

Statistiques d'autocorrélation spatiale

Plan

▶ Autocorrélation et hétérogénéité spatiales

- Introduction
- Autocorrélation spatiale globale
 - ▶ Principes généraux
 - ▶ Statistique Join Count : variables qualitatives
 - ▶ Statistique I de Moran : variables quantitatives
 - ▶ Statistique c de Geary : variables quantitatives
 - ▶ Diagramme de Moran
 - Visualisation de l'autocorrélation et de l'hétérogénéité spatiales
 - Extensions
- Autocorrélation spatiale locale
 - ▶ Principes généraux
 - ▶ Statistiques locales de Moran : LISA (Anselin, 1995)
 - ▶ Statistiques de Getis et Ord (1992, 1995)

Introduction

▶ Objectif

- Test d'hypothèse du caractère spatialement aléatoire des attributs
⇒ valeur et localisation

▶ Autocorrélation spatiale globale et locale

- Statistiques :
 - I de Moran (Moran, 1948 ; Cliff et Ord, 1981)
 - Indicateurs locaux d'association spatiale
LISA : Local Indicators of Spatial Association
(Anselin, 1995)
 - Getis et Ord (1992, 1995, 2001)

▶ Visualisation de l'autocorrélation et de l'hétérogénéité spatiales

- Diagramme de Moran (MS : Moran Scatterplot)
- Cartes de significativité des LISA
- Cartes de significativité des statistiques de Getis et Ord

Autocorrélation spatiale globale

Principes généraux

Statistiques générales produits croisés

► Analyse combinatoire de données

- N objets $S = \{o_1, o_2, \dots, o_N\}$
- mesures de similarité ou proximité entre objets : matrice de corrélation, matrice de distance
- est-ce que les indications sont significativement différentes ?

► Statistique générale gamma

- association entre deux matrices de similarité $A = \{a_{ij}\}$ et $B = \{b_{ij}\}$

$$\Gamma_{AB} = \sum_i \sum_j a_{ij} b_{ij}$$

Statistiques d'autocorrélation spatiale

- ▶ Mesure formelle de la concordance ou de la coïncidence entre la **similarité de localisation** et la **similarité de valeur**
 - ▶ **Similarité de localisation** : matrice $W = \{w_{ij}\}$
 - ▶ mesure de la proximité de localisations entre i et j (espace géographique) nécessite la définition d'un concept de « voisinage » pertinent ou d'un schéma d'interaction entre unités géo-localisées
 - ▶ **Similarité de valeurs** : matrice $A = \{a_{ij}\}$
 - ▶ Mesure de la proximité de valeurs entre i et j (espace des valeurs) nécessite le choix d'un type d'association de valeurs
 - produit croisé : $x_i \cdot x_j$
 - carré des écarts : $(x_i - x_j)^2$
 - valeur absolue des écarts : $|x_i - x_j|$
- ▶ Statistique gamma d'autocorrélation spatiale

$$\Gamma_{WA} = \sum_i \sum_j w_{ij} a_{ij}$$

- association entre deux matrices de similarité $W = \{w_{ij}\}$ et $A = \{a_{ij}\}$

Inférence par permutation

- ▶ Distribution empirique de référence sous l'hypothèse nulle
 - Permuter les arrangements d'objets
 - associer les valeurs avec les localisations
 - associer les localisations avec les valeurs
 - recalculer A et Γ_{WA}
 - comparer Γ_{obs} observé à la distribution de Γ_{WA} permuté
- ▶ Pseudo-probabilité critique
 - $p = (T+1)/(M+1)$
 - ▶ M : nombre de permutations
 - ▶ T : nombre de fois où $\Gamma_{WA} \geq \Gamma_{obs}$

Avantages et inconvénients de l'inférence par permutation

▶ Avantages

- non-paramétrique, pas d'hypothèse de distribution
- facile à calculer
- facile à interpréter

▶ Inconvénients

- spécifique à l'échantillon, n'est pas généralisable à la population
- la précision de la pseudo-significativité est arbitraire :
1/(99+1) donne 0.01 et 1/(9999+1) donne 0.001
- dépend du générateur de nombre aléatoire utilisé

Autocorrélation spatiale globale

Statistique Join Count : variables qualitatives

Statistique Join Count (1)

► Variables qualitatives dichotomiques

- On associe aux deux valeurs prises par la variable dichotomique 0 et 1 deux couleurs : blancs et noirs
- On compte les frontières qui relient deux observations voisines :
 - noir-noir (NN) : 1-1 $x_i \cdot x_j$
 - blanc-blanc (BB) : 0-0 $(1 - x_i) \cdot (1 - x_j)$
 - noir-blanc (NB) : 1-0 $(x_i - x_j)^2$
- Il y a autocorrélation spatiale positive si les frontières NN et BB prédominent
- Il y a autocorrélation spatiales négative si les frontières NB prédominent

► Statistiques (Cliff et Ord, 1988)

$$NN = (1/2) \sum_i \sum_j w_{ij} x_i x_j = \Gamma / 2 \quad \text{avec } a_{ij} = x_i x_j$$

$$NB = (1/2) \sum_i \sum_j w_{ij} (x_i - x_j)^2 = \Gamma / 2 \quad \text{avec } a_{ij} = (x_i - x_j)^2$$

$$BB = (1/2) \sum_i \sum_j w_{ij} (1 - x_i) \cdot (1 - x_j)$$

- $w_{ij} = 1$ si i et j sont contigus, 0 sinon et $w_{ii} = 0$

Statistique Join Count (2)

- On note que :

$$NN + BB + NB = (1/2) \sum_i \sum_j w_{ij} = (1/2)S_0 = cte$$

- La statistique BB n'apporte donc pas d'information additionnelle par rapport aux statistiques NN et NB puisqu'elle est fonction linéaire de NN et NB

► Inférence statistique

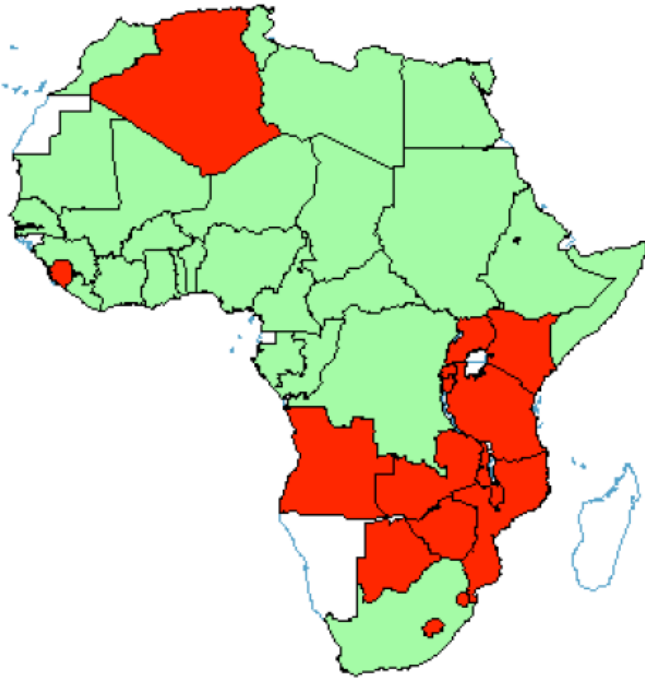
- H_0 : absence d'autocorrélation spatiale contre H_A : présence d'autocorrélation spatiale
- Hypothèse 1 : tirage avec remise
 - Chaque zone est indépendamment noire ou blanche selon des probabilités p et q données (avec $p + q = 1$) : loi binomiale
- Hypothèse 2 : tirage sans remise : loi hypergéométrique
- Inférence statistique par permutation
 - Une distribution de référence est empiriquement générée en permutant les valeurs observées sur toutes les localisations et en recalculant les statistiques pour chaque nouvel échantillon

Statistique Join Count (3)

- ▶ Moments : espérance et variance
 - Déterminés analytiquement sous les hypothèses 1 et 2. La variable centrée-réduite suit une normale (0,1) si le nombre d'observations est suffisamment grand
 - Déterminés à partir d'une distribution de référence obtenue par permutations
- ▶ Inférence statistique par permutation
 - On calcule une « pseudo probabilité critique »

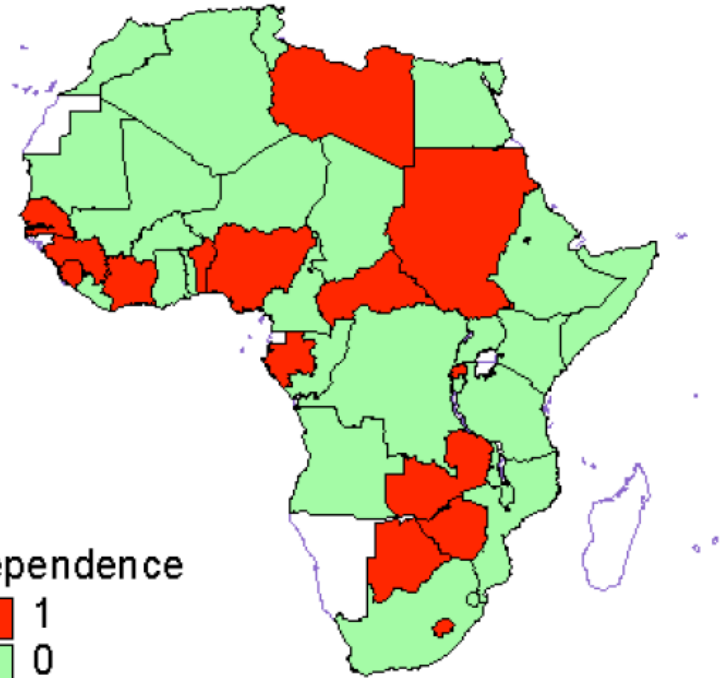
$$p = \frac{(\text{nombre de fois où } NN_{\text{permuté}} > NN_{\text{observé}}) + 1}{(\text{nombre de permutations}) + 1}$$

Pays africains indépendants en 1960



Observé

NN = 18



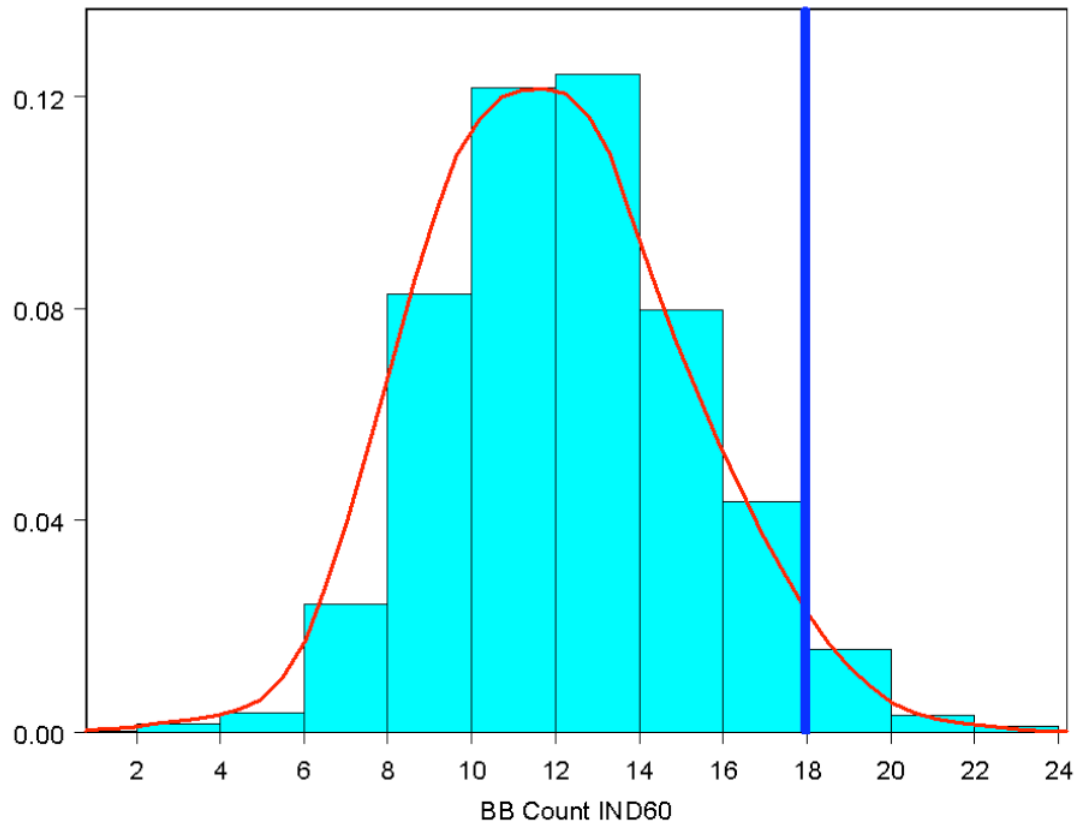
Randomisé

NN = 9

Independence



Distribution de référence pour NN sous l'hypothèse nulle (999 permutations)



$P(NN \geq 18) = 0.04$: la variable IND présente une autocorrélation spatiale positive significative

Autocorrélation spatiale globale

Statistique I de Moran : variables quantitatives

Statistique I de Moran (1)

► I de Moran

$$I = \frac{N}{S_0} \frac{\sum_i \sum_j w_{ij} (x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2} = \frac{N}{S_0} \frac{\sum_i \sum_j w_{ij} z_i z_j}{\sum_i z_i^2} = \frac{\sum_i \sum_j w_{ij} a_{ij}}{S_0 s^2} = \frac{\Gamma}{S_0 s^2}$$

avec $z_i = x_i - \bar{x}$ et $s^2 = \frac{1}{N} \sum_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{N} \sum_i z_i^2$; $S_0 = \sum_i \sum_j w_{ij}$
 $z_j = x_j - \bar{x}$

- Sous forme matricielle avec $\mathbf{z} = (z_1, z_2, \dots, z_N)'$

$$I = \frac{N}{S_0} \cdot \frac{\mathbf{z}' \mathbf{W} \mathbf{z}}{\mathbf{z}' \mathbf{z}}$$

- Pour une matrice \mathbf{W} standardisée en lignes, on a : $S_0 = N$

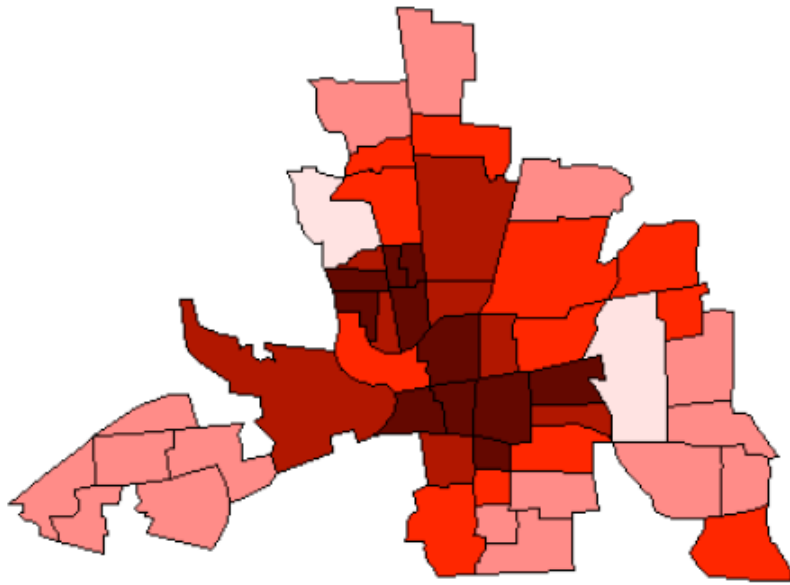
► Interprétation

- numérateur : covariance entre unités spatiales voisines
- dénominateur : variance totale observée

