# La matrice de pondérations spatiales ou matrice d’interaction

- Connectivité spatiale et voisinage
- Les pondérations spatiales
- Matrices de contiguïté
- Matrices de pondérations spatiales généralisées
- Caractéristiques de la matrice de pondérations spatiales
- Opérateur décalage spatial

# Connectivité spatiale

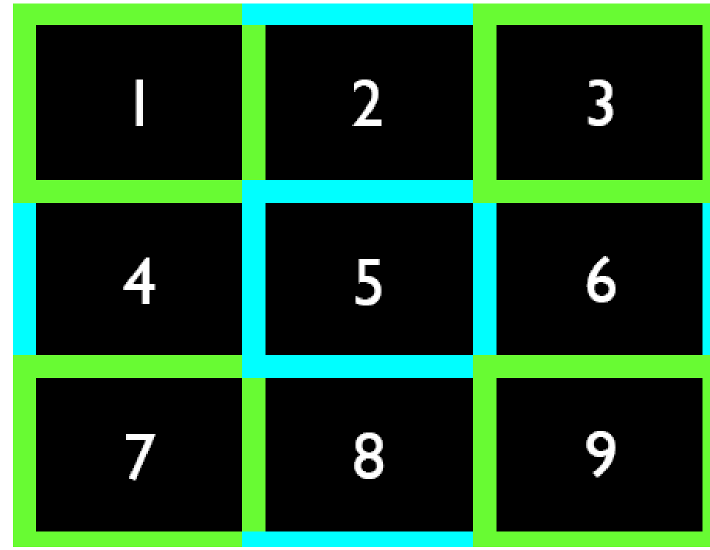
- **Pourquoi des pondérations spatiales ?**
  - Covariances spatiales non nulles : $\mathrm{cov}(y_i, y_j) \neq 0 \quad \forall i, j$
  - Elles représentent la connectivité ou les interactions spatiales
- **Structurer la connectivité spatiale**
  - Quels sont les unités spatiales *i* et *j* qui interagissent ?
  - *N* observations pour estimer *N(N-1)/2* covariances $\Rightarrow$ impossible
- **Hypothèses d'interaction**
  - *i* et *j* interagissent s'ils sont voisins
  - interaction décroissante en fonction de la distance
  - interaction croissante en fonction de la longueur de la frontière commune et décroissante en fonction de la distance
- **Nécessité de définir le concept de voisinage pertinent et d'imposer une structure sur le schéma d'interactions spatiales**
  - Quels sont les voisins de chaque unité spatiale ou localisation ?
  - Définir l'ensemble des voisins *N(i)* pour chaque unité spatiale ou localisation *i*
  - Outils fondamental : matrice des pondérations spatiales notée ***W***

# Voisinage et proximité

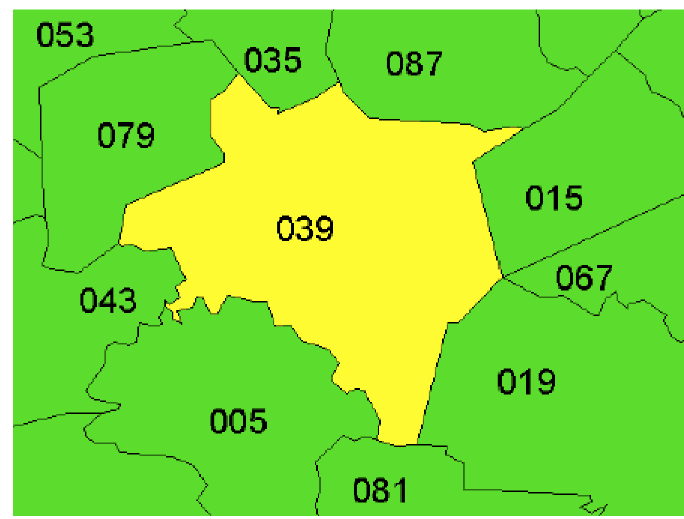
- **Contiguïté géographique ou cartographique – (SIG)**
  - Contiguïté = frontière commune, sommets communs
- **Distance physique (euclidienne / orthodromique)**
  - bandes de distance
  - plus proches voisins
  - fonction décroissante de la distance
- **Accessibilité**
  - distance temps
- **Distance socio-économique**
  - distance fondée sur des indicateurs socio-économiques
    - revenu, appartenance ethnique, structure industrielle, flux commerciaux, flux migratoires, etc.
  - problèmes d'endogénéité
  - Attention : distances nulles impossibles
    - $1/|z_i-z_j|$ n'est pas borné quand $z_i = z_j$

# Contiguïté d'ordre 1

- **Unités régulières**
  - tour
    - 2, 4, 6, 8
  - fou
    - 1, 3, 7, 9
  - reine
    - (2, 4, 6, 8) et (1, 3, 7, 9)




- **Unités irrégulières**
  - Frontière commune - tour
  - Sommets communs (039 et 067)
  - reine



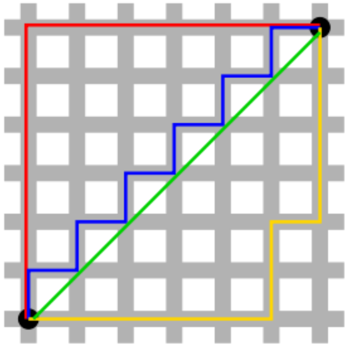
# Distance en géométrie plane (euclidienne)

- **Définition**

  On appelle distance sur un ensemble E, l'application d : E×E dans $R^+$ vérifiant les propriétés suivantes :

  - $\forall x, y \in E,\ d(x,y) = d(y,x)$ symétrie
  - $\forall x, y \in E,\ d(x,y) = 0 \Rightarrow x = y$ séparation
  - $\forall x, y, z \in E,\ d(x,z) \le d(x,y) + d(y,z)$ inégalité triangulaire

- **Distance de Manhattan** : $d(x,y) = \sum_{i=1}^{N} |x_i - y_i|$



- **Distance Euclidienne** : $d(x,y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} |x_i - y_i|^2}$
- **Distance de Minkowski** : $d(x,y) = \sqrt[p]{\sum_{i=1}^{N} |x_i - y_i|^p}$
- **Distance de Tchebychev** : $d(x,y) = \lim_{p \to \infty} \sqrt[p]{\sum_{i=1}^{N} |x_i - y_i|^p} = \max_i |x_i - y_i|$

