





L'apprentissage des nombres depuis la maternelle : apport théorique


- 
- ✦ « Même si, en matière d'apprentissage, le passé ne prédétermine jamais le futur, il y a des rencontres qu'il vaut mieux réussir ». Rémi Brissiaud, *Premiers pas vers les Maths*




★ 1) Qu'est ce que le nombre et le dénombrement ?

★ Occasions des rencontres des nombres dans la vie quotidienne : prendre le bus 50, tu regardes la 3, suivre la nationale 20, téléphoner au 118 112 (au 18), il fait 37 degré à Tours, ...

★ François Boule : accession des élèves au sens donné au nombre par l'usage bien avant de rencontrer des définitions.

- 
- ✦ Beaucoup d'enfants arrivent à l'école maternelle PS connaissant la suite numérique, sans aucune signification.
 - ✦ Questions suscitées : comment créer le besoin d'utiliser le nombre? Comment orienter un enfant vers la découverte des fonctions de nombre depuis la maternelle ?
 - ✦ Comment adapter des situations à proposer ? Faut-il s'appuyer sur quels principes dans l'apprentissage des nombres. Dénombrement ?

- 
- ✦ Le nombre est un concept mathématique abstrait qui permet de désigner, mémoriser, comparer des quantités et des positions, faire des calculs.
 - ✦ Il peut être considéré comme le représentant d'une quantité, d'une grandeur (avec la mesure des grandeurs continues) ou d'une position.
 - ✦ Le nombre a deux aspects, indissociables dans l'apprentissage : cardinal et ordinal.
 - ✦ L'aspect cardinal est en rapport avec la mesure de quantités discontinues, objets distincts.
 - ✦ Le nombre d'objets dans la collection donnée (le cardinal de cette collection) ne dépend pas de ce qui distingue les objets des uns des autres, et de leur disposition.
 - ✦ L'aspect ordinal est celui qui permet de numéroter des objets dans une suite, de représenter une position, un rang.
 - ✦ Il y a aussi l'aspect nominal (Colé porte le maillot numéro 9 ; Mandanda numéro 30, Rosario 7).



Dénombrer, compter, énumérer et désignation

- ★ Dénombrer une collection d'objets, c'est dire combien d'éléments il y a dans cette collection, déterminer, donner son cardinal.
- ★ Compter, c'est réciter la comptine numérique. On peut compter pour dénombrer (voir comptage numérotage).
- ★ Enumérer : faire un inventaire, parcourir tous les éléments d'une collection sans en oublier, ni compter deux fois les mêmes (voir complémentarité plus loin).
- ★ La désignation est la capacité qu'a un élève à remplacer un objet par un symbole pour conserver en mémoire le cardinal de la collection.




Quantité ? Margolinas et Wokniak

- ★ La quantité n'est pas une caractéristique d'un objet mais d'une collection.
- ★ Comprendre la quantité implique donc de concevoir ce que peut être une collection qui unifie plusieurs objets distincts et conduit à regarder la pluralité comme une entité.
- ★ Elle réunit des unités éparses en un tout pour former, ensemble, un nouvel objet.
- ★ Dans l'enseignement, réaliser des collections équipotentes, donner autant d'objets qu'une autre.
- ★ Varier et faire évoluer les situations problèmes proposés.



Variables didactiques concernant la quantité :

- ★ la nature des objets ;
- ★ le caractère déplaçable ou non de ces objets ;
- ★ le caractère plus au moins identifiable des collections mises en jeu ;
- ★ le type d'association de deux collections : l'élève doit-il placer un oeuf dans un coquetier ou doit-il placer deux ou trois crayons dans un pot ;
- ★ l'éloignement dans le temps et dans l'espace : l'information portant sur la quantité est-elle toujours disponible pour l'élève ou doit-il la mémoriser ?
- ★ le nombre de trajets à effectuer pour réaliser la tâche, ...



Suite d'actions pour dénombrer (Margolinas, Wokniak) :

- ★ 1) distinguer deux collections différents d'un ensemble donné ;
- ★ 2) choisir un élément d'une collection ;
- ★ 3) énoncer le mot nombre ;
- ★ 4) conserver la mémoire de la collection des éléments choisis ;
- ★ 5) concevoir la collection des objets non encore choisis ;
- ★ 6) recommencer (pour la collection des objets non encore choisis) tant que la collection des objets à choisir n'est pas vide ;
- ★ 7) savoir que l'on a choisi le dernier élément.