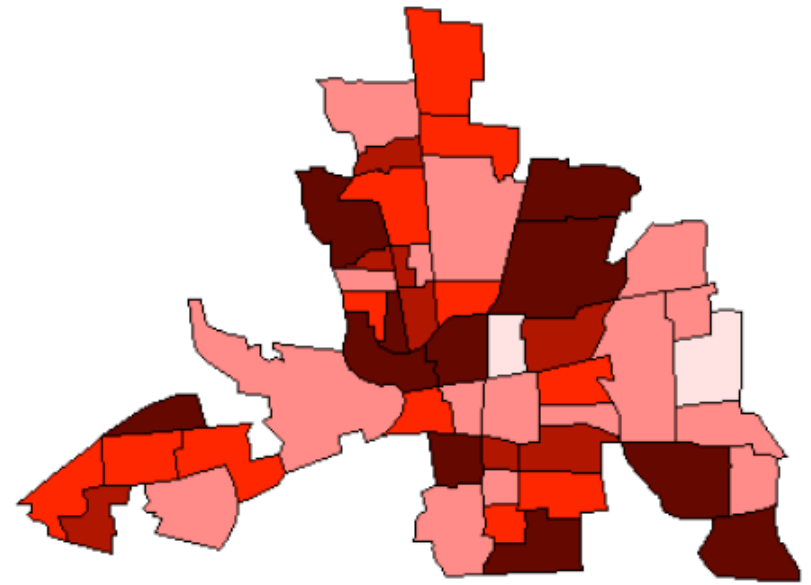
Observé (à gauche) et randomisé (à droite)

Distribution de la variable crime à Columbus (Ohio, USA)

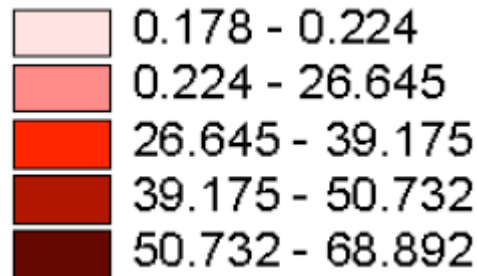
(crime : cambriolages et vols de véhicule pour 1000 ménages en 1980)



I de Moran = 0.5002



I de Moran = -0.003



Statistique I de Moran (2)

► Inférence statistique

- **Hypothèse 1** : les valeurs prises par la variable aléatoire proviennent de N tirages indépendants d'une population normale (Cliff et Ord, 1981, p. 42-45)
- **Hypothèse 2** : les valeurs sont des réalisations d'une variable aléatoire de distribution inconnue. Les $N!$ permutations possibles sont équiprobables (Cliff et Ord, 1981, p. 45-47)
- **Permutation** : distribution empirique de référence (Anselin, 1995)

► Interprétation

- Sous H_1 et H_2 , on montre que $E(I) = -1 / (N - 1)$
- Il y a autocorrélation spatiale positive si I est supérieur à cette espérance mathématique
- Il y a autocorrélation spatiale négative si I est inférieur à cette espérance mathématique

Moments du I de Moran sous H_0 (1)

- ▶ I est un rapport de formes quadratiques en une v.a.
 - $y' \mathbf{W} y / y' y$ mais \mathbf{W} n'est pas idempotente
 - ▶ par conséquent I ne suit pas une loi F
 - distribution exacte sous l'hypothèse de normalité
 - ▶ décomposition en valeurs propres de \mathbf{W} (Tiefelsdorf, Keleijan et Prucha)

- ▶ Moments sous H_1 (Cliff et Ord, 1981, p. 41)

N v.a. identiquement, indépendamment distribuées suivant la loi Normale

- $E(I) = -1 / (N - 1)$ ne dépend pas de \mathbf{W} ou y

$$E(I^2) = \frac{3S_0^2 + N^2 S_1 - NS_2}{S_0^2 (N^2 - 1)} \quad \Rightarrow \text{tend vers zéro pour } N \text{ grand}$$

$$S_0 = \sum_i \sum_j w_{ij} \quad S_1 = \frac{1}{2} \sum_i \sum_j (w_{ij} + w_{ji})^2 \quad S_2 = \sum_i (\sum_j w_{ij} + \sum_j w_{ji})^2$$

- $V(I) = E(I^2) - E(I)^2$ dépend seulement de \mathbf{W} , pas de y

Moments du I de Moran sous H_0 (2)

► Moments sous H_0 (Cliff et Ord, 1981, p. 45)

N v.a. de distribution inconnues : ensemble des $N!$ permutations possibles

- $E(I) = -1 / (n - 1)$ même chose que pour l'approximation normale

$$E(I^2) = \frac{\{n[(n^2 - 3n + 3)S_1 - nS_2 + 3S_0^2] - b_2[(n^2 - n)S_1 - 2nS_2 + 6S_0^2]\}}{[(n - 1)(n - 2)(n - 3)S_0^2]}$$

avec $b_2 = m_4 / m_2^2$ (moment d'ordre 4 / moments d'ordre 2 au carré)

- $V(I) = E(I^2) - E(I)^2$ dépend de \mathbf{W} et de la distribution de y

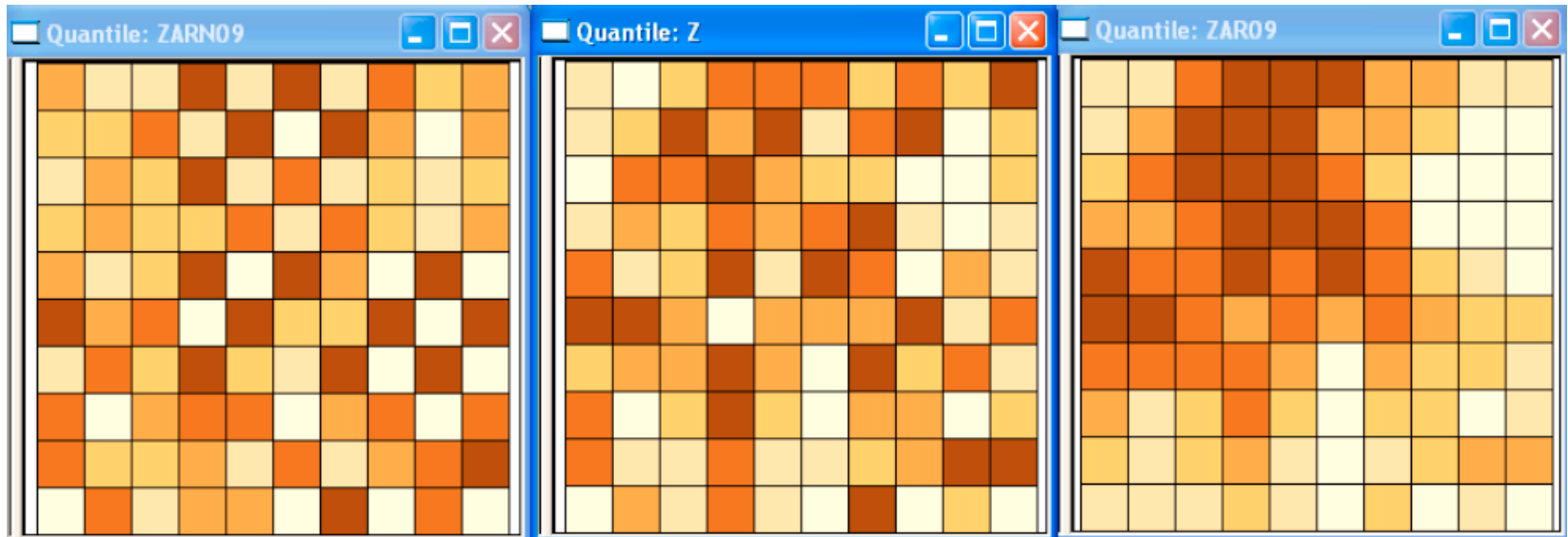
► Inférence

- $z = [I - E(I)] / SD(I)$ suit asymptotiquement une loi Normale (0,1)
⇒ approximation normale
- distribution de référence obtenue par permutation (Anselin, 1995)

Interprétation du I de Moran (1)

- Autocorrélation spatiale positive
 - $I > -1/(n-1)$, ou $z > 0$
 - concentration spatiale de valeurs élevées et/ou faibles
 - pas de distinction entre élevé et faible
- Autocorrélation spatiale négative
 - $I < -1/(n-1)$, ou $z < 0$
 - structure en échiquier : schéma de concurrence

Interprétation du I de Moran (2)



Autocorrélation
spatiale négative

structure en
échiquier :
schéma de
concurrence

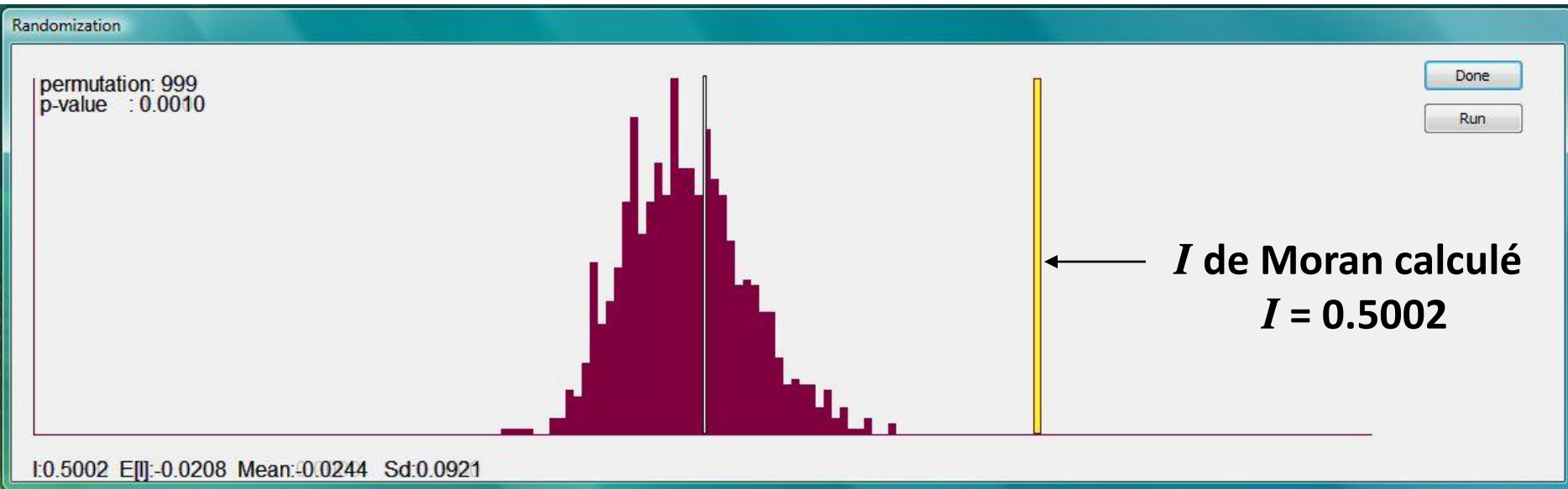
Pas d'autocorrélation
spatiale

invariance par
permutation aléatoire
des individus

Autocorrélation
spatiale positive

concentration
spatiale de
valeurs élevées
et/ou faibles

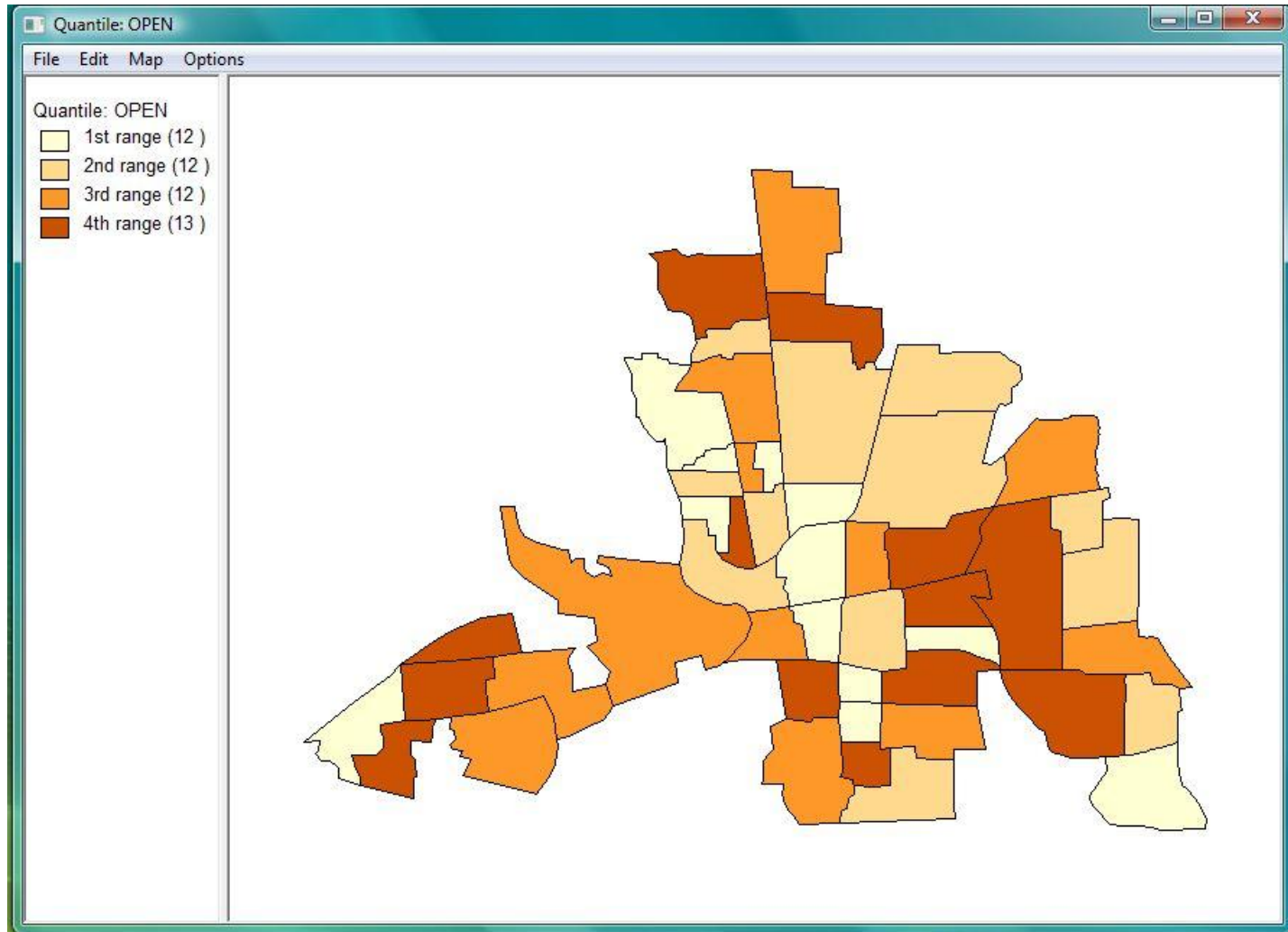
I de Moran calculé et distribution de référence de la variable crime à Columbus



Autocorrélation spatiale globale positive significativement différente de zéro (approche fondée sur la permutation : pseudo probabilité critique $p = 0.001$)