# Distance en géométrie sphérique

- **Distance orthodromique ou géodésique ou distance du grand cercle**

  Distance à vol d'oiseau utilisée en navigation maritime et aéronautique

  - Soit $lat_i$ et $long_i$ la latitude et la longitude d'un point i et soit $lat_j$ et $long_j$ la latitude et la longitude d'un point j , la distance sphérique entre i et j est donnée par :

    $$d_{ij} = r \times \arccos\left[\sin lat_i \sin lat_j + \cos lat_i \cos lat_j \cos(long_i - long_j)\right]$$

    où r = 6371.01 km est le rayon moyen de la terre

  - Les latitudes et longitudes exprimées en degré, minute, seconde doivent être au préalable converties en degré décimal (Sign × (Deg + (Min + Sec / 60) / 60)) puis en radian (× π / 180)

  - Autre formulation pour éviter les erreurs d'arrondis pour des distances faibles

    $$d_{ij} = 2r \arcsin \sqrt{\sin^2\left(\frac{lat_i - lat_j}{2}\right) + \cos lat_i \cos lat_j \sin^2\left(\frac{long_i - long_j}{2}\right)}$$

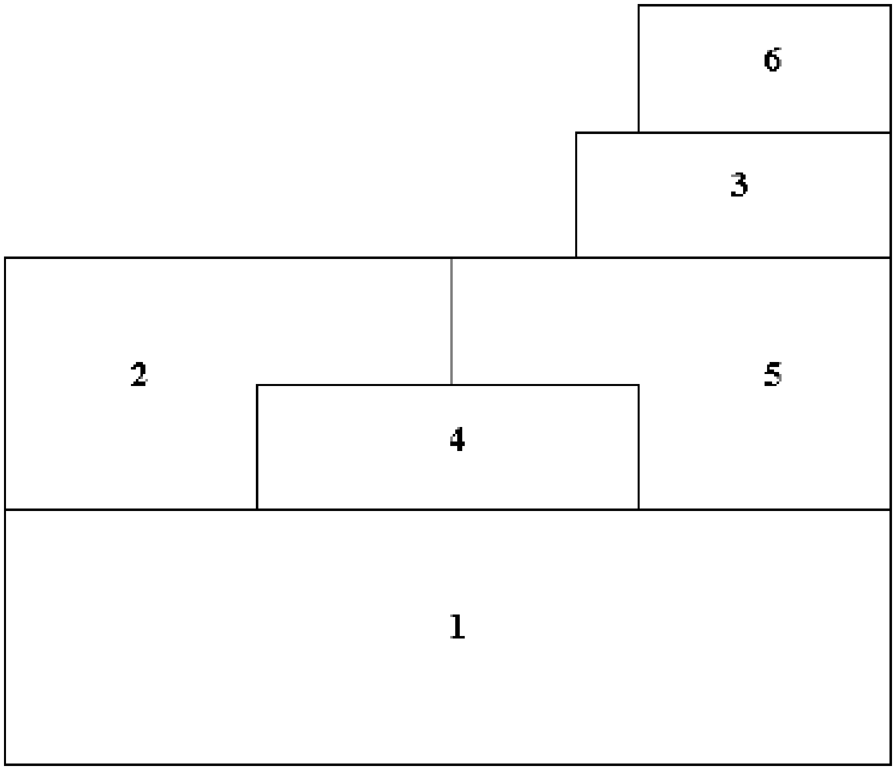
# Matrice de pondérations spatiales

- Définition
  - Matrice carrée de dimension ($N \times N$)
    de terme général $w_{ij}$ non négatif, non stochastique, fini

- Forme la plus simple : matrice binaire symétrique ou asymétrique
  - $w_{ij}$ = 1 si $i$ et $j$ sont « voisins »
    par exemple $w_{ij}$ = 1 si $i$ et $j$ sont contigus
    si $d_{ij}$ < D distance critique (bandes de distance)
    si $i$ et $j$ sont plus proches voisins
  - $w_{ij}$ = 0 sinon
  - $w_{ij}$ = 0 si $i = j$ par convention

- Standardisation en ligne
  - moyenne pondérée des valeurs voisines
  - $w^s_{ij} = w_{ij} / \Sigma_j w_{ij}$ tels que $\Sigma_j w^s_{ij} = 1$
  - les coefficients d'autocorrélation spatiale sont alors comparables d'un échantillon à l'autre
  - si la matrice était symétrique, elle ne l'est plus après standardisation