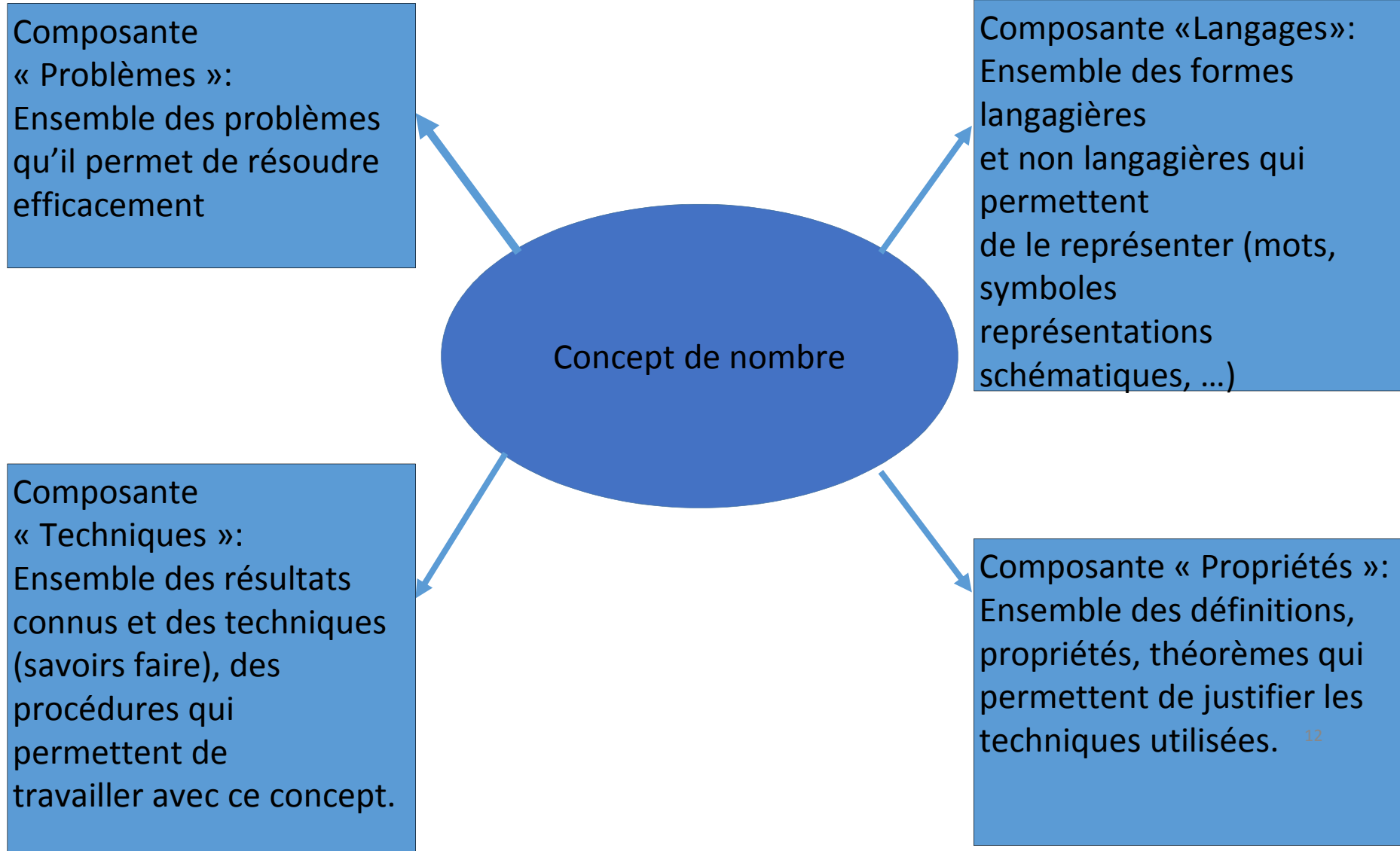
Conditions pour dénombrer Brissiaud :


- ✦ 1) créer mentalement les unités ;
- ✦ 2) les énumérer ;
- ✦ 3) les totaliser ;



Pré-requis nécessaires à la construction de nombre

- ✦ être capable de comprendre ce qu'est une collection d'objets : un ensemble d'objets unis par une propriété commune. La considération que certains objets peuvent avoir des raisons d'être mis ensemble.
- ✦ Maîtriser la notion de conservation, dépasser à inhiber l'illusion « longueur égale nombre », « grande occupation de l'espace égale nombre ».