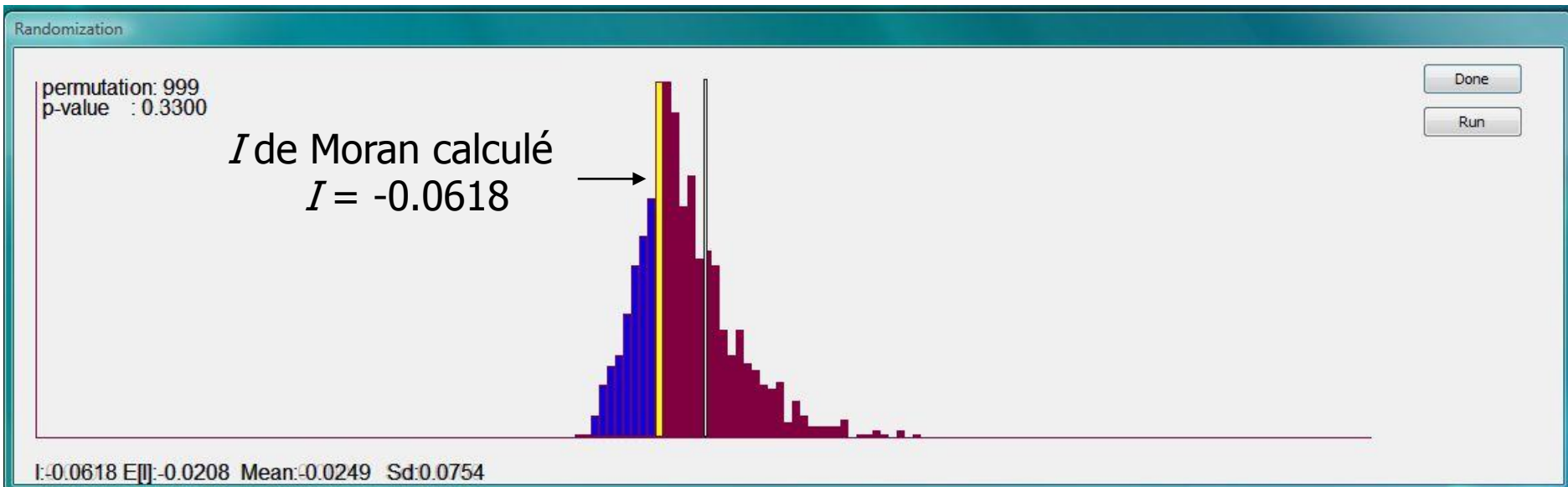
W : matrice de contiguïté – reine (frontière commune et sommet commun)

Distribution de la variable Open à Columbus (Ohio, USA)



Open : superficie des espaces publics en 1980

I de Moran calculé et distribution de référence de la variable Open à Columbus



Autocorrélation spatiale globale non significativement différente de zéro (approche fondée sur la permutation : pseudo probabilité critique $p = 0.3280$)

W : matrice de contiguïté – reine (frontière commune et sommet commun)

Eurostat-Regio Database (1)

- ▶ **Variable** : PIB par tête en logs mesuré en Standard de Pouvoir d'Achat (SPP) basé sur le système européen de comptabilité (SEC 1995) et le découpage administratif NUTS (1999)

NUTS: Nomenclature des unités territoriales pour le statistique

NUTS1: Régions

NUTS2: Unités Administratives de base

- ▶ **Echantillon** : 258 régions de l'Europe des 27 (UE27) sur la période 1995-2000

- ▶ **UE15** :

la Belgique (11), le Danemark (1), l'Allemagne (40), la Grèce (13), l'Espagne (16), la France (22), l'Irlande (2), l'Italie (20), le Luxembourg (1), les Pays-Bas (12), l'Autriche (9), le Portugal (5), la Finlande (6), la Suède (8), le Royaume-Uni (37)

- ▶ **10 nouveaux pays membres** :

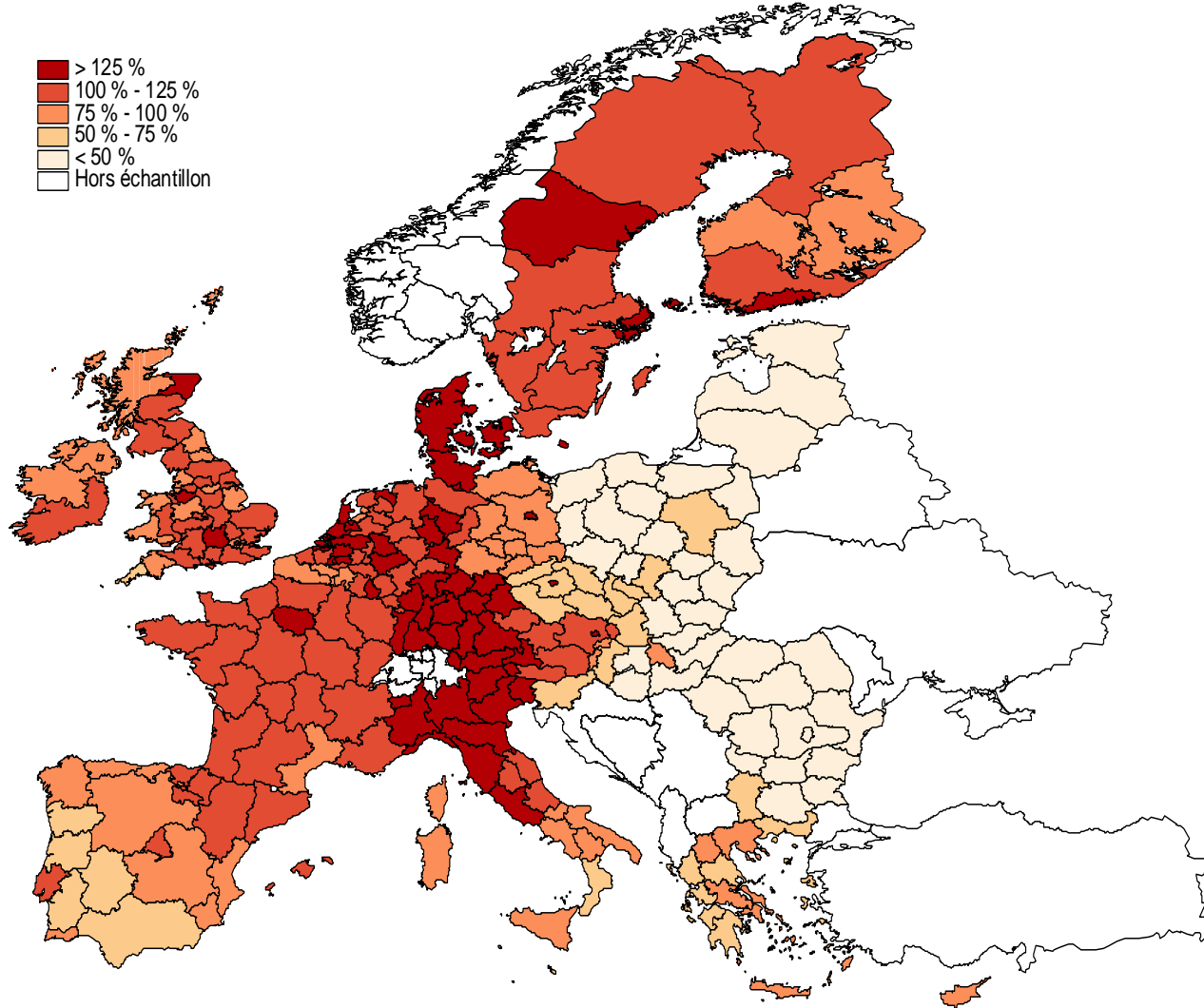
la République Tchèque (8), l'Estonie (1), la Hongrie (7), la Lituanie (1), la Lettonie (1), la Pologne (16), la Slovénie (1), la Slovaquie (4), Malte (1), Chypre (1)

- ▶ **2 pays candidats** :

la Roumanie (8) et la Bulgarie (6)

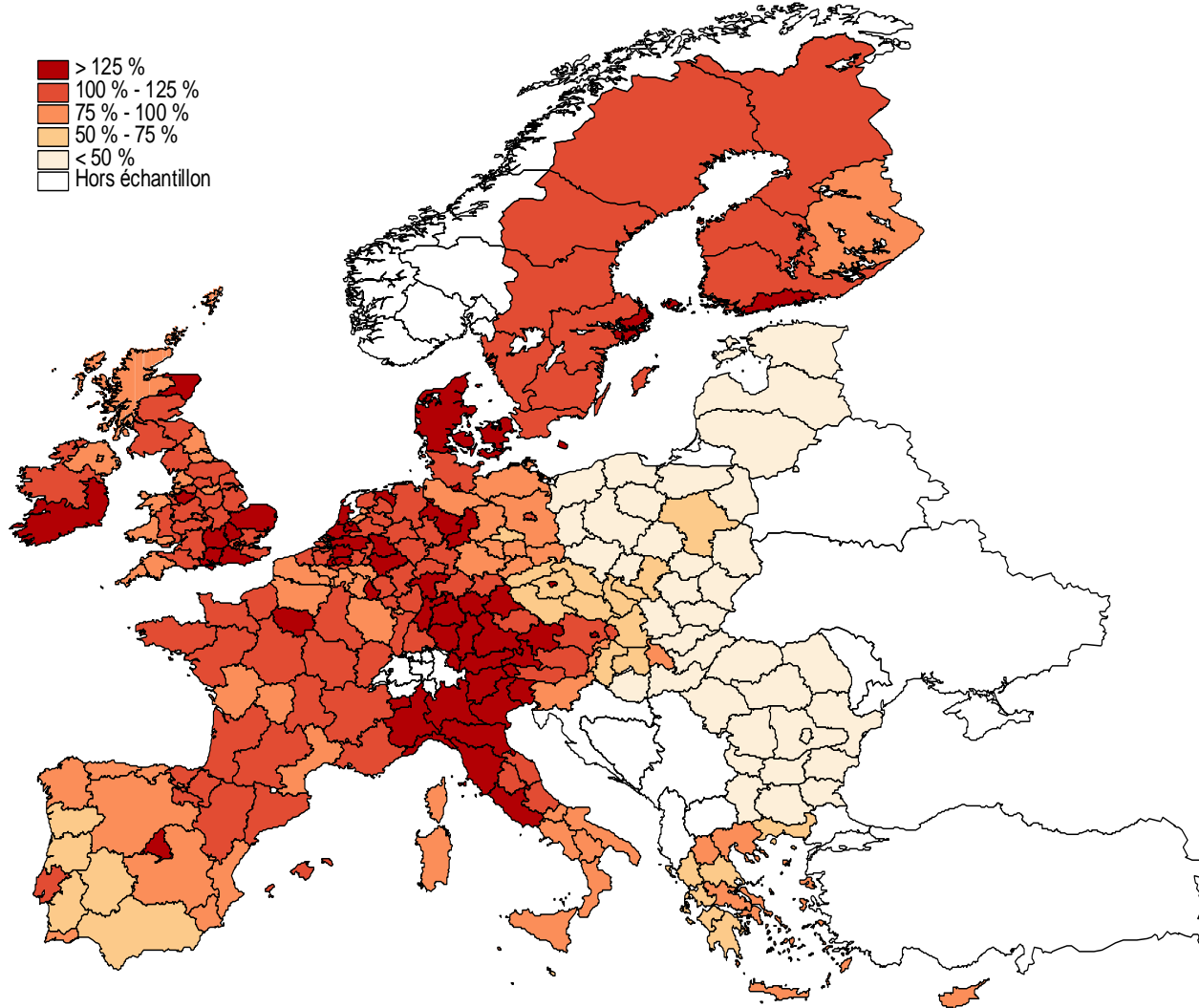
- ▶ **Exclusions** : DOM (Guadeloupe, Martinique, Guyane Française et Réunion) pour la France, Ceuta y Melilla et îles Canaries pour l'Espagne et Açores et Madeira pour le Portugal

Eurostat-Regio Database (2)



PIB par tête mesuré en Standard de Pouvoir d'Achat (SPP) par rapport à la moyenne de l'échantillon en 1995 (UE27 en NUTS2)

Eurostat-Regio Database (3)



PIB par tête mesuré en Standard de Pouvoir d'Achat (SPP) par rapport à la moyenne de l'échantillon en 2000 (UE27 en NUTS2)

Matrice de pondérations spatiales **W**

- ▶ Matrice des 10 plus proches voisins **W** :

$$w_{ij}(k) = w_{ij}^*(k) / \sum_j w_{ij}^*(k) \quad \begin{cases} w_{ij}^*(k) = 0 \text{ si } i = j \\ w_{ij}^*(k) = 1 \text{ si } d_{ij} \leq d_i(k) \\ w_{ij}^*(k) = 0 \text{ si } d_{ij} > d_i(k) \end{cases} \quad k = 10$$

- où d_{ij} est la distance sphérique entre centroïdes des unités spatiales i and j
- avec $k = 10$
 - ⇒ La connexion entre les îles de l'échantillon et l'Europe continentale est assurée (Sicile, Sardaigne et Baléares)
 - ▶ lignes et colonnes composées de termes nuls sont évitées
 - ⇒ Le Royaume-Uni est connecté à l'Europe continentale et la Grèce à l'Italie
 - ▶ La structure bloc-diagonale de la matrice de contiguïté du premier ordre ordonnée par pays est évitée

Statistique I de Moran

Année	I de Moran	Espérance	Ecart-type	Valeurs standardisées	Probabilité critique
2000	0,7008471	-0,004	0,025473	27,670	0,0001
1999	0,6975582	-0,004	0,025485	27,528	0,0001
1998	0,7035403	-0,004	0,025469	27,780	0,0001
1997	0,706064	-0,004	0,025496	27,850	0,0001
1996	0,7013794	-0,004	0,025472	27,692	0,0001
1995	0,7092094	-0,004	0,025436	28,039	0,0001

Statistique I de Moran pour le log du PIB par tête en SPP sur la période 1995-2000 et 258 régions de UE27

L'espérance mathématique de la statistique I de Moran est constante pour chaque année : $E(I) = -0.004$.