# Exemple 1




$N$ = 6 unités spatiales

contiguïté représentée sur un plan ou une carte

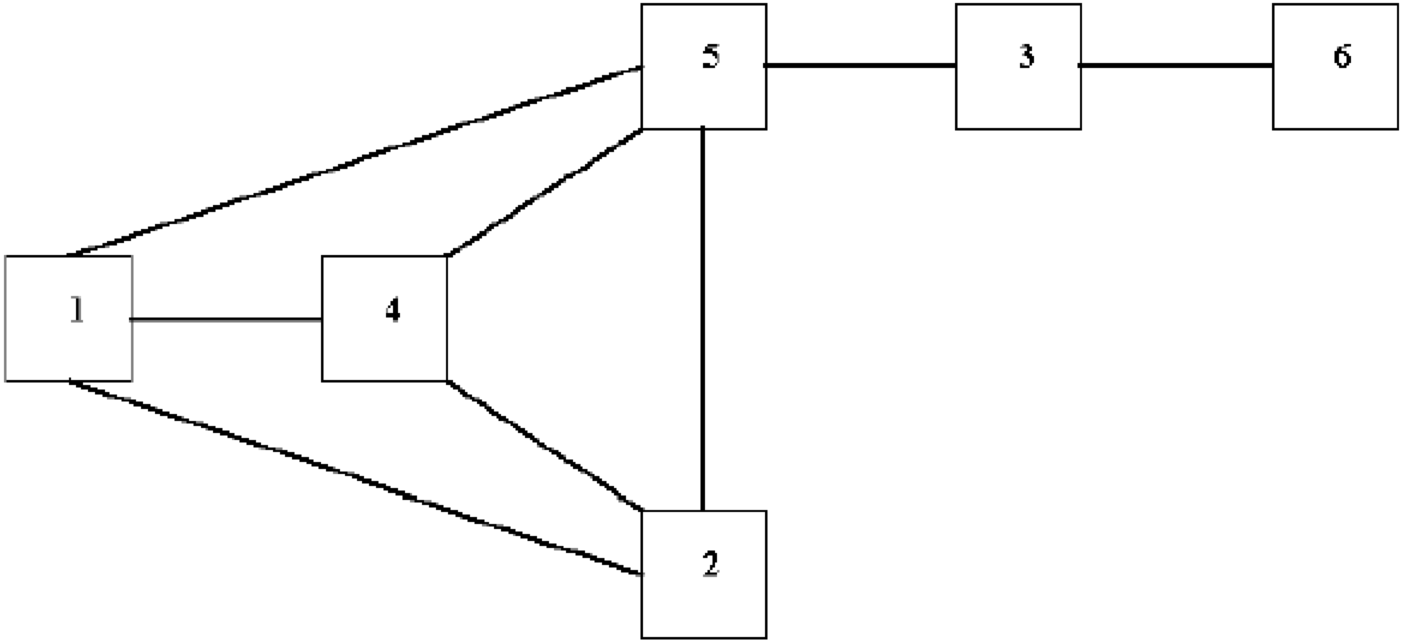
contiguïté = frontière commune

# Matrice de contiguïté du premier ordre

| zones | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 4 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

# Exemple 2




exemple pour $N = 6$
contiguïté représentée sur un graphe
contiguïté = nœuds connectés

# Matrices de contiguïté d'ordre supérieur

- Définition récursive
  - *j* est contigu à *i* à l'ordre *p* :

    *j* est contigu à *k* à l'ordre 1

    *k* est contigu à *i* à l'ordre *p*-1

    *i et j* ne sont pas contigus à un ordre inférieur
  - *i* et *j* sont contigus à l'ordre *p* si *p* est le nombre minimal de frontières à traverser pour aller de *i* à *j*

- Circularité et redondance
  - puissance d'une matrice de pondérations spatiales
    - approche standard invalide
  - Éliminer la circularité et la redondance
    - Représentation des pondérations spatiales par un réseau ou un graphe
    - Algorithme de Dijkstra modifié pour identifier le nombre de pas entre plus proches voisins (Anselin et Smirnov, 1996)
    - Nombre de pas = ordre de contiguïté

| zones | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 4 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |

Matrice de contiguïté du premier ordre

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 2 | 1 | 2 | 2 | 0 |
| 2 | 3 | 1 | 2 | 2 | 0 |
| 1 | 1 | 2 | 1 | 0 | 0 |
| 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 0 |
| 2 | 2 | 0 | 2 | 4 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |



Matrice de contiguïté du premier ordre au carré

| zones | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

Matrice de contiguïté du second ordre correcte

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| -1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 3 |
| 1 | -1 | 2 | 1 | 1 | 3 |
| 2 | 2 | -1 | 2 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 2 | -1 | 1 | 3 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | -1 | 2 |
| 3 | 3 | 1 | 3 | 2 | -1 |

Matrice des ordres de contiguïté

# Autres matrices de pondérations spatiales binaires

- Matrices de bandes de distance (symétrique)
  - $w_{ij}$ = 1 si $d_{ij} < D$ seuil de distance ou distance critique
    où $d_{ij}$ est la distance entre $i$ et $j$
  - $w_{ij}$ = 0 sinon
  - $w_{ij}$ = 0 si $i = j$ par convention

- Matrices des $k$ plus proches voisins (asymétrique)
  - $w_{ij}$ = 1 si $i$ et $j$ sont plus proche voisin
  - $w_{ij}$ = 0 sinon
  - $w_{ij}$ = 0 si $i = j$ par convention
  - chaque unité territoriale $i$ a exactement $k$ voisins quelle que soit la distance qui les séparent de $i$
  - implique une distorsion de l'espace
  - n'est pas nécessairement symétrique

# Matrice de pondérations spatiales généralisées

- Matrices basées sur une fonction décroissante de la distance
  - Les pondérations sont données par $w_{ij} = f(d_{ij})$ où $f$ est une fonction décroissante de la distance, par exemple :

$$f(d_{ij}) = 1/d_{ij} \text{ ou } f(d_{ij}) = 1/d_{ij}^2 \text{ ou } f(d_{ij}) = e^{-2d_{ij}}$$

  - Les pondérations peuvent contenir des paramètres
    - exemple : $w_{ij} = (d_{ij})^{-\alpha}$
    - les paramètres sont estimés à partir des données où fixés a priori
      - en pratique : $\alpha = 1$ (distance inverse) ou 2 (modèles de gravité)

- Pondérations asymétriques de Cliff-Ord
  - $w_{ij}$ reflète les interactions spatiales potentielles entre $i$ et $j$
  - $w_{ij} = [d_{ij}]^{-\alpha}. [b_{ij}]^{\beta}$

    où :

