# Du côté des **FONCTIONS**, avec, *en plus*, un premier petit tour du côté de la **PROPORTIONNALITE**

## EXERCICE 1

On se place dans un repère orthonormal, d'unité le centimètre.

On note $f$, $g$ et $h$ les trois fonctions définies sur $\mathbb{R}$, respectivement par $f(x) = 2{,}25x$, $g(x) = 4{,}5x + 6$ et $h(x) = -2x - 7$. Préciser la nature de chacune de ces fonctions. Tracer les représentations graphiques (**d**), (**d'**) et (**d''**) de ces trois fonctions dans le repère. On donne le point **A** tel que **A** ait pour abscisse 4 et pour ordonnée 5. Le point **A** appartient-il à une des trois représentations graphiques de ces fonctions. Justifier. Calculer les coordonnées du point **B**, point d'intersection des droites (**d'**) et (**d''**).

## EXERCICE 2

Soit **ABCD** un trapèze rectangle de hauteur **AD** = 4cm, de bases **AB** = 4cm et **CD** = 7cm, et soit **M** un point du segment **[AD]**. On pose **DM** = $x$ cm.

**1.** Évaluer, en fonction de $x$, les mesures $A_1$ et $A_2$ des aires du triangle (**CDM**) et du quadrilatère (**ABCM**) (*mesures exprimées en cm²*).

**2.** Représenter sur papier millimétré les variations de ces deux aires quand **M** varie sur le segment **[AD]**. *Choix des unités* : 4cm sur l'axe des abscisses (*longueurs en cm*) et 1cm sur l'axe des ordonnées (*aires associées en cm²*).

**3.** Graphiquement, puis par le calcul, déterminer **M** pour que $A_1 = A_2$.

## EXERCICE 3

Deux échelles de repérage de la température sont principalement utilisées dans le monde : l'échelle *Celsius* et l'échelle *Fahrenheit*.

La température de la glace fondante correspond à 0 degré Celsius (0°C) et à 32 degrés Fahrenheit (32°F).
La température d'ébullition de l'eau correspond à 100°C et à 212°F.
Les deux échelles sont régulières.

**1.** Reproduire sur la copie sous forme d'un schéma le tube de thermomètre figurant page suivante.

Sur une partie sont indiquées les graduations de l'échelle Celsius de 10 en 10, entre – 50°C et 100°C.

- Indiquer, sur l'autre partie du tube, les valeurs correspondantes de l'échelle Fahrenheit. Expliciter votre démarche.
- Existe-t-il une relation de proportionnalité entre les deux suites de nombres figurant sur votre dessin (échelle Fahrenheit et échelle Celsius) ? Justifier.

Soit $t$ la valeur en °C d'une température, et $T$ la valeur en °F de la même température. On admet qu'il existe entre $T$ et $t$ une relation de la forme $T = \mathbf{a} \times t + \mathbf{b}$. Montrer que : $T = 1{,}8t + 32$.