Utiliser les nombres : à quoi servent-ils et quels problèmes permettent-ils de résoudre efficacement ?

- Type de tâche à faire réaliser aux élèves :
- des problèmes relatifs à des quantités d'objets : exprimer et comparer des quantités, reconnaître ou réaliser des quantités égales, anticiper le résultat d'une action portant sur des quantités, composer les nombres et les décomposer par manipulations effectives puis mentales.
- des problèmes relatifs à des positions dans une liste rangée : exprimer une position, comparer des positions.



- du côté des procédures, Technique :
- maîtriser différents moyens de dénombrement, le subitizing (reconnaissance perceptive immédiate de quantité), le dénombrement par comptage de un en un ;
- être capable de composer et de décomposer des quantités ;
- connaître la suite des nombres (oralement les élèves de niveau GS jusqu'à 30) et lire les nombres écrits en chiffres jusqu'à dix.



Etudier les nombres : propriétés des nombres et procédures à maîtriser

- du côté des propriétés, Technologie : comprendre l'invariance des quantités avec des modifications (disposition spatiale, la couleur, la taille, la forme ou nature des objets). Chaque nombre s'obtient à partir du nombre qui le précède.
- GELMAN et GALLISTEL, s'appuyant sur de réelles difficultés des élèves pour dénombrer, ont mis en évidence cinq principes indispensables au dénombrement par comptage de un en un : le principe d'adéquation unique, le principe cardinal, le principe de non pertinence d'ordre et le principe d'abstraction.




Les principes de GELMAN et GALLISTEL

- 1) Le principe d'adéquation unique : une correspondance entre chaque mot-nombre prononcé et un seul objet de la collection à dénombrer.
- 2) Le principe d'ordre stable : énoncer les mots-nombres dans un ordre strict de la comptine numérique.
- 3) Le principe cardinal : le dernier mot-nombre prononcé est le cardinal de la collection.
- 4) Le principe de non pertinence d'ordre : on peut compter les objets dans n'importe quel ordre.
- 5) Le principe d'abstraction : on peut compter des objets de nature disparate (sans forcément de caractéristiques communes, ni de liens particuliers).




idées de partir des collections témoins Brissiaud

- Pas institutionnaliser trop tôt ce rapport entre récitation et quantité (risque de créer des obstacles très résistants à certains apprentissages ultérieurs).
- Pas systématiser le comptage et le surcomptage
- Faciliter aussi d'autres procédures plus efficaces s'appuyant sur le calcul réfléchi avec utilisation des sommes partielles mémorisées.
- « Compter » est nécessaire mais il est important d'initier précocement d'autres apprentissages, par exemple celui qui utilise les collections-témoins, des compositions et décompositions.

- 
- Les collections témoins : communiquer des quantités (la communication pouvant être non verbale).
 - Le principe de base pour construire ces collections est la correspondance terme à terme, c'est-à-dire une procédure non numérique (faire correspondre par exemple des quantités avec des doigts, des collections de points, pointer un objet et y attribuer un mot-nombre correspondant, ...).

■ Comment communiquer une quantité ?

- Comment les enfants peuvent communiquer la qu
- - dessin de 7 objets avec tous les détails
- - utiliser une collection témoin de la quantité (MS
- - relais des chiffres : le qualitatif fait place au sym
- Mais le perceptif et la correspondance terme à te