    $d_{ij}$ est la distance entre $i$ et $j$

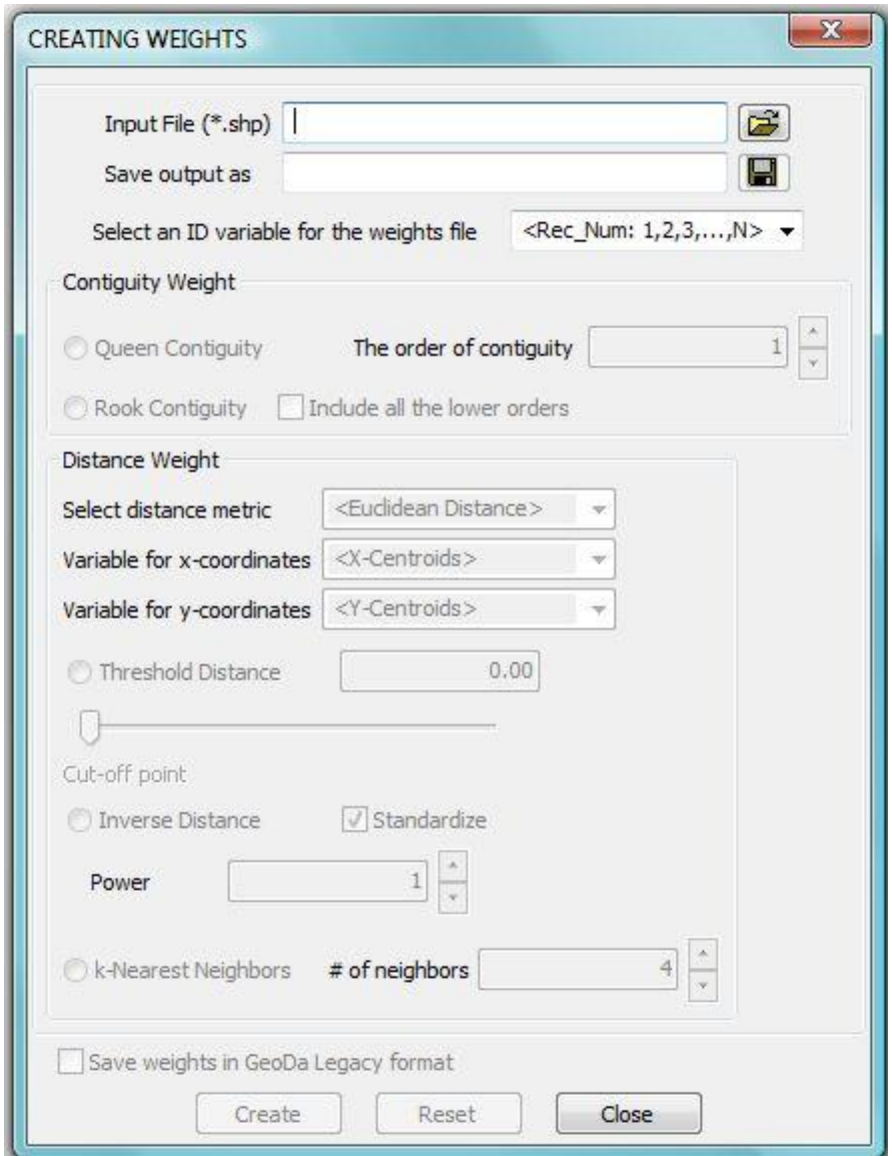
    $b_{ij}$ est la part de la longueur de la frontière commune entre $i$ et $j$ par rapport au périmètre de $i$

# Matrice de pondérations spatiales généralisées

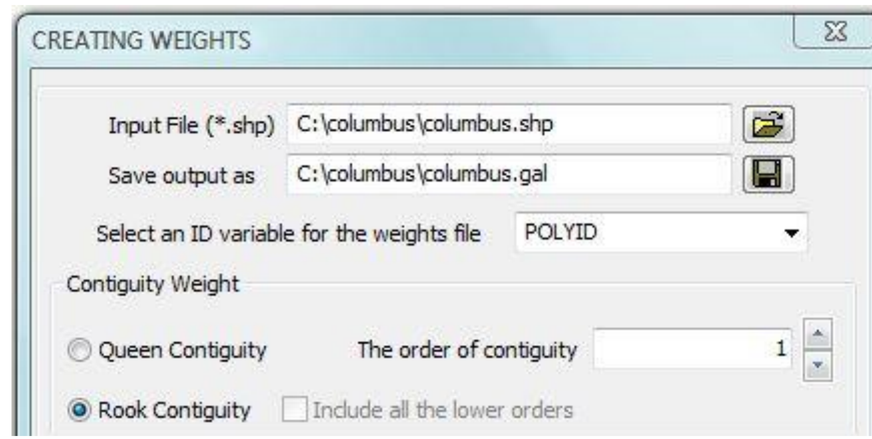
- Pondérations économiques et sociales (Case, Conley)
  - structure en blocs : effet pays
    - $w_{ij}$ = 1 pour tout *i* et *j* appartenant au même bloc et 0 sinon

- Pondérations fonction décroissante d'une distance économique
  - $w_{ij} = 1 / (| r_i - r_j | + 1)$
    - avec par exemple $r_i$ l'emploi total de l'unité territoriale *i*

# Construire des matrices de pondérations spatiales dans GeoDa (Anselin, 2003)




## Matrices de contiguïté




1. Menu Tools – Weights – Create
2. Entrer le nom du projet extension .shp
3. Entrer le nom du fichier pour la matrice de contiguïté, extension .gal
4. Entrer la variable codant les unités spatiales : polyd
5. Chosir le type de contiguïté : rook (frontières communes / queen frontières et sommets communs
6. Choisir l’ordre de contiguïté
7. Inclure ou non les contiguïtés d’ordre inférieur

# Construire des matrices de pondérations spatiales dans GeoDa (Anselin, 2003)

0 49 columbus POLYID
1 2
5 4
2 2
8 5
3 5
15 11 9 6 8
4 7
12 7 15 11 9 6 1
5 9
25 16 12 7 26 22 10 1 2
6 8
26 22 10 15 11 8 3 4
7 7
19 16 18 12 11 5 4
8 8
16 15 9 6 3 2 14 13
9 10
28 27 25 16 20 17 11 8 3 4
10 11
35 33 27 32 40 23 26 22 15 6 5
11 11
25 24 18 14 13 15 9 6 3 4 7
12 8
25 24 15 19 18 5 4 7

## Matrices de contiguïté

**columbusCR.gal** est un fichier ascii pouvant se lire avec un éditeur de texte

## Structure du fichier

Taille de l'échantillon – nom du projet – nom de la variable de codage

Unité 1 : 2 unités contigües (5 et 4)

