1}{16}\boldsymbol{u}$.

3) Répondre à la question 3 du document.

Pour répondre à la question 3, on peut « décomposer » chaque figure ***T***, ***V***, ***W*** en utilisant les pièces du « ***Tangram*** » :

T se « décompose » en ***F*** et ***E,*** soit : $\frac{1}{8}\boldsymbol{u} + \frac{1}{16}\boldsymbol{u} = \frac{3}{16}\boldsymbol{u}$.

V se « décompose » en ***D***, ***G,*** et ***C***, soit : $\frac{1}{8}\boldsymbol{u} + \frac{1}{8}\boldsymbol{u} + \frac{1}{16}\boldsymbol{u} = \frac{5}{16}\boldsymbol{u}$.

W se « décompose » en ***D***, ***E***, ***F***, ***C*** et ***G,*** soit : $\frac{1}{8}\boldsymbol{u} + \frac{1}{16}\boldsymbol{u} + \frac{1}{8}\boldsymbol{u} + \frac{1}{8}\boldsymbol{u} + \frac{1}{16}\boldsymbol{u} = \frac{8}{16}\boldsymbol{u} = \frac{1}{2}\boldsymbol{u}$.

(On peut admettre la décomposition suivante : ***C***, ***C***, ***C***, ***E***, ***E*** *; on trouve le même résultat. Deuxième remarque : il y a « mieux » comme décomposition :* ***A***, ***C*** *et* ***F****).*