Toutes les statistiques sont significatives avec $p = 0.0001$

Corrélogramme de décalage spatial

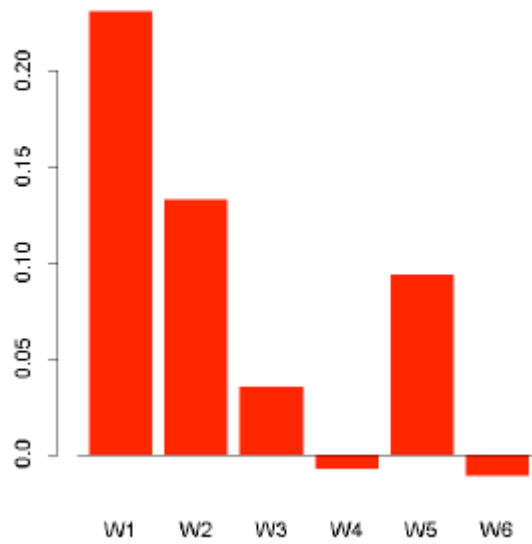
▶ Visualisation

- Statistique I de Moran pour différentes matrices de contiguïté W d'ordres croissants
- utilisation des valeurs standardisées de la statistique I de Moran

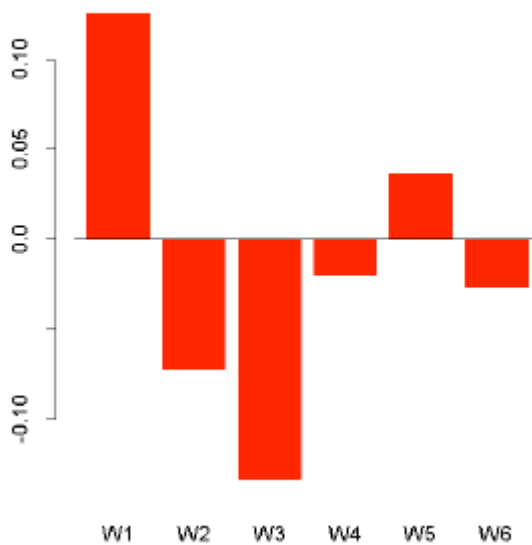
▶ Interprétation

- Aide à l'identification des processus spatiaux
- Indication éventuelle de pondérations spatiales mal spécifiées et/ou de non stationnarité

SIDS 74-78

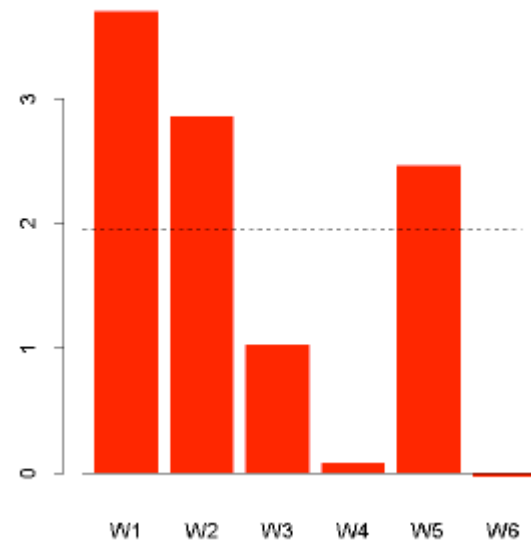


SIDS 79-84

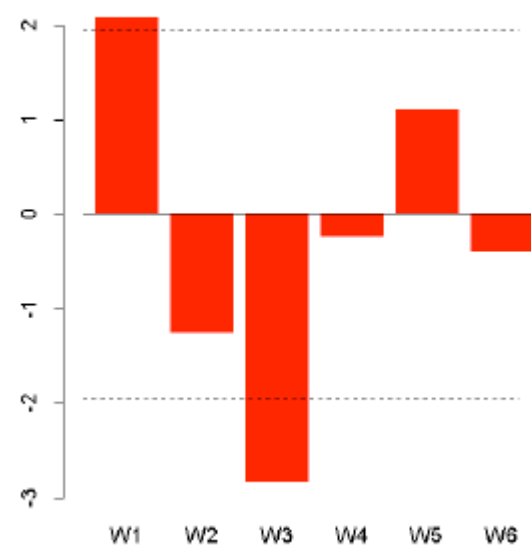


I de Moran

SIDS 74-78



SIDS 79-84



Valeur standardisée

Autocorrélation spatiale globale

Statistique c de Geary

Statistique c de Geary (1)

- ▶ Extension de la statistique NB aux variables quantitatives

$$c = \frac{N-1}{2S_0} \cdot \frac{\sum_i \sum_j w_{ij} (x_i - x_j)^2}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_i \sum_j w_{ij} a_{ij}}{2S_0 \sigma^2} = \frac{\Gamma}{2S_0 \sigma^2}$$

avec $a_{ij} = (x_i - x_j)^2$; $\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_i (x_i - \bar{x})^2$; $S_0 = \sum_i \sum_j w_{ij}$

- ▶ Interprétation

- numérateur = variance pondérée des différences $x_i - x_j$, au facteur $\frac{1}{2}$ près
- dénominateur = variance totale observée

Statistique c de Geary (2)

► Inférence statistique

- Hypothèse 1 : les valeurs prises par la variable aléatoire provient de N tirages indépendants d'une population normale
- Hypothèse 2 : les valeurs sont des réalisations d'une variable aléatoire de distribution inconnue. Les $N!$ permutations possibles sont équiprobables
- Permutation : même principe que précédemment

► Interprétation

- Sous 1 et 2, $E(c) = 1$
- autocorrélation spatiale positive si c est inférieur à 1
- autocorrélation spatiale négative si c est supérieur à 1
- En pratique, on utilise plus souvent la statistique ***I*** de Moran

Diagramme de Moran

**Visualisation de l'autocorrélation spatiale et de
l'hétérogénéité spatiale**

Diagramme de Moran

▶ Autocorrélation spatiale linéaire (Anselin, 1993)

- association linéaire entre la valeur standardisée en i et la moyenne pondérée des valeurs standardisées calculée sur le voisinage :

$$\mathbf{Wz} \text{ versus } \mathbf{z} \quad \text{ou} \quad \sum_{j \neq i} w_{ij} z_j \text{ versus } z_i$$

- 4 quadrants
 - ▶ high-high (HH), low-low (LL) = clusters ou concentrations spatiales (conforme au schéma d'autocorrélation spatiale globale positive)
 - ▶ high-low (HL), low-high (LH) = localisations atypiques - poches de non stationnarité locale – outliers spatiaux

▶ I de Moran

- pente de la droite de régression de \mathbf{Wz} en \mathbf{z} : $Wz = \beta z + \varepsilon$
- Pour une matrices de pondérations spatiales standardisée en lignes :

$$I = \frac{\mathbf{z}'\mathbf{Wz}}{\mathbf{z}'\mathbf{z}} = \hat{\beta}_{MCO}$$

Visualisation de l'autocorrélation spatiale globale

Variables standardisées :
permet une étude de
statique comparative

HH et LL :
Autocorrélation spatiale positive

LH et HL :
Autocorrélation spatiale négative

I de Moran : pente de la régression
linéaire de Wz sur z avec une
matrice de poids standardisée

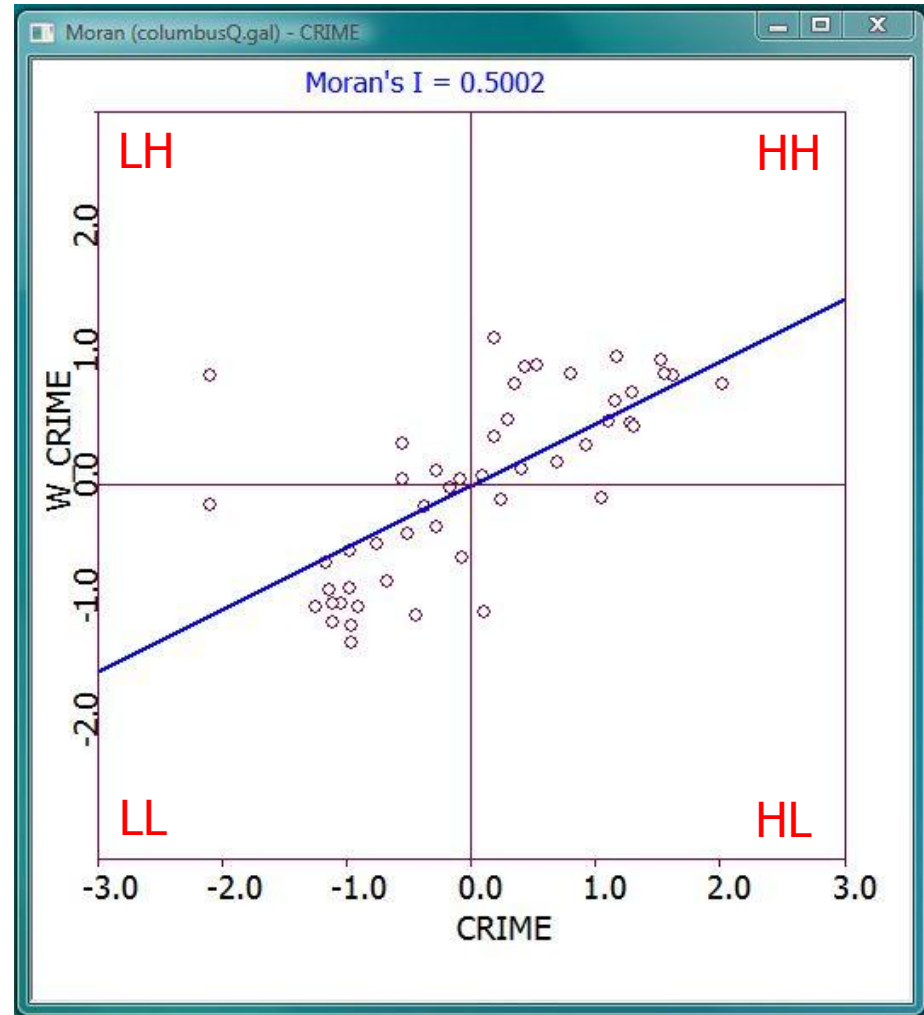
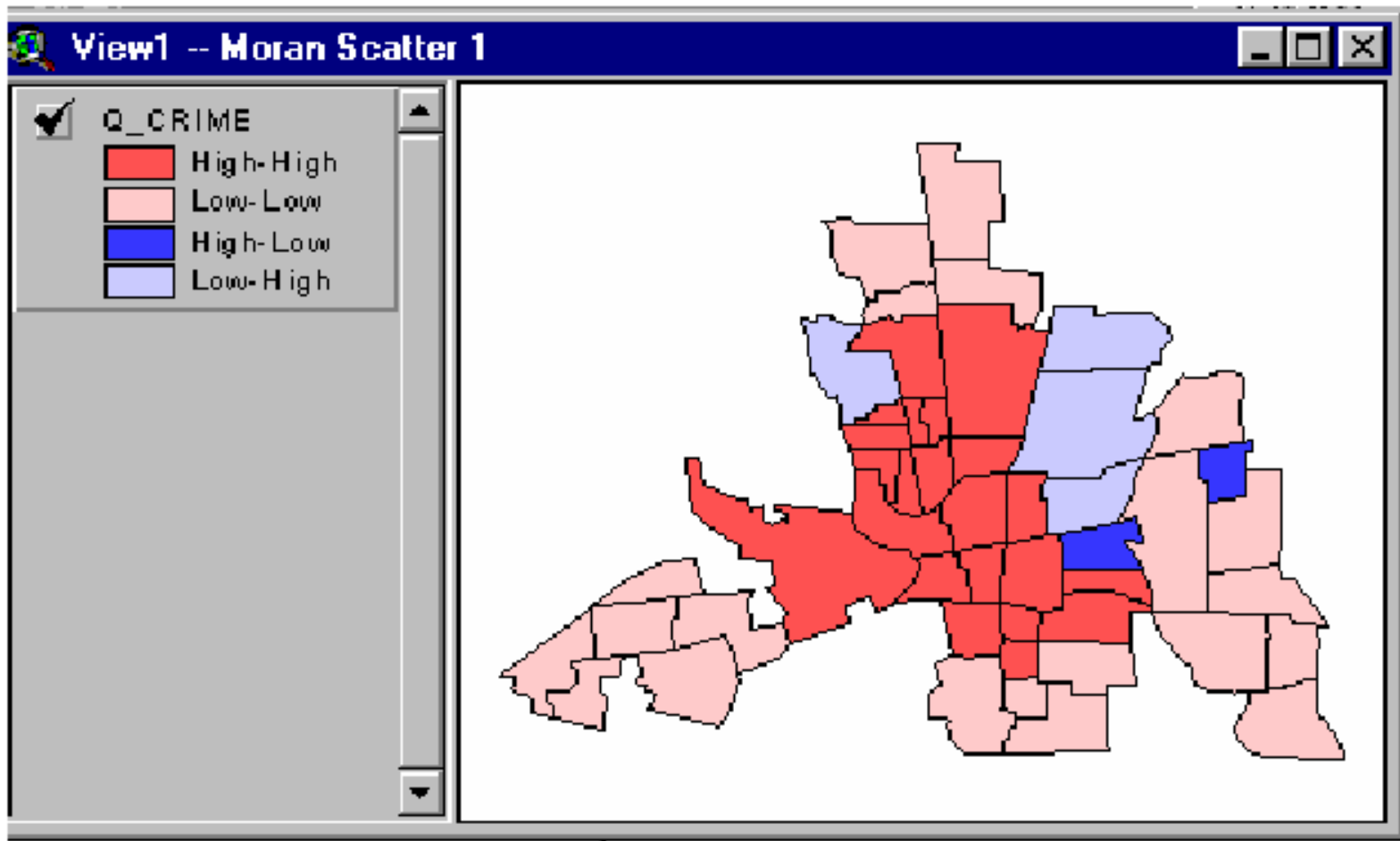
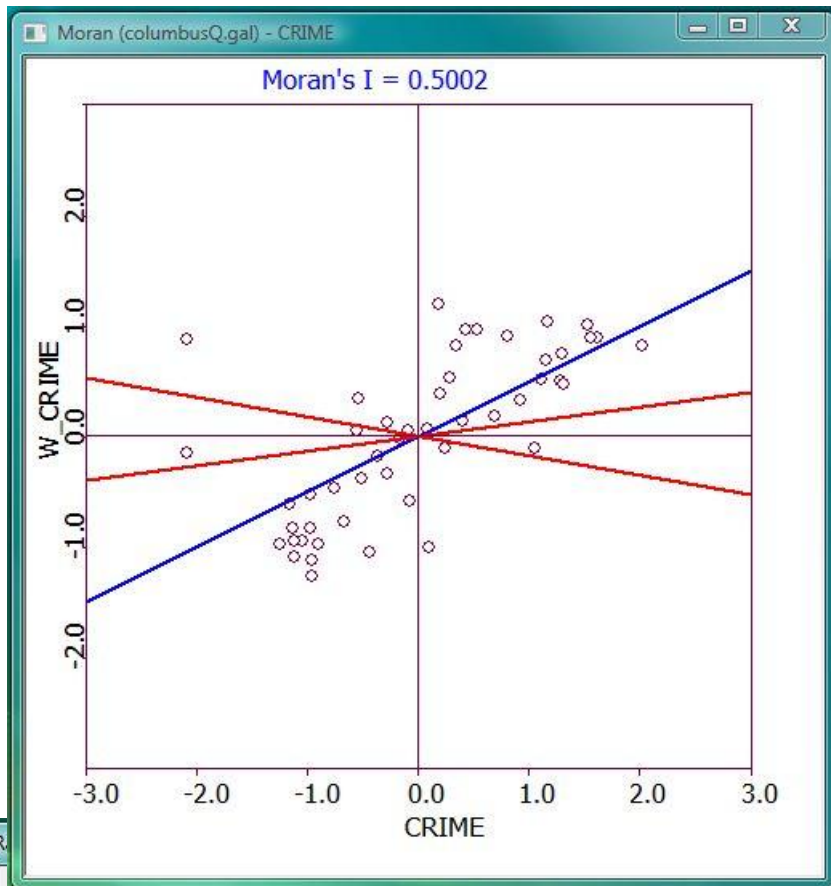


Diagramme de Moran pour la variable crime à Columbus (Ohio, USA)
(crime : cambriolages et vols de véhicule pour 1000 ménages en 1980)



Moran Scatterplot Map for Columbus crime
four quadrants of the scatterplot (not "significant")