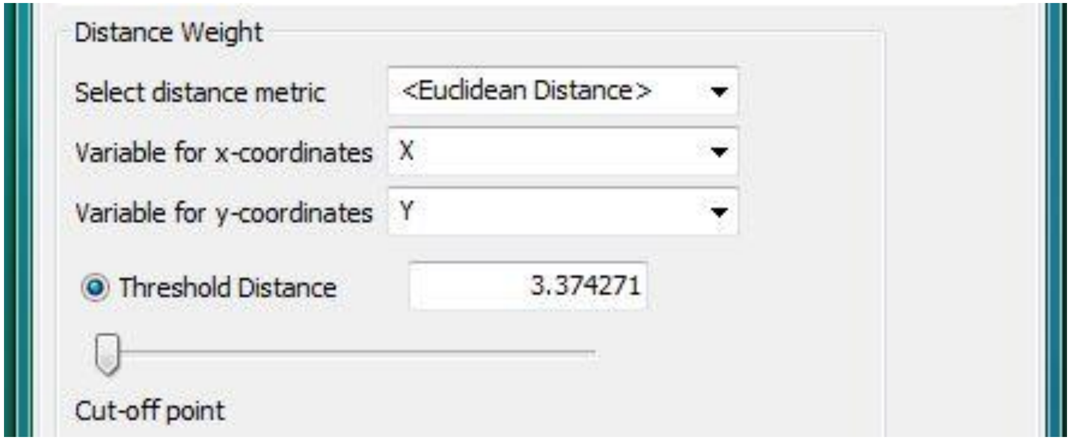
Unité 2 : 2 unités contigües (8 et 5)

Unité 3 : 3 unités contigües (15, 11, 9, 6, 8)

etc.

# Construire des matrices de pondérations spatiales dans GeoDa (Anselin, 2003)

**Matrices de bandes de distance**




Distance critique minimal : distance telle que chaque unité ait au moins un voisin : ici 3.37427138

**Matrices des *k* plus proches voisins**

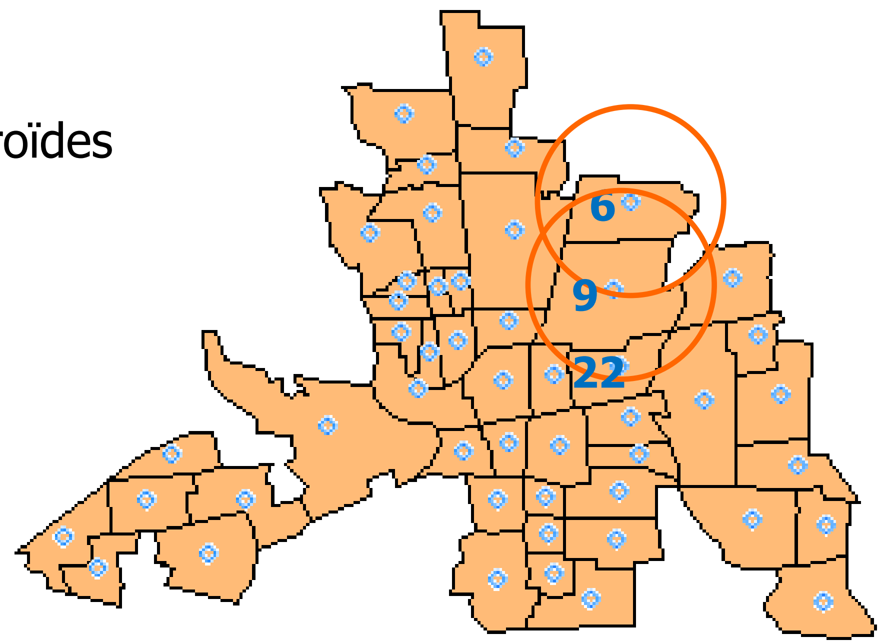
# Construire des matrices de pondérations spatiales dans GeoDa (Anselin, 2003)

**Matrices de bandes de distance**

**columbusBD.gwt** est un fichier ascii pouvant se lire avec un éditeur de texte

D = 3.37427138 distance critique minimal assurant la connectivité de 6 à 9

◊ centroïdes




1 49 columbus POLYID
1 3 3.06471892
2 4 2.05766992
3 1 3.06471892
3 5 3.18567092
4 2 2.05766992
4 8 1.82214248
5 3 3.18567092
5 15 3.11578202
5 11 2.74874579
**6 9 3.37427138**
7 8 3.36340393
7 13 3.27844353
8 4 1.82214248
8 7 3.36340393
8 14 3.26377117
8 13 2.43180655
8 11 2.66602658
8 12 2.62383339
**9 6 3.37427138**
**9 22 2.46099473**
10 17 2.18689232

$d_{ij}$

# Construire des matrices de pondérations spatiales dans GeoDa (Anselin, 2003)

**Matrices des 4 plus proches voisins**
**columbusNN.gwt** est un fichier ascii pouvant se lire avec un éditeur de texte

Chaque unité a exactement 4 voisins

-2 49 columbus POLYID

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 3 | 3.06471892 |
| 1 | 2 | 3.60117989 |
| 1 | 4 | 4.22995217 |
| 1 | 8 | 5.75306099 |
| 2 | 4 | 2.05766992 |
| 2 | 1 | 3.60117989 |
| 2 | 8 | 3.82844808 |
| 2 | 3 | 4.36806717 |
| 3 | 1 | 3.06471892 |
| 3 | 5 | 3.18567092 |
| 3 | 4 | 3.38496676 |
| 3 | 8 | 3.97152504 |
| 4 | 8 | 1.82214248 |
| 4 | 2 | 2.05766992 |
| 4 | 3 | 3.38496676 |
| 4 | 7 | 3.78307993 |
| 5 | 11 | 2.74874579 |
| 5 | 15 | 3.11578202 |
| 5 | 3 | 3.18567092 |
| 5 | 8 | 3.37551359 |
| 6 | 9 | 3.37427138 |
| 6 | 5 | 3.95297513 |
| 6 | 3 | 4.3651923 |
| 6 | 10 | 4.804083 |