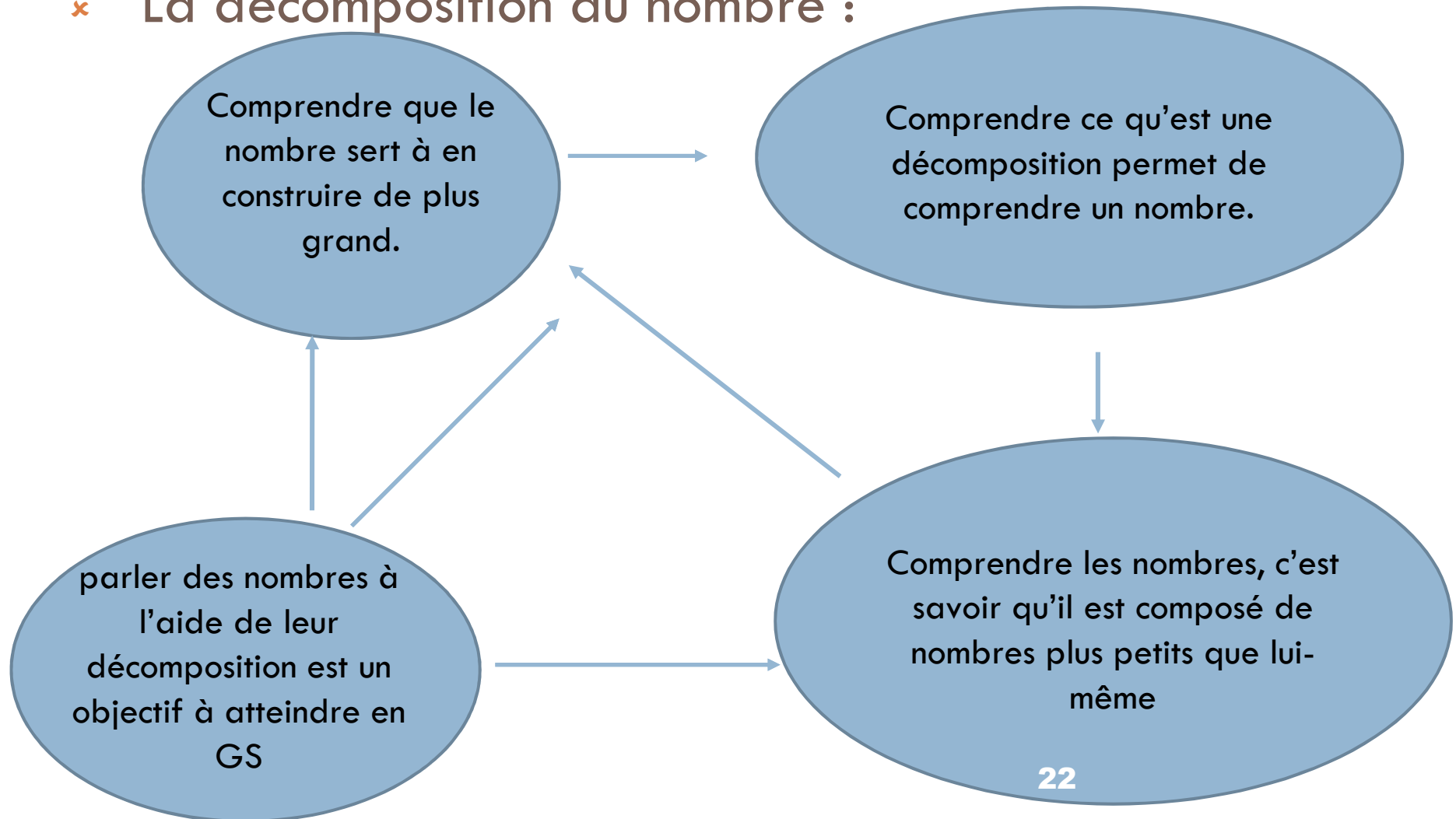
- 
- ★ Quelle utilisation didactique ?
 - ★ désigner une quantité au moyen des doigts pas systématiquement le comptage (enfant de 3 ans capable de donner son âge en montrant une collection de 3 doigts, sans pour autant être capable de la nommer par un mot nombre).
 - ★ utiliser une collection de 3 doigts pour demander : « Je veux ça de bonbons. »
 - ★ adulte : « ça c'est trois » geste d'entourer les trois doigts. initier le comptage, le lien entre quantité, mot nombre.