**2.** Le thermomètre indique 25°C.

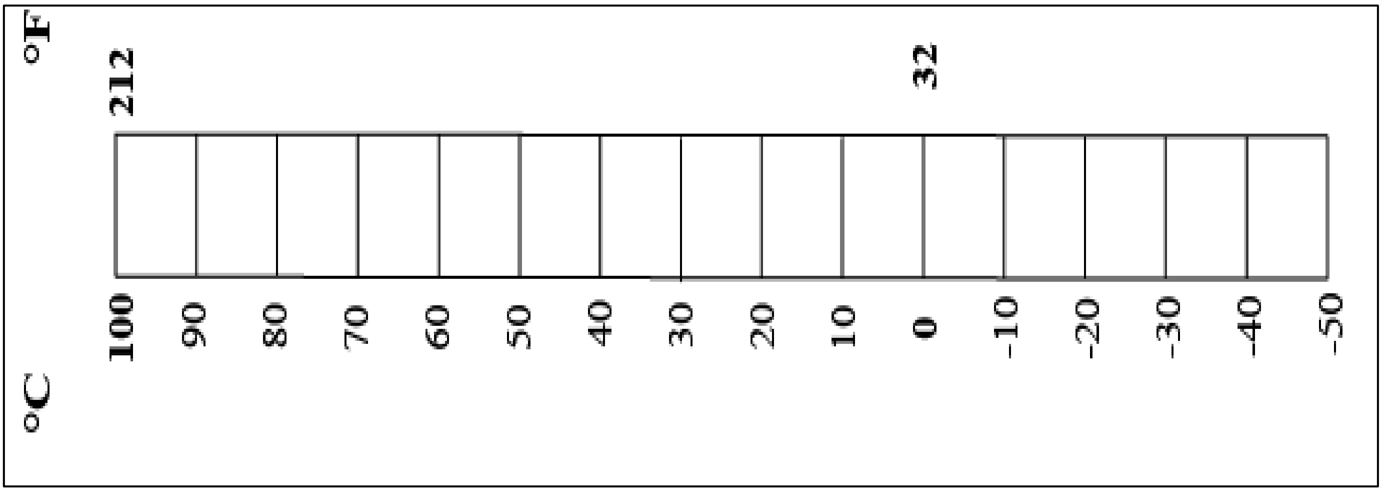
- Calculer la valeur correspondante en °F.
- Expliquer comment vous pouvez vérifier ce résultat sur votre dessin.

**3.** Calculer la température à laquelle les deux échelles donnent la même valeur. Vérifier ce résultat sur le dessin.

*Item supplémentaire.*

Tracer dans un même repère les droites (**d**) et (**d'**) d'équations respectives $y = 1{,}8x + 32$ et $y = \frac{x}{1{,}8} - \frac{32}{1{,}8}$.

*Le thermomètre représenté ci-dessous l'est « en longueur » pour la commodité de la mise en page.*




## EXERCICE 4

Une barre de fer mesure deux mètres de long à la température de 10°C. Quand la température augmente, la barre se dilate (*elle s'allonge*) proportionnellement à l'accroissement de la température. Sachant que la même barre mesure 2,01 mètres à la température de 20°C, quelle est sa longueur aux températures suivantes : – 10°C ; 0°C ; 5°C et 15°C.

## EXERCICE 5

Une loi (*pas encore abrogée à la connaissance de* ***PW*** *!*) parue au Journal Officiel du 25 juin 1976, règlemente la vitesse indiquée par les compteurs kilométriques des automobiles :

*On doit toujours avoir entre la vitesse lue (**VL**) sur le cadran et la vitesse réelle (**VR**), la relation suivante :*

- *la vitesse lue **VL**, en km/h, ne doit jamais être inférieure à la vitesse réelle **VR** ;*
- *la vitesse lue **VL** ne doit pas excéder de plus de 4km/h la vitesse réelle **VR** augmentée de 10 %.*

**1.** Donner un encadrement de ***VL*** en fonction de ***VR***.

**2.** Représenter dans un même repère, sur votre copie, les droites (**d**) d'équation $y = x$ et (**d'**) d'équation $y = 1{,}1x + 4$ pour des valeurs de $x$ positives. Quelle interprétation peut-on donner de ces deux droites ? (*Indication. Pour « voir quelque chose », il convient de choisir correctement les unités sur les axes : nécessité de quelques essais, on ne trouve pas les « bons » axes du premier coup !*).