$d_{ij}$

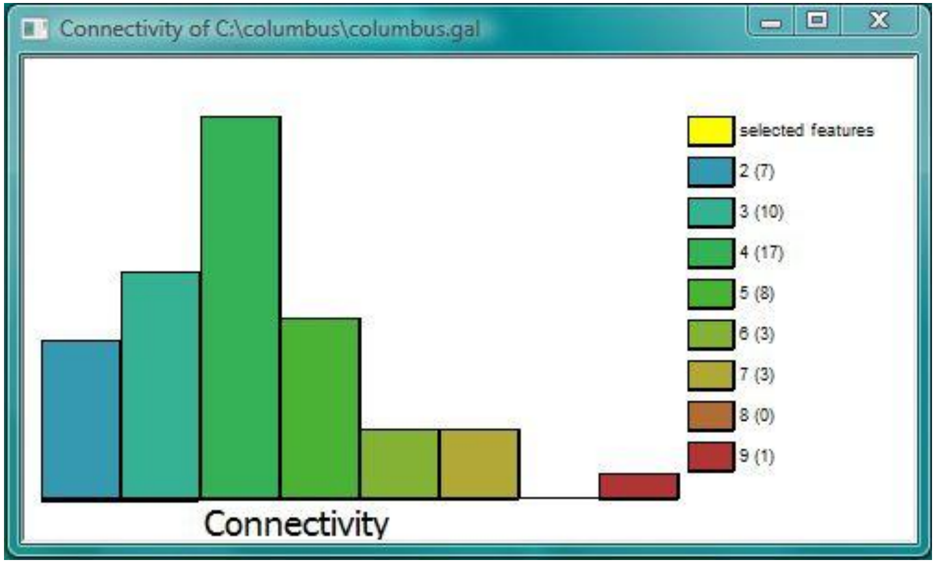
# Caractéristiques de la matrice de pondérations spatiales

- Mesures de la connectivité spatiale globale
  - pourcentage de pondérations spatiales non nulles dans ***W***

    $\Rightarrow$ matrices creuses (sparse matrix)
  - pondération moyenne
  - nombre moyen de liens
  - valeurs propres min et max

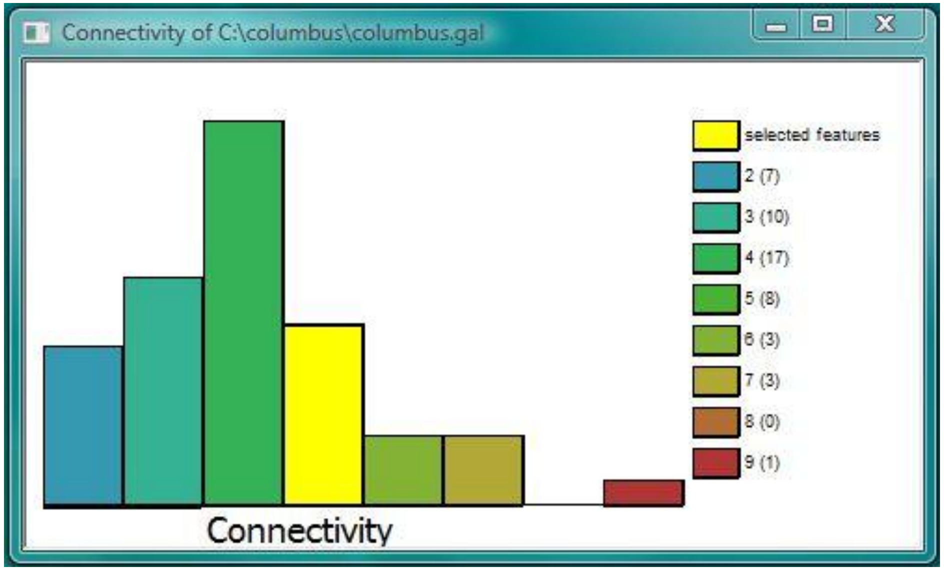
- Mesures locales
  - observation la plus ou la moins connectée
  - observations non connectées = îles (ligne et colonne nulles dans ***W***)
  - structure matricielle spécifique : bloc-diagonale

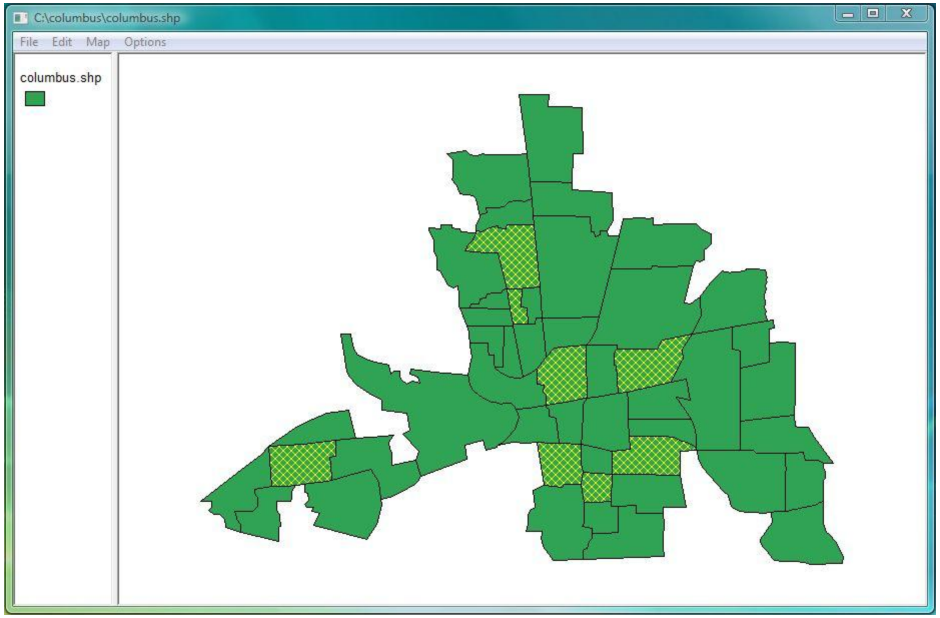
# Caractéristiques des matrices de pondérations spatiales




Ville de Columbus (Ohio – USA)
Connectivité : Matrice de contiguïté - tour (frontière commune)

Classe sélectionnée :
8 unités spatiales ont chacune 5 unités spatiales contiguës



# Matrice de pondérations spatiales standardisée en lignes

- Motivation
  - moyenne pondérée des valeurs voisines
  - les paramètres spatiaux sont comparables
  - pour les matrices fondées sur la distance c'est la distance relative et non la distance absolue qui compte