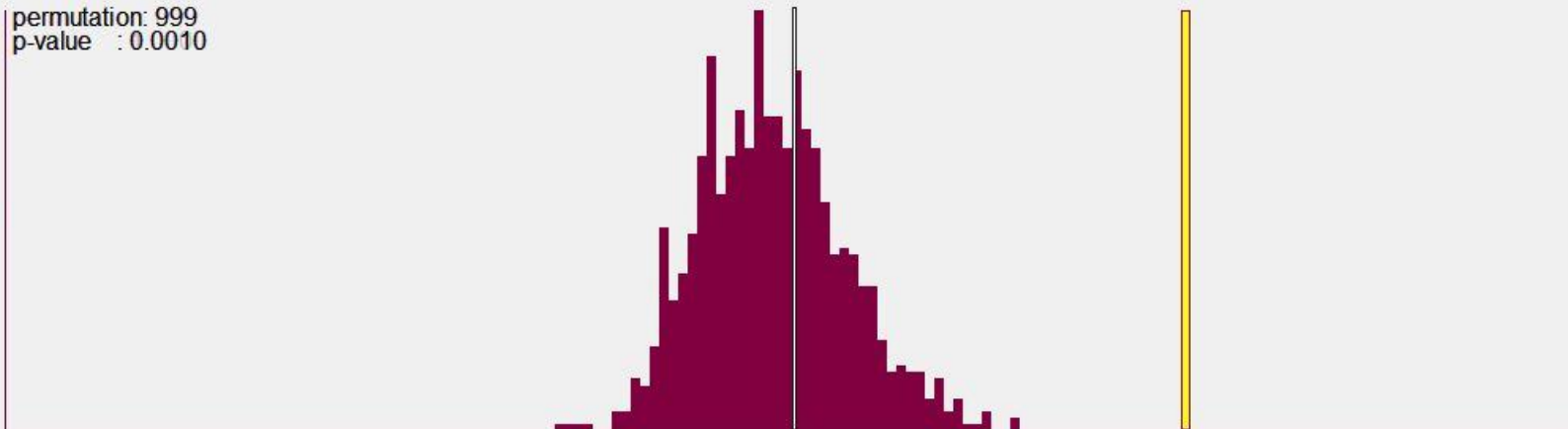


Enveloppes de significativité

Dans GeoDa : menu contextuel
dans la fenêtre du diagramme de
Moran \Rightarrow Enveloppe Slopes ON

Fractiles d'ordre 0.05 et 0.95 de
la distribution de référence

permutation: 999
p-value : 0.0010



I:0.5002 E[I]:-0.0208 Mean:-0.0244 Sd:0.0921

Done

Run

Diagramme de Moran

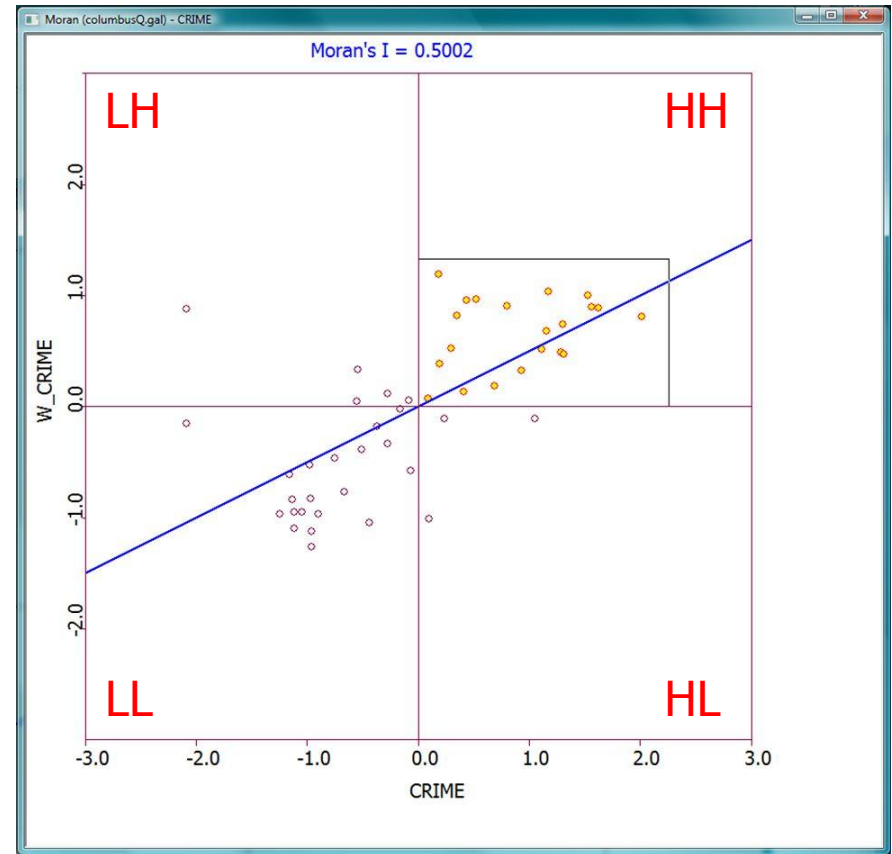
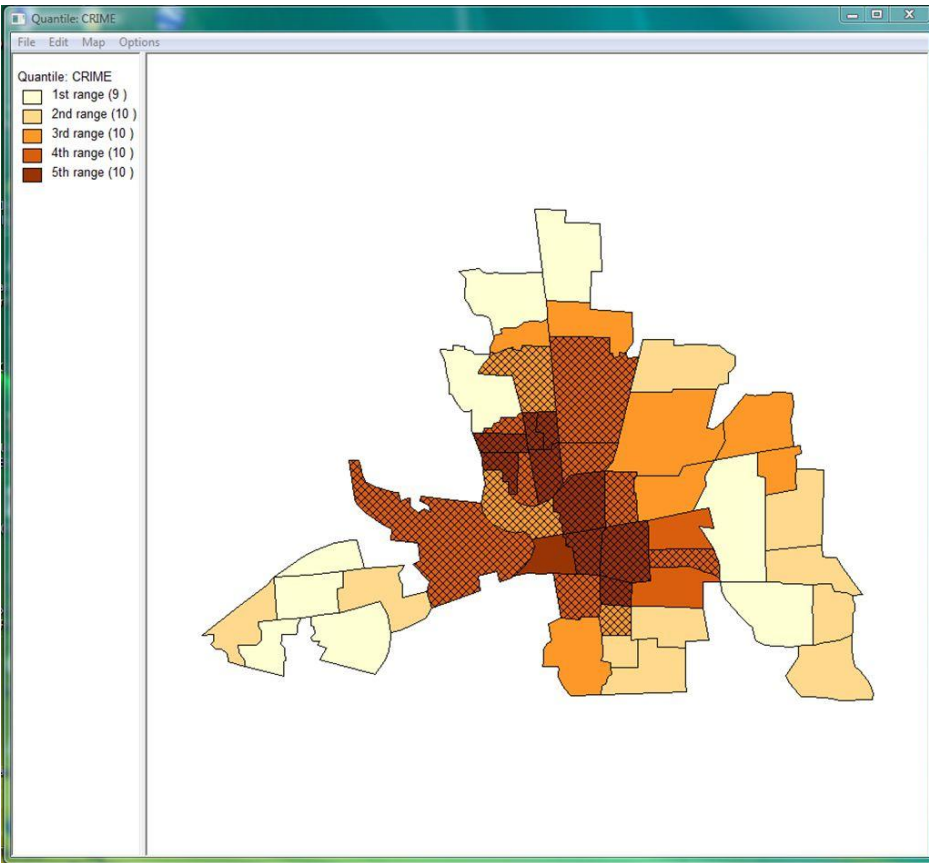
- ▶ Le diagramme de Moran permet de visualiser l'autocorrélation spatiale globale

- ▶ Retour sur les objectifs de l'ESDA
 - ▶ Y a-t-il des regroupements locaux de valeurs faibles ou élevées ?
 - clusters ou concentrations spatiales : regroupements HH ou LL
⇒ détection des régimes spatiaux

 - ▶ Quelles observations contribuent le plus à l'autocorrélation spatiale ?
 - la détection des outliers ou observations extrêmes peut être basée sur les diagnostics standards de régression (valeur de levier, résidus studentisés, distance de Cook,...)

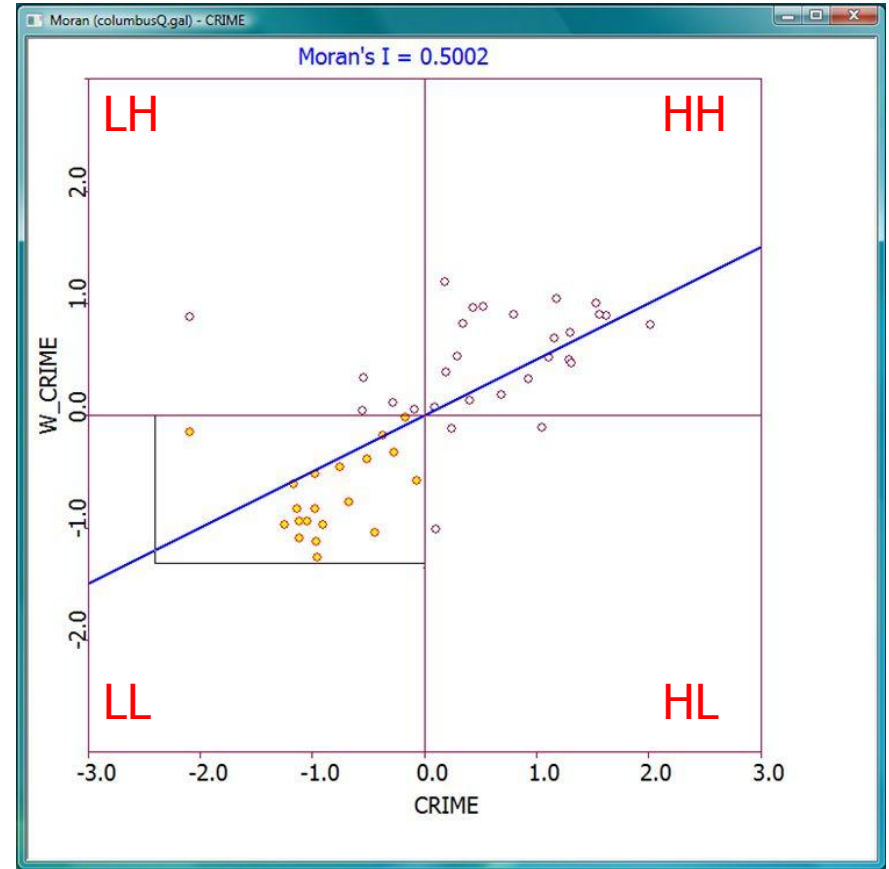
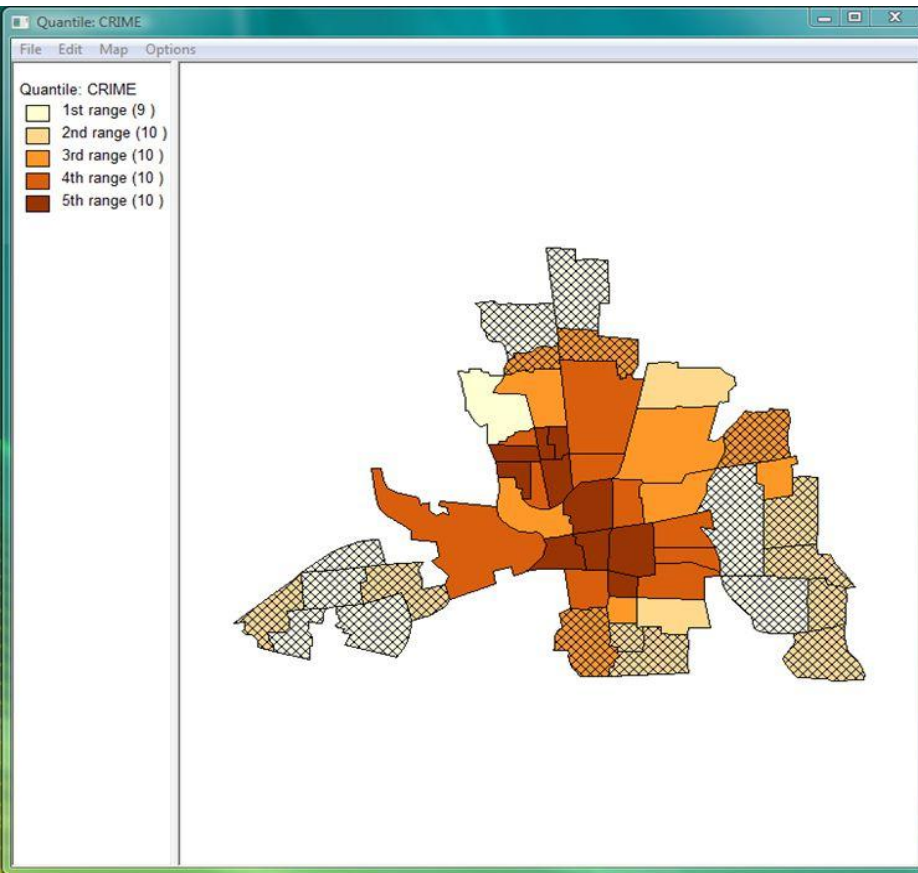
 - ▶ Y a-t-il des localisations atypiques qui dévient du schéma global d'autocorrélation spatiale ?
 - observations HL ou LH

Diagramme de Moran : clusters



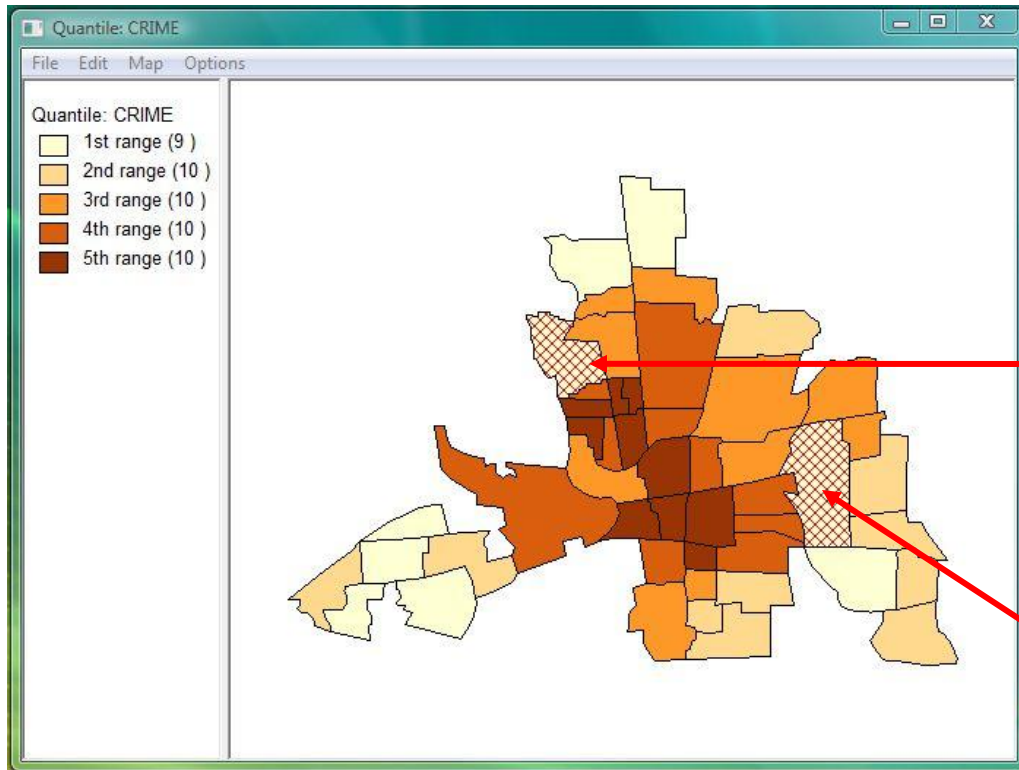
Clusters ou concentrations spatiales de valeurs élevées