intérêt didactique

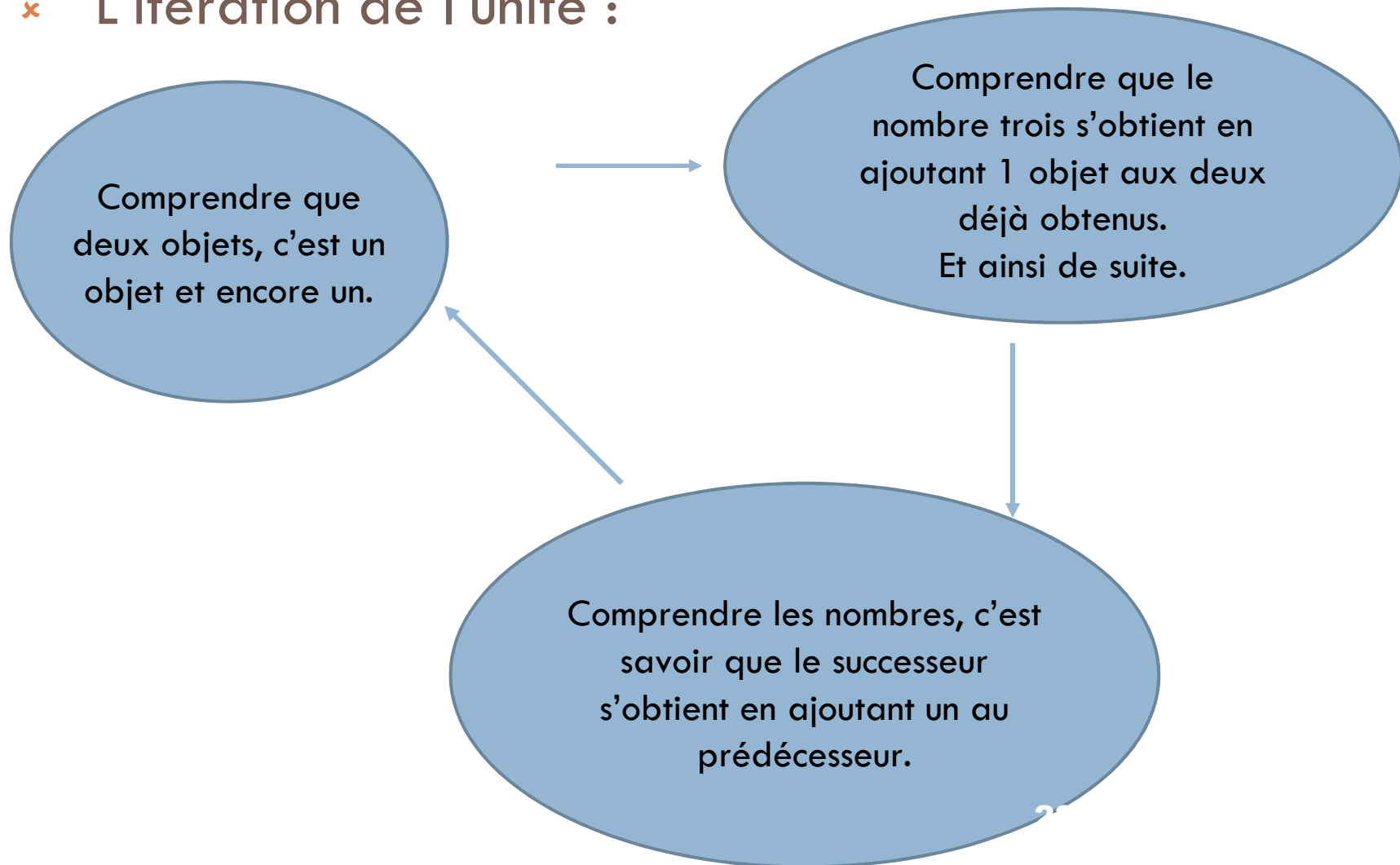
- ★ « Regarde, trois c'est aussi ça : un, deux, trois », en pointant le premier doigt puis en faisant le geste d'entourer les deux doigts et enfin le geste d'entourer les trois doigts.
- ★ On évite la stratégie de pointer les doigts les uns après les autres, afin de bien montrer la relation entre mot-nombre et quantité.
- ★ Quatre actions clés pour mieux construire le nombre : la décomposition, l'itération de l'unité, le comptage-numérotage, le comptage dénombrement.

x La décomposition du nombre :





x L'itération de l'unité :