- Soit ***W*** la matrice de pondérations spatiales de terme général $w_{ij}$ et soit $w_{ij}^{s}$ le terme général de la matrice standardisée en ligne, alors on a :

$$w_{ij}^{s} = w_{ij} / \sum_{j} w_{ij}$$

$$\Rightarrow \quad \sum_{j} w_{ij}^{s} = 1$$

# Matrices de pondérations spatiales fondées sur la distance

- Forme générale de la matrice standardisée ***W*** :

$$w_{ij}(k) = w^*_{ij}(k) / \sum_j w^*_{ij}(k) \qquad \begin{cases} w^*_{ij}(k) = 0 \text{ si } i = j \\ w^*_{ij}(k) = f(d_{ij}) \text{ si } d_{ij} \leq D(k) \\ w^*_{ij}(k) = 0 \text{ si } d_{ij} > D(k) \end{cases} \qquad k = 1, \ldots, 4$$

  - où *f* est une fonction décroissante en $d_{ij}$ , par exemple :

    $$f(d_{ij}) = 1/d_{ij} \text{ ou } f(d_{ij}) = 1/d_{ij}^2 \text{ ou } f(d_{ij}) = e^{-2d_{ij}}$$

  - où $d_{ij}$ est la distance sphérique entre les centroïdes des régions *i* et *j*
  - paramètres de seuil :

    D(1) = Q(1), D(2) = Me, D(3) = Q(3) et D(4) = Max (pas de seuil)

# Matrices des *k* plus proches voisins

- Forme générale de la matrice standardisée ***W*** :

$$w_{ij}(k) = w^*_{ij}(k) / \sum_j w^*_{ij}(k) \quad \begin{cases} w^*_{ij}(k) = 0 \text{ si } i = j \\ w^*_{ij}(k) = 1 \text{ si } d_{ij} \le d_i(k) \\ w^*_{ij}(k) = 0 \text{ si } d_{ij} > d_i(k) \end{cases} \quad k = 10, 15, 20, 25$$

  - où $d_{ij}$ est la distance sphérique entre centroïdes des unités spatiales *i* and *j*
  - $d_i(k)$ est la plus petite distance d'ordre *k* entre les centroïdes des unités spatiales *i* et *j* de manière à ce que chaque unité spatiale ait exactement *k* voisins

# Opérateur décalage spatial (1)

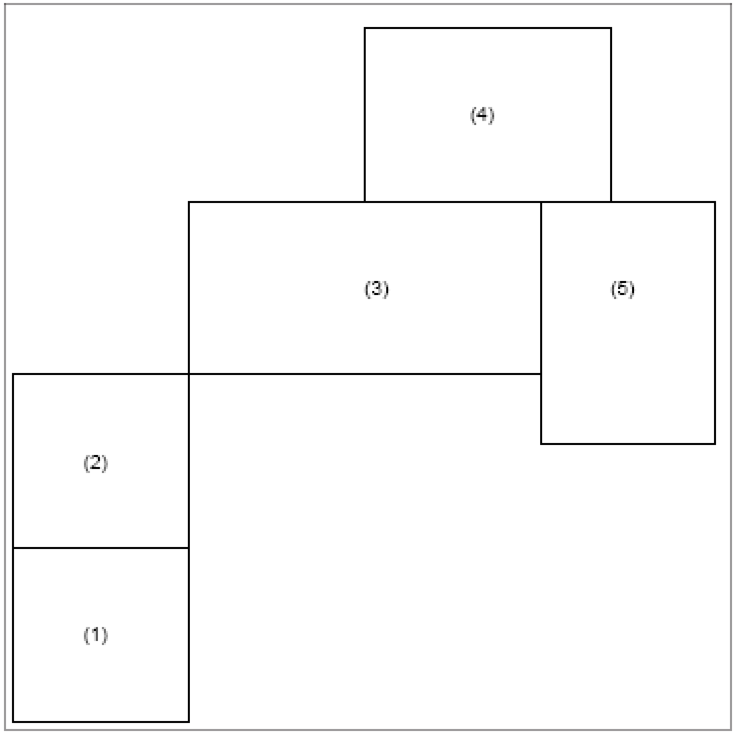
- Décalage spatial
  - n'est pas la contrepartie directe de l'opérateur décalage temporel, i.e. opérateur retard
  - séries temporelles : $L_k y_t = y_{t-k}$
  - séries spatiales : quels *j* sont-ils décalés de *k* de la localisation *i* ?
  - sur des treillis réguliers : est, ouest, nord, sud
    - $(i\text{-}1, j)$, $(i+1, j)$, $(i, j\text{-}1)$, $(i, j+1)$
  - arbitraire pour des treillis irréguliers
    - les observations ont différents nombres de voisins

# Opérateur décalage spatial (2)

- Décalage spatial
  - Soit *y* un vecteur de dimension N × 1 et ***W*** une matrice de poids de dimension N × N , la **variable spatialement décalée** est le vecteur ***W****y* de dimension N × 1 et de terme général :

$$\sum_{j \neq i} w_{ij} y_j \text{ pour chaque } i = 1, \ldots, N$$

  - Si ***W*** est une matrice standardisée en ligne, le *i*ème élément du vecteur ***W****y* représente la moyenne spatialement pondérée des valeurs prises par la variable *y* dans les unités spatiales *j* voisines de *i*
  - le décalage spatial ne contient pas $y_i$




Matrice de contiguïté - tour (frontière commune)

$$W = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Matrice de contiguïté standardisée

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 \end{bmatrix}'$$

$$y^* = \begin{bmatrix} y_1^* & y_2^* & y_3^* & y_4^* & y_5^* \end{bmatrix}'$$

$$y^* = Cy$$

$$\begin{pmatrix} y_1^* \\ y_2^* \\ y_3^* \\ y_4^* \\ y_5^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} y_1^* \\ y_2^* \\ y_3^* \\ y_4^* \\ y_5^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_2 \\ y_1 \\ 1/2y_4 + 1/2y_5 \\ 1/2y_3 + 1/2y_5 \\ 1/2y_3 + 1/2y_4 \end{pmatrix}$$

# Interprétation du décalage spatial

- Association linéaire = Autocorrélation spatiale
  - comparaison de la valeur de y localisée en *i* à la moyenne pondérée des valeurs dans les localisations voisines