Diagramme de Moran : clusters



Clusters ou concentrations spatiales de valeurs faibles

Diagramme de Moran : outliers



Points extrêmes
exclus

Quand des observations sont exclues de l'échantillon, les pondérations spatiales ne sont pas reconstruites mais correspondent à un sous-ensemble de l'ensemble des pondérations spatiales de l'échantillon complet

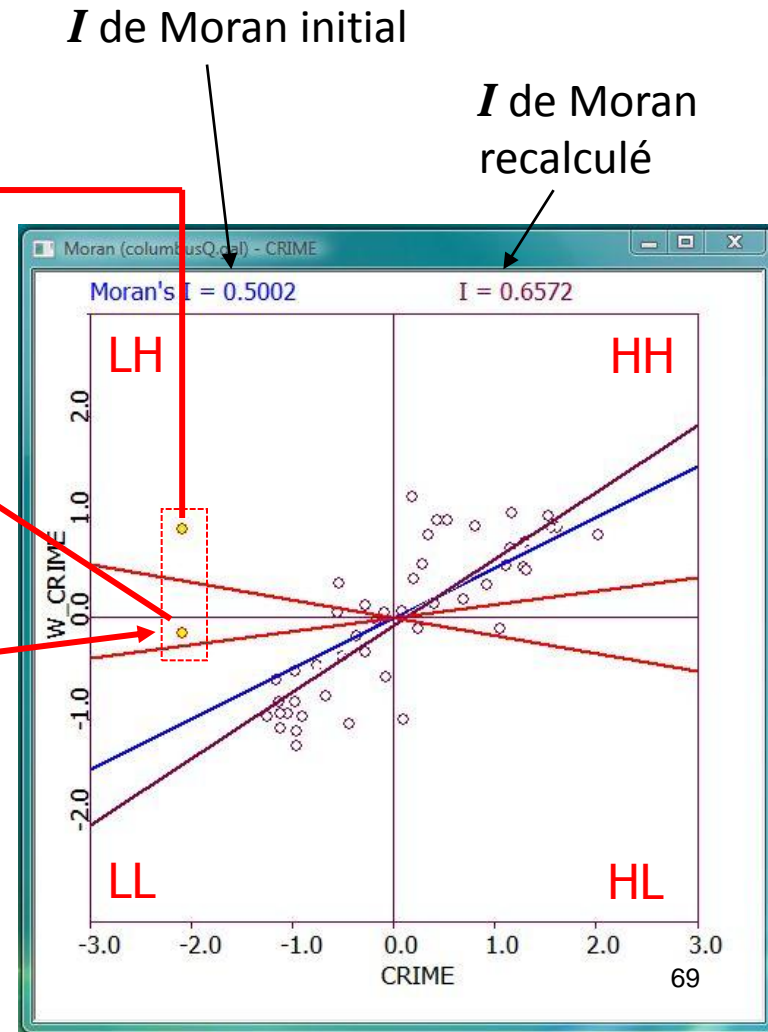
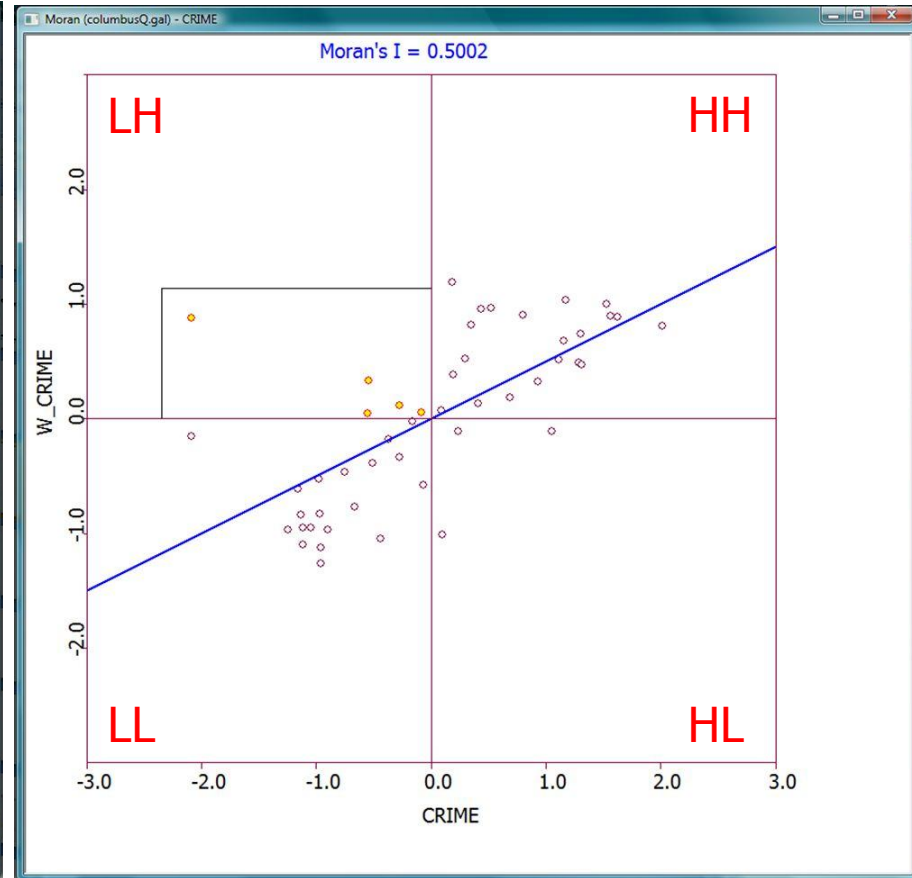
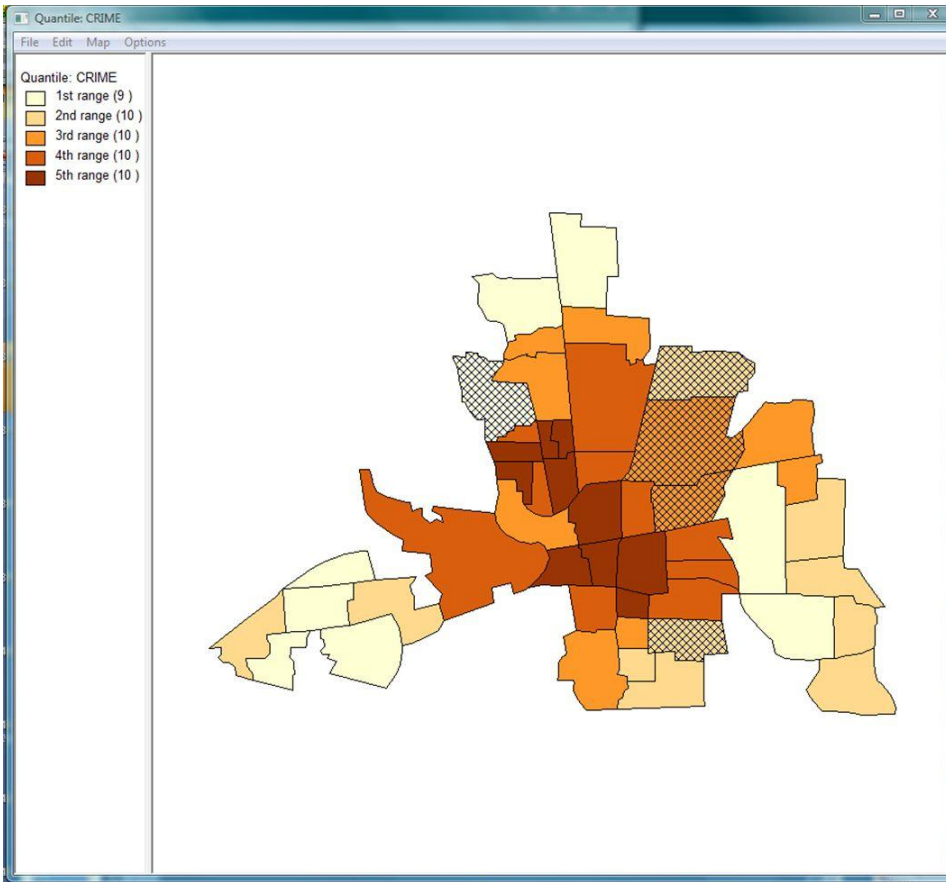
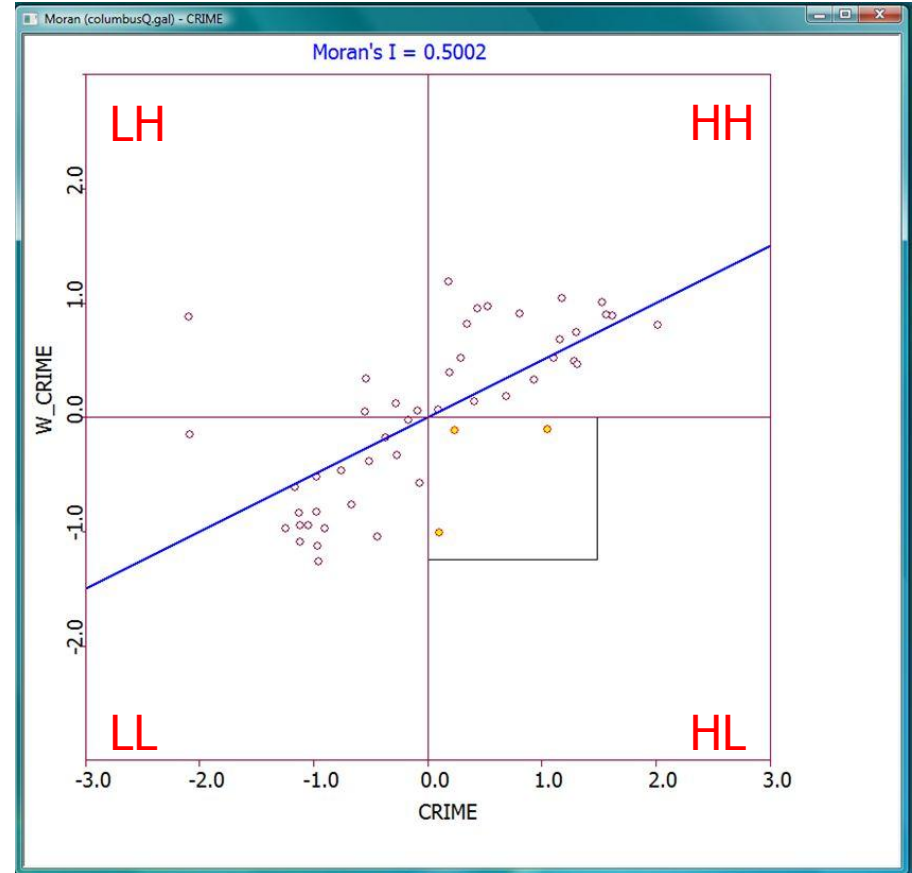
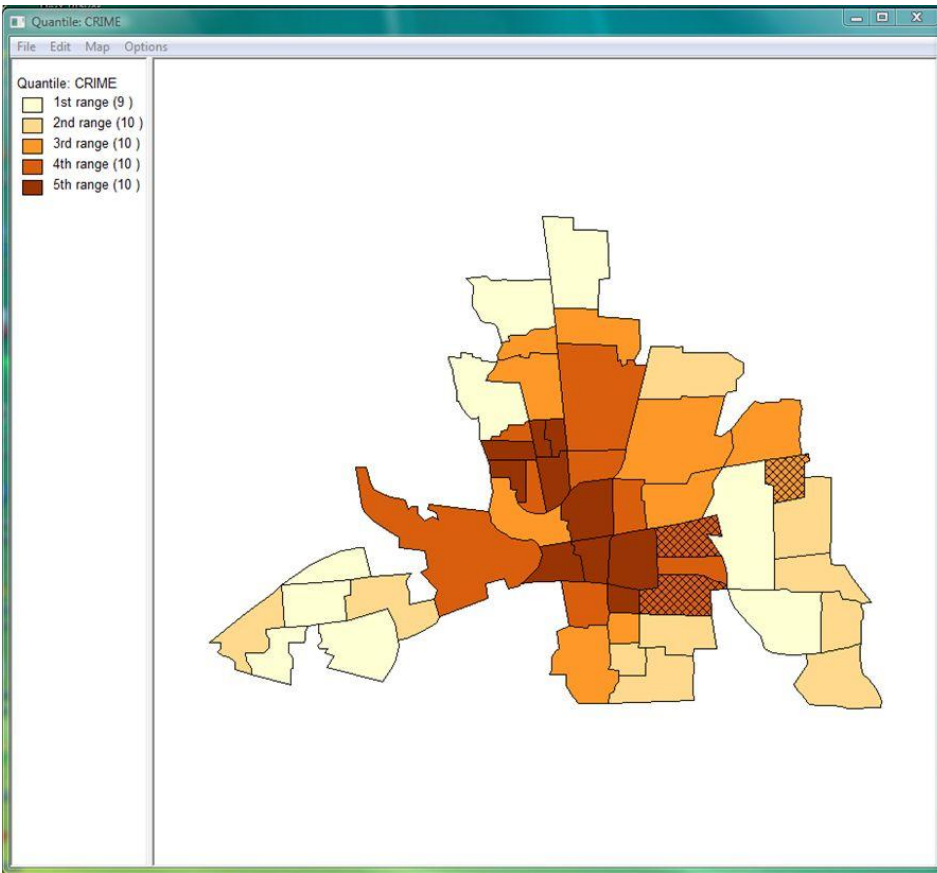