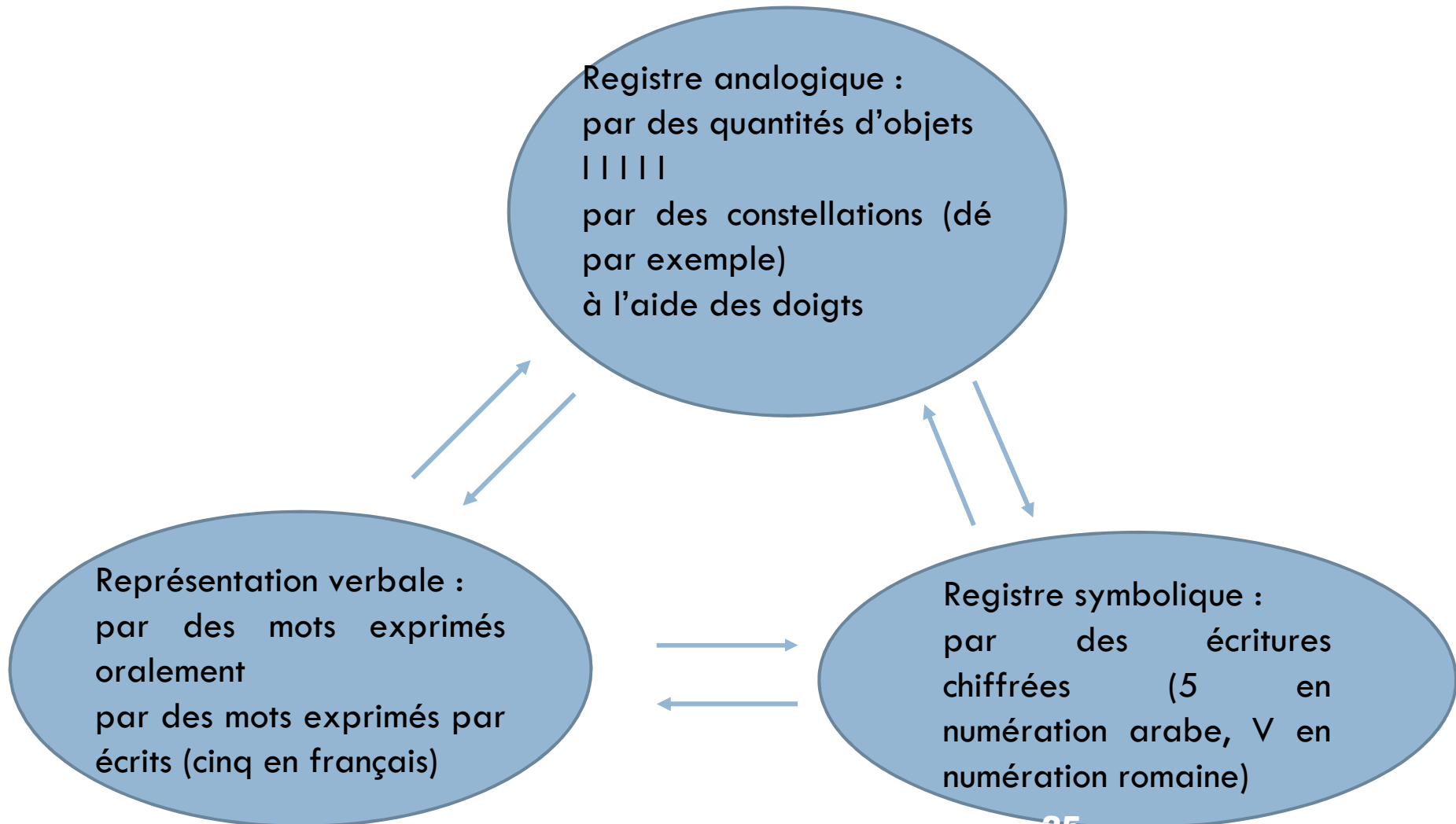




Langage des nombres :

- x Maîtriser les registres de représentation des nombres :
- x les trois registres : analogique, verbal et symbolique ;
- x passage d'un registre à un autre (transcodage) ;
- x Pour M. Fayol, il existerait une relation entre calcul et utilisation des doigts ;
- x Reconnaître les écritures chiffrées : les jeux de cartes traditionnels ; la file numérique, etc.