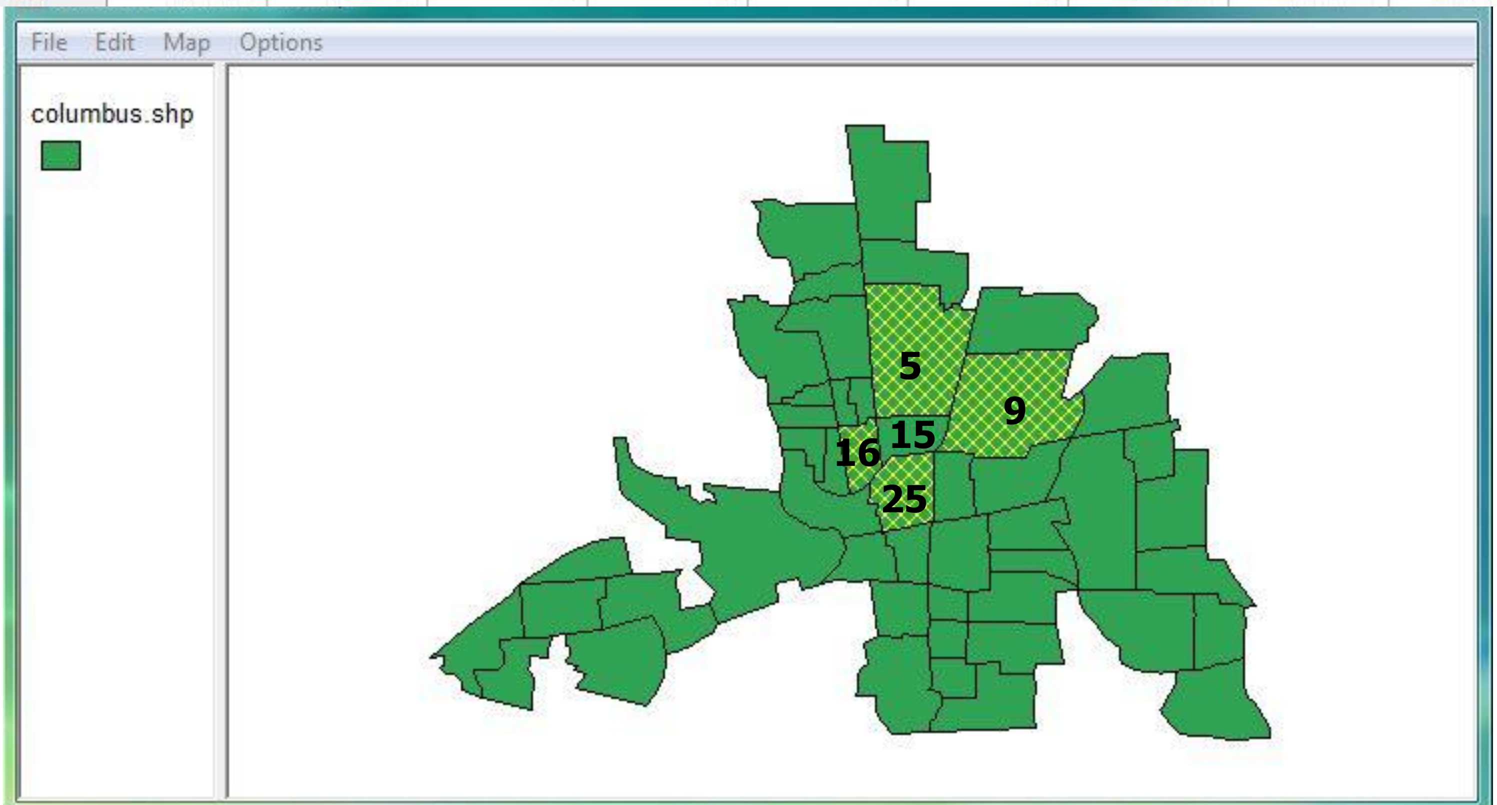
$\Rightarrow$ $y_i$ et $(Wy)_i$ similaires = autocorrélation spatiale positive
(élevé-élevé, faible-faible)

$\Rightarrow$ $y_i$ et $(Wy)_i$ dissimilaires = autocorrélation spatiale négative
(faible-élevé, élevé-faible)

# Exemple : Criminalité dans la ville de Columbus

Table

| | AREA | PERIMETER | COLUMBUS_ | COLUMBUS_I | POLYID | NEIG | HOVAL | INC | CRIME |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 16 | 0.093154 | 1.340060 | 17 | 36 | 16 | 36 | 18.800000 | 7.625000 | 54.838700 |
| 25 | 0.171680 | 1.666490 | 26 | 32 | 25 | 32 | 17.900000 | 8.461000 | 61.299200 |
| 5 | 0.488888 | 2.997130 | 6 | 7 | 5 | 7 | 23.225000 | 11.252000 | 50.731500 |
| 9 | 0.500755 | 3.169710 | 10 | 18 | 9 | 18 | 52.600000 | 17.586000 | 30.515900 |
| 15 | 0.106653 | 1.437610 | 16 | 9 | 15 | 9 | 18.000000 | 9.873000 | 48.585500 |
| 47 | 0.245249 | 2.079990 | 48 | 15 | 47 | 15 | 42.500000 | 18.950000 | 27.822900 |
| 14 | 0.060884 | 1.128420 | 15 | 40 | 14 | 40 | 42.900000 | 9.963000 | 57.066100 |



# Variable spatialement décalée dans GeoDa

WCRIME(15) =
1/4*CRIME(16)+1/4*CRIME(25)+1/4*CRIME(5)+1/4*CRIME(9) =

1/4*54,8387+1/4*61,2992+1/4*50,7315+1/4*30,5159 = 49,3463

Cambriolages et vols de véhicule pour 1000 ménages en 1980

Variable spatialement décalée

| POLYID | NEIG | HOVAL | INC | CRIME | WCRIME |
|---|---|---|---|---|---|
| 16 | 36 | 18.800000 | 7.625000 | 54.838700 | 52.5989000 |
| 25 | 32 | 17.900000 | 8.461000 | 61.299200 | 48.6884000 |
| 15 | 9 | 18.000000 | 9.873000 | 48.585500 | 49.3463000 |
| 5 | 7 | 23.225000 | 11.252000 | 50.731500 | 38.4120000 |
| 9 | 18 | 52.600000 | 17.586000 | 30.515900 | 39.0099000 |
| 47 | 15 | 42.500000 | 18.950000 | 27.822900 | 17.5732000 |
| 46 | 48 | 76.100000 | 18.324000 | 16.530500 | 16.7033000 |