Diagramme de Moran : localisations atypiques

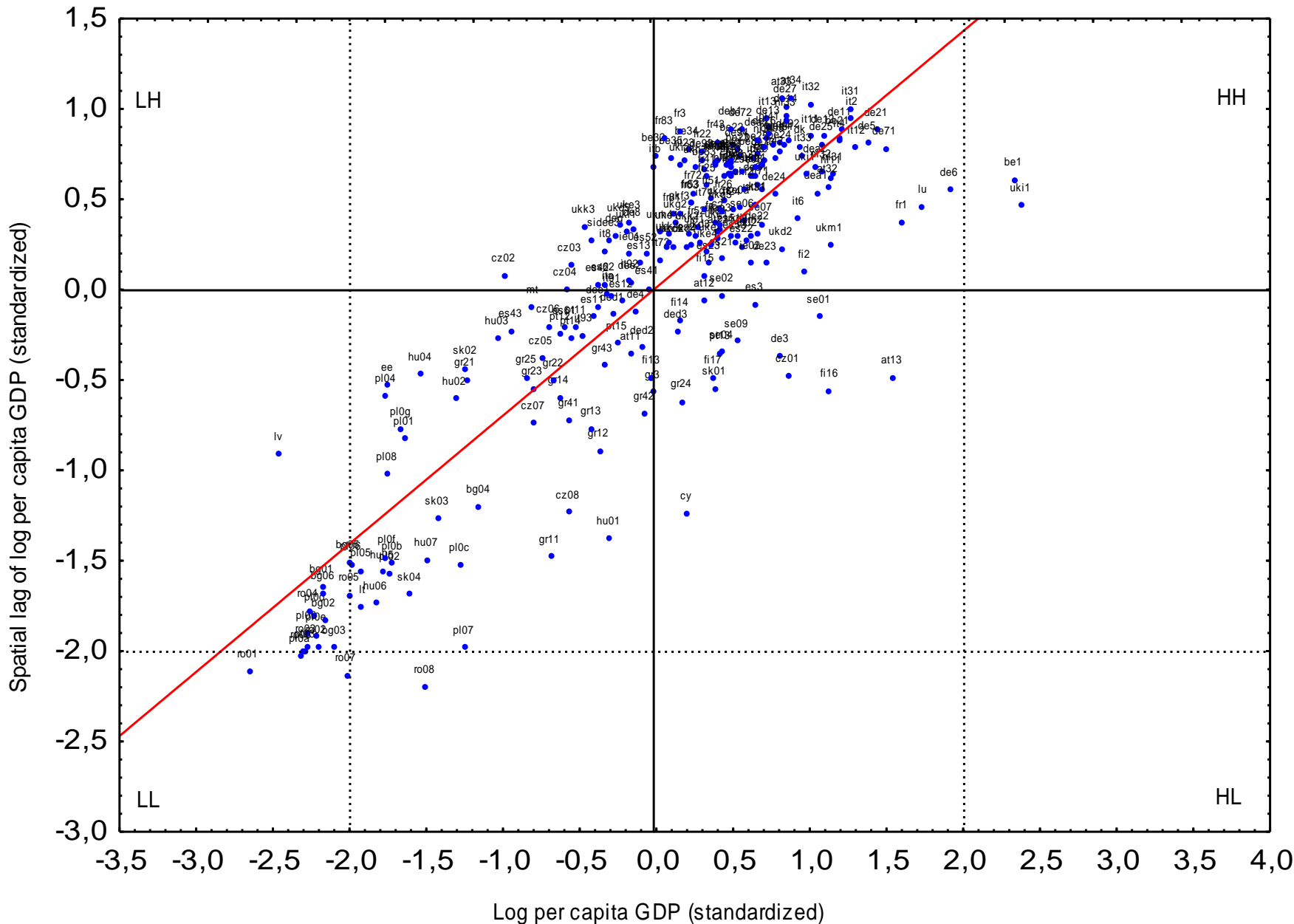


Localisations atypiques par rapport au schéma d'autocorrélation global

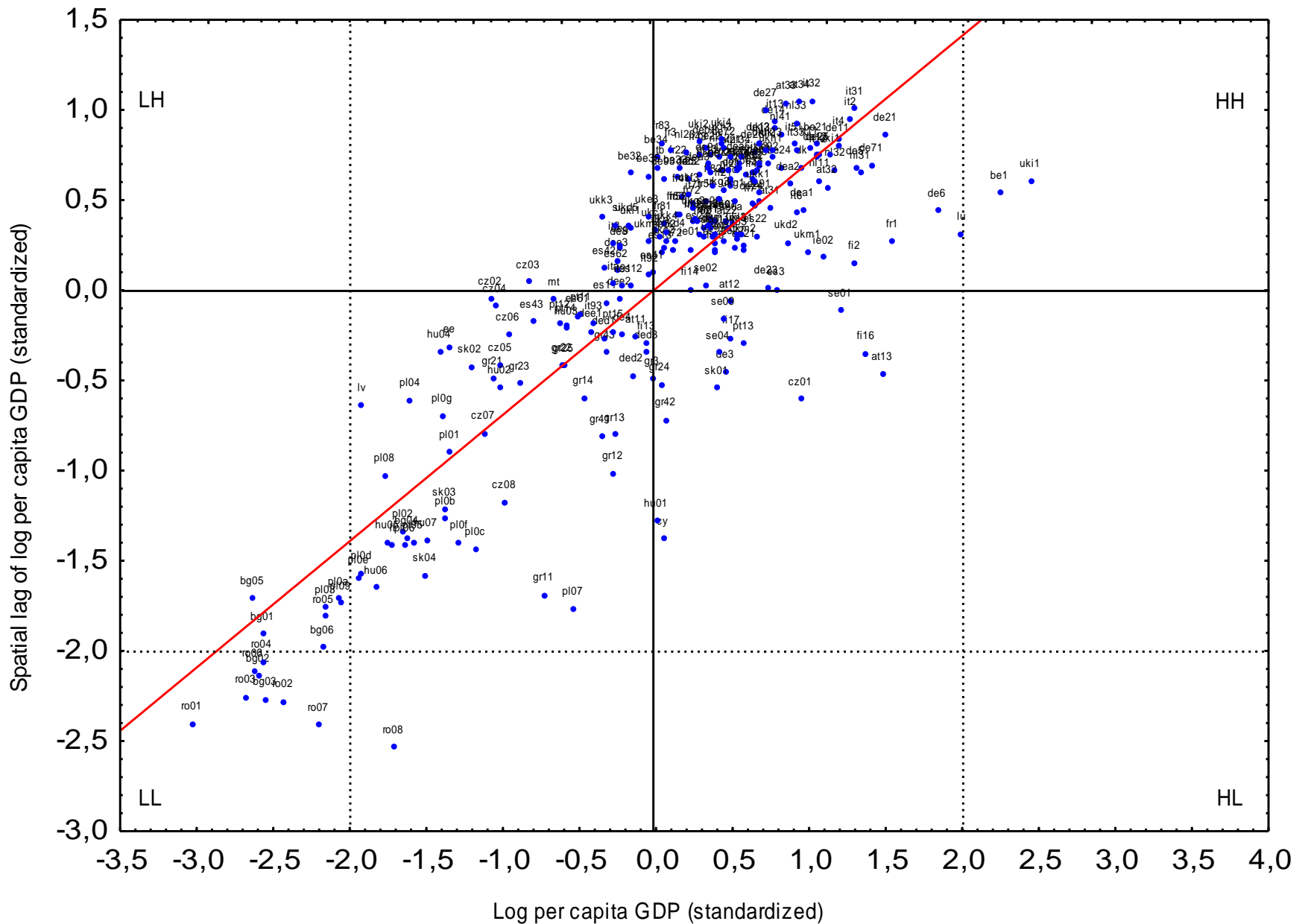
Diagramme de Moran : localisations atypiques



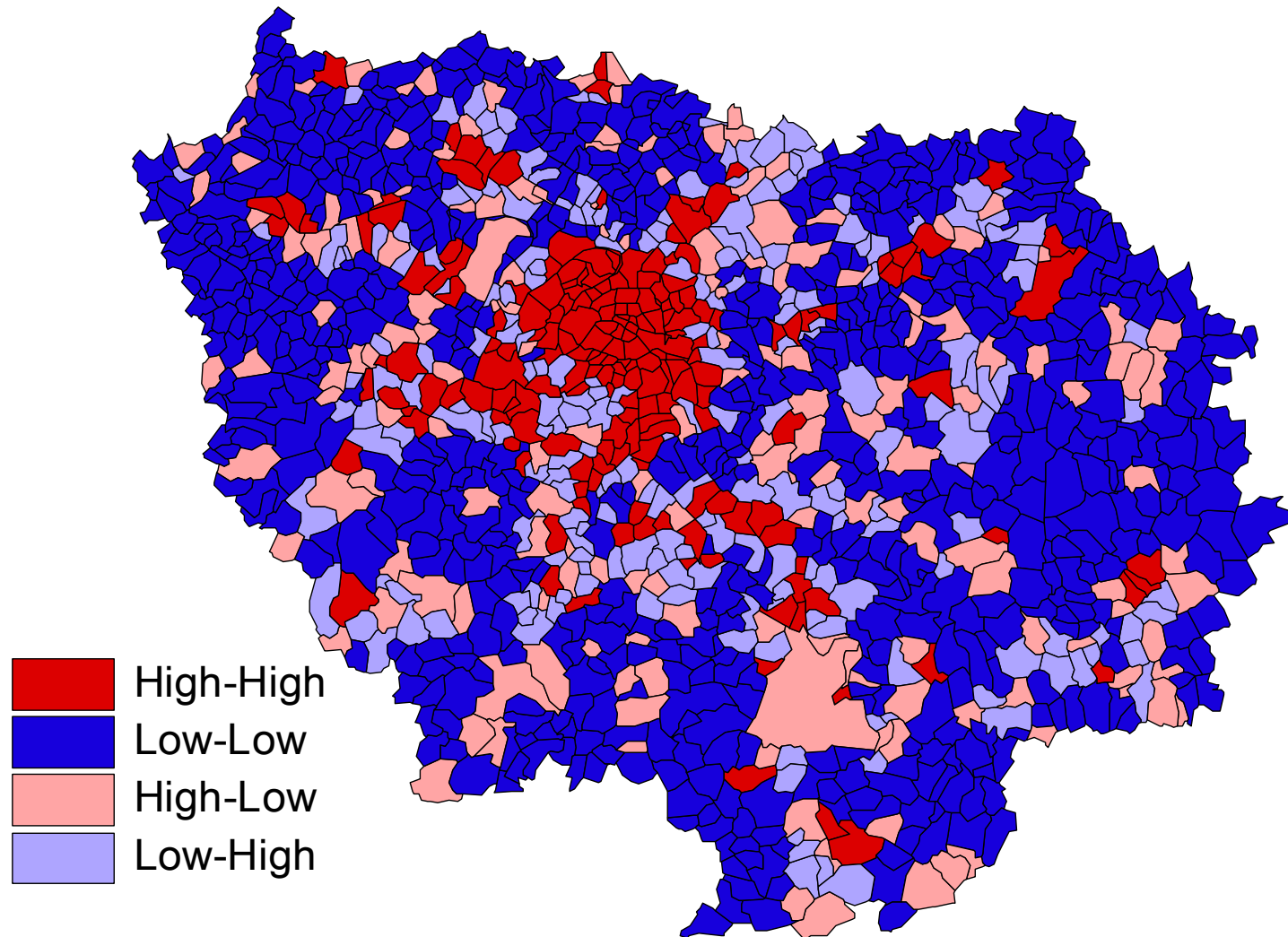
Localisations atypiques par rapport au schéma d'autocorrélation global



Exemple 1a : Diagramme de Moran du PIB par tête en logarithmes et en SPA pour 1995 et pour l'Europe des 27 72

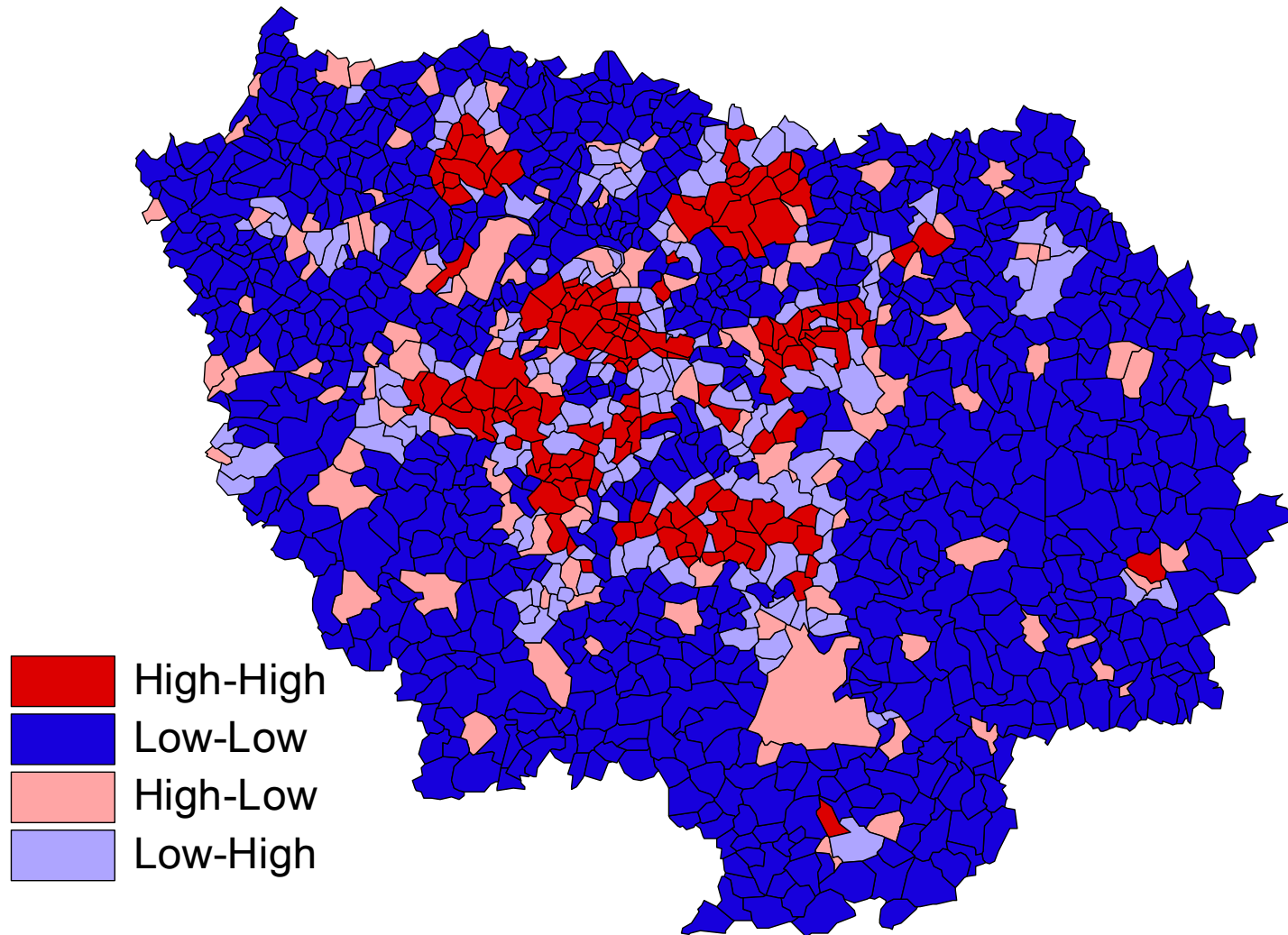


Exemple 1b : Diagramme de Moran du PIB par tête en logarithmes et en SPA pour 2000 et pour l'Europe des 27 73



Exemple 2a : ratio emploi sur population en Ile de France, 1978

Guillain R., Le Gallo J. et Boiteux-Orain C. " Changes in spatial and sectoral patterns of employment in Ile-de-France, 1978-1997 ", *Urban Studies*, 2006, vol. 43, n° 11, pp. 2075-2098



Exemple 2a : ratio emploi sur population en Ile de France, 1997

Guillain R., Le Gallo J. et Boiteux-Orain C. " Changes in spatial and sectoral patterns of employment in Ile-de-France, 1978-1997 ", *Urban Studies*, 2006, vol. 43, n° 11, pp. 2075-2098