* Les trois registres :





Compétences attendues en fin de cycle1 (utiliser les nombres) :

- ✘ Evaluer et comparer des collections d'objets avec des procédures numériques ou non numériques ;
- ✘ Réaliser une collection dont le cardinal est donné.
- ✘ Utiliser le dénombrement pour comparer deux deux quantités, pour constituer une collection d'une taille donnée ou pour réaliser une collection de quantité égale à la collection proposée.
- ✘ Utiliser le nombre pour exprimer la position d'un objet ou d'une personne dans un jeu, dans une situation organisée, sur un rang ou pour comparer des positions.
- ✘ Mobiliser les symboles analogiques, verbaux ou écrits, conventionnels ou non conventionnels pour communiquer des informations orales et écrites sur une quantité.



Compétences attendues en fin de cycle1 (étudier le nombre) :

- ✘ Avoir compris que le cardinal ne change pas si on modifie la disposition spatiale ou la nature des éléments.
- ✘ Avoir compris que tout nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent et que cela correspond à l'ajout d'une unité à la quantité précédente.
- ✘ Quantifier des collections jusqu'à dix au moins ; les composer et les décomposer par manipulations effectives puis mentales.



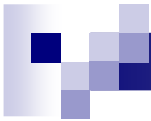
Compétences attendues en fin de cycle1 (étudier le nombre) :

- x Dire combien il faut ajouter ou enlever pour obtenir des quantités ne dépassant pas dix.
- x Parler des nombres à l'aide de leur décomposition.
- x Dire la suite des nombres jusqu'à trente. Lire les nombres écrits en chiffres jusqu'à dix.



Analyse de dossier : exercice

- ✦ On propose un jeu en Grande Section de maternelle, inspiré du matériel Math en herbe collection Diagonale, éditions Nathan :
- ✦ Matériel : jeu de 52 cartes sans les figures (valet, dame, roi, joker).
- ✦ Règle du jeu :
- ✦ On joue à 2, 3 ou 4 joueurs.
- ✦ On distribue 5 cartes par enfant et le reste constitue la « pioche ».
- ✦ On retourne la première carte de la pioche et on la pose sur la table. Le but du jeu est d'aligner, dans l'ordre des nombres et sans nombre « sauté », le plus possible de cartes de la même famille (pique, coeur, ...). Le premier joueur qui n'a plus de cartes a gagné.
- ✦ Chaque joueur essaie à son tour de compléter la suite des cartes jouées en plaçant des cartes de son jeu, dans l'ordre, à droite ou à gauche. Il pose toutes les cartes possibles qu'il a dans son jeu. S'il ne peut pas poser de carte, il a le droit de prendre une seule carte dans la pioche pour essayer de poser une carte.
- ✦ Lorsque une famille est complète (de 1 à 10), on la retire et on retourne une nouvelle carte de la pioche.



- ✦ 1) Quel aspect du nombre ce jeu permet-il de mettre en évidence ?
- ✦ 2) Citez deux procédures permettant à un joueur de choisir et de placer correctement une de ses cartes et énoncez les compétences élémentaires qui sont indispensables à la mise en oeuvre correcte de chacune de ces procédures.
- ✦ 3) Citez trois erreurs qu'un élève peut commettre en comptant les éléments qui figurent sur une carte.
- ✦ 4) Identifier deux difficultés que les élèves peuvent éprouver au cours de ce jeu.
 - ✦ a) Décrivez et analysez chacune de ces difficultés.
 - ✦ b) Pour chacune de ces difficultés, citer une aide matérielle que l'enseignant peut proposer à l'élève. Préciser l'utilisation de cette aide.
- ✦ 5)
 - ✦ a) Formulez un objectif que l'enseignant pourrait viser au cours du jeu.
 - ✦ b) Proposer une situation différente permettant de développer ce même objectif.



Quelques éléments de bibliographie

- Barouillet P et Camos V, La cognition mathématique chez l'enfant, Solal, 2006.
- Brissiaud R., Premiers pas vers les maths : les chemins de la réussite à l'école maternelle : Paris, 2007.
- Charnay R., comment enseigner les nombres entiers et la numération décimale, Hatier, 2013.
- Fayol M., L'enfant et le nombre, Delachaux et Niestlé, 1997.
- Margolinas C., Wozniak F. Le nombre à l'école maternelle une approche didactique. Bruxelles (De Boeck) : 2012.
- Le programme de l'école maternelle publié au BO spécial n°2 du 26 mars 2015.