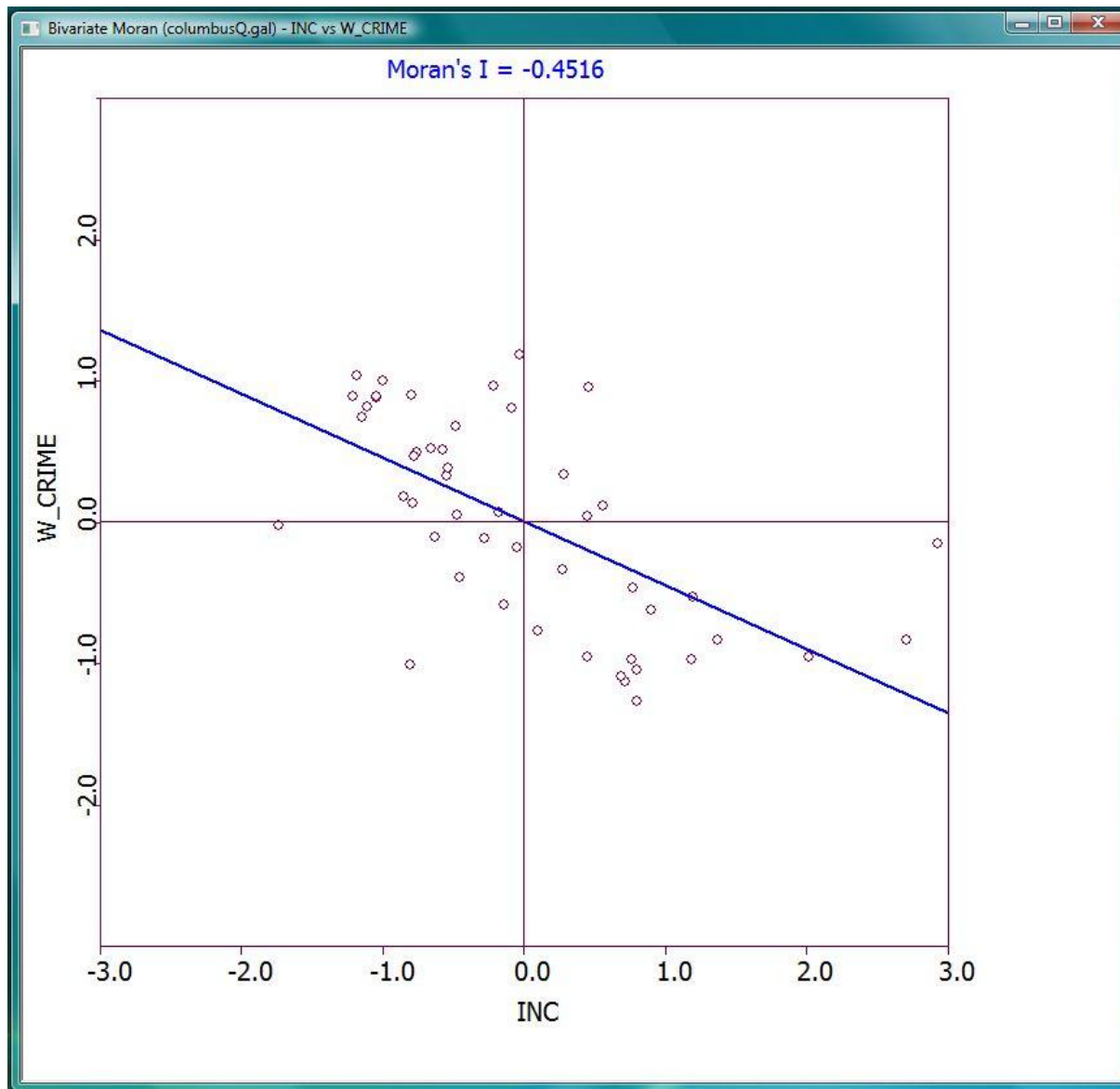
Diagramme de Moran

Extensions

Analyse bivariée / Espace - Temps

- ▶ Extensions du diagramme de Moran
- ▶ Diagramme de Moran généralisé
 - Régression de Wz_2 sur z_1
 - ▶ Les deux variables sont standardisées
 - ▶ Visualisation de la statistique de Moran multivariée (Wartenberg)
 - Test de significativité
 - ▶ Permutation
 - ▶ Enveloppe de permutation (fractiles 2.5% et 97.5% de la distribution de référence)
- ▶ Quatre types d'association
 - HH, LL; HL, LH

Moran bivarié



Distribution de référence du Moran bivarié

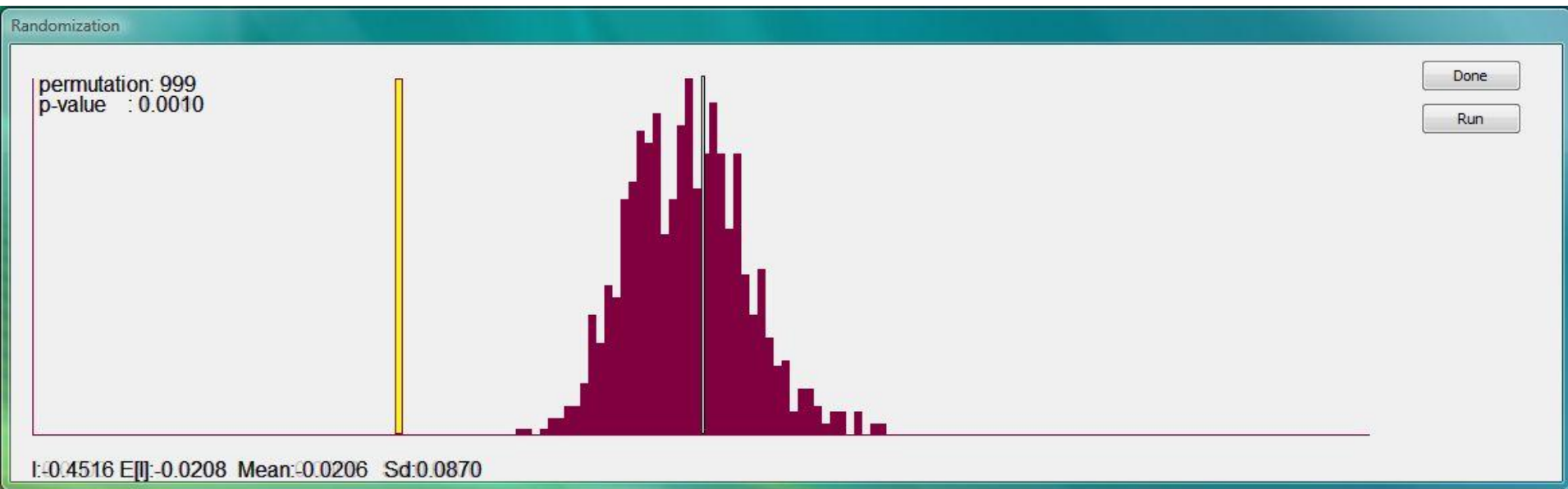
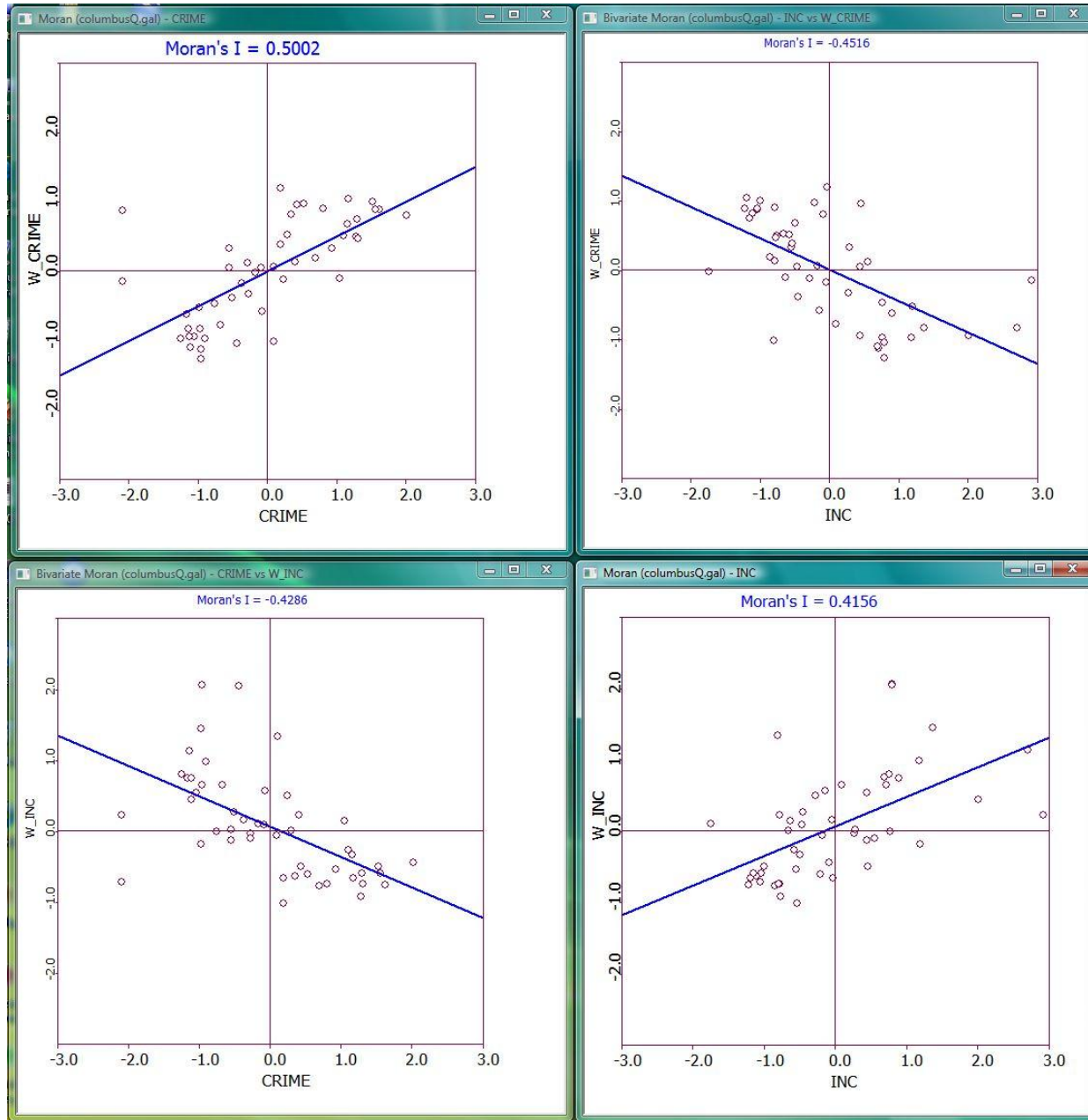


Diagramme de Moran matriciel



Association dans l'Espace-Temps

- ▶ Autocorrélation temporelle
 - z en i,t avec z en $i,t+1$
 - Diagramme standard

- ▶ Autocorrélation spatiale
 - z en i,t avec z en j,t
 - z en $i,t+1$ avec z en $j,t+1$
 - Diagramme de Moran

- ▶ Correlation dans l'espace-temps
 - z en i,t avec z en $j,t+1$
 - Diagramme de Moran bivarié

Diagramme dans l'Espace-Temps

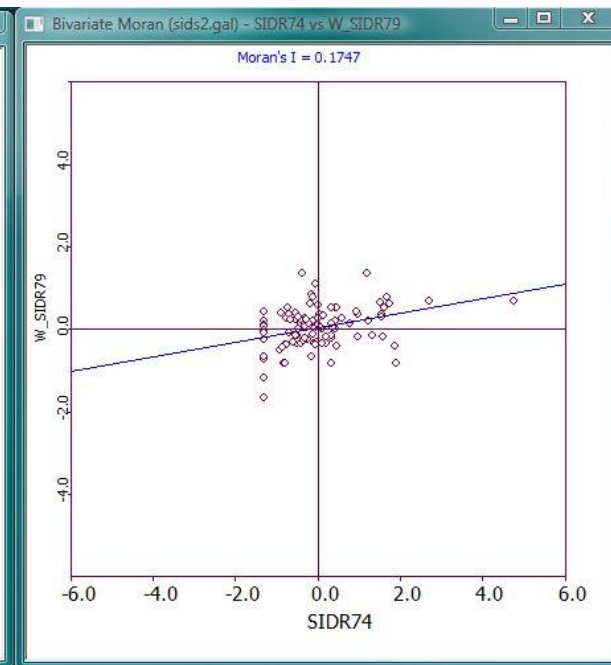
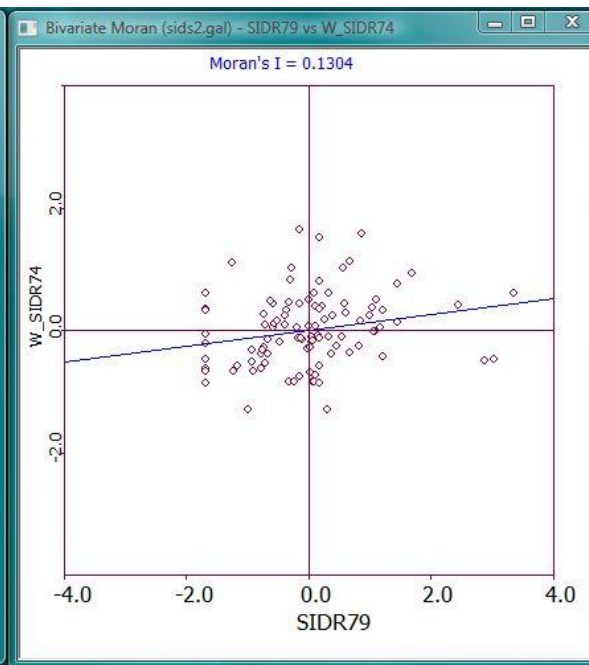
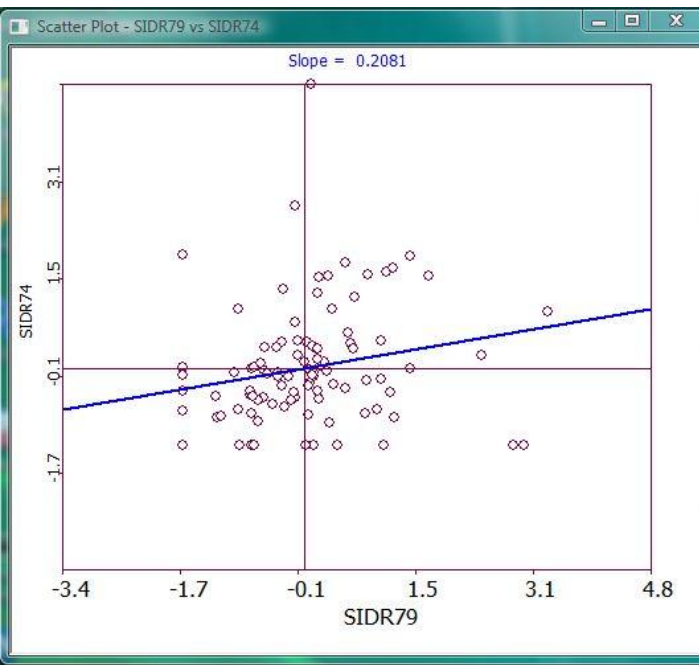


Diagramme standard
 z en i, t avec z en $i, t+1$

Diagramme de Moran
bivarié
 Wz en $t-1$ avec z en t

Diagramme de Moran
bivarié
 Wz en t avec z en $t-1$

Autocorrélation spatiale locale

Principes généraux

Analyse Globale versus Analyse locale

▶ Analyse globale

- La statistique I de Moran caractérise la totalité de l'échantillon
⇒ c'est un indicateur unique du schéma d'autocorrélation globale
- Elle met en évidence une concentration spatiale dans l'échantillon
- Hypothèse d'homogénéité de l'échantillon

▶ Analyse locale

- Statistiques spécifiques à chaque observation/localisation
- Elle met en évidence les localisations atypiques, les poches de non stationnarité locale, les outliers spatiaux comme le diagramme de Moran, mais elle permet de plus d'évaluer leur significativité (inférence statistique)
- Elle met en évidence l'hétérogénéité de l'échantillon

Définition des indicateurs locaux d'association spatiale (LISA)

- ▶ Définition (Anselin, 1995)
 - Permet de mettre en évidence une concentration spatiale significative pour chaque localisation
 - La somme des LISA est proportionnelle à un indicateur global d'association spatiale
- ▶ Version locale des statistiques globales
 - Moran Local

Utilisation des LISA

- ▶ Identifier des « points chauds »
 - Concentration spatiale locale significative en absence d'autocorrélation spatiale globale
 - ▶ quelques complications en présence d'autocorrélation spatiale globale (extra heterogeneity)
 - Outliers locaux significatifs
 - ▶ Valeur élevée entourée de valeurs faibles et vice versa

- ▶ Identifier une instabilité locale
 - déviations locales du schéma global d'autocorrélation spatial