**3.** Par une méthode de calcul, répondre aux questions suivantes :

**a)** Pour des vitesses réelles de 90km/h, 100km/h, donner un encadrement des vitesses lues possibles.

**b)** Pour des vitesses lues de 70km/h, 150km/h, donner un encadrement des vitesses réelles possibles.

**4.** En utilisant la représentation graphique, répondre aux questions suivantes (en laissant apparente la procédure utilisée) :

**a)** Pour une vitesse réelle de 50km/h, donner un encadrement de la vitesse lue possible.

**b)** Pour une vitesse lue de 80km/h, donner un encadrement de la vitesse réelle possible.

## EXERCICE 6

- Quelles sont les situations pour lesquelles il y a ***proportionnalité*** entre les variables indiquées (mettant en jeu des ***grandeurs***, dans la plupart des cas).

| | | | |
|---|---|---|---|
| **(1)** Colis Postaux : masse et tarif. | **(2)** Disque : diamètre et périmètre. | **(3)** Cylindre : longueur et volume. | **(4)** Individu : taille et poids. |
| **(5)** Ressort : poids et allongement. | **(6)** Plaque de métal : poids et aire. | **(7)** Entier : nombre et somme des chiffres. | **(8)** Carré : côté et périmètre. |
| **(9)** Carré : côté et aire. | **(10)** Rectangles de longueur constante : largeur et aire. | **(11)** Rectangles de périmètre constant : longueur et largeur. | **(12)** Gaz de ville : tarif et consommation. |
| **(13)** Rectangles d'aire constante : longueur et largeur. | **(14)** Déclaration de revenus : revenus et montant de l'impôt. | **(15)** Soldes : prix initial et prix à payer. | **(16)** Disque : aire et carré du diamètre. |
| **(17)** Boule : volume et carré du rayon. | **(18)** Parcours (distance fixe) : durée et vitesse (moyenne). | **(19)** Parcours (vitesse donnée) : distance et durée. | **(20)** Parcours (durée donnée) : distance et vitesse (moyenne). |

- Après avoir étudié le tableau ci-dessus, quelle(s) représentation(s) ou conception(s) ou « idée(s) » fausse(s) peut-on ainsi invalider ?

## EXERCICE 7

Dans un jeu, des enfants utilisent le système d'échanges suivant :

✓ Pour 18 " *gops* ", on obtient 30 " *kopémons* ".
✓ Pour 30 " *gops* ", on obtient 38 " *llebis* ".

Question : Combien obtient-on de " *llebis* " en échange de 75 " *kopémons* " ?

## EXERCICE 8

Le tableau ci-dessous contient douze étiquettes représentant, pour la plupart, des grandeurs. Il s'agit de produire quatre formules liant trois grandeurs homogènes entre elles. Donner les trois égalités, en les accompagnant des bonnes unités.

| | | |
|---|---|---|
| *Etiquette 1* : distance réelle (en ?). | *Etiquette 5* : volume écoulé (en ?). | *Etiquette 9* : vitesse moyenne (en ?). |
| *Etiquette 2* : capital placé (en ?). | *Etiquette 6* : taux de placement. | *Etiquette 10* : échelle de la carte. |
| *Etiquette 3* : durée parcours (en ?). | *Etiquette 7* : distance sur carte (en ?) | *Etiquette 11* : débit moyen (en ?). |
| *Etiquette 4* : durée de l'écoulement (en ?) | *Etiquette 8* : distance parcourue (en ?) | *Etiquette 12* : intérêt du capital (en ?). |

## EXERCICE 9

*Les quatre items de cet exercice sont indépendants.*

- Un chef d'entreprise **P** (*comme Picsou*) partage une prime d'un montant de 9405 euros entre trois employés **A**natole, **B**asile et **C**asimir, proportionnellement à leur ancienneté dans l'entreprise : respectivement 3 ans, 4 ans et 8 ans.

*Question* : déterminer le montant de la prime de chacun des trois employés.

- Lors d'une élection, trois listes **A**, **B** et **C** sont en présence. Le tableau ci-dessous donne les informations chiffrées :

| | Voix obtenues | Pourcentages |
|---|---|---|
| Liste **A** | 2362 | |
| Liste **B** | | 25% |
| Liste **C** | 5522 | |

*Question* : compléter ce tableau.

- D'une somme initiale d'une valeur de 360 euros, j'en dépense les deux tiers, puis 80% du reste. Quel pourcentage de la somme initiale représente ma dépense totale ?

- Quel capital faut-il placer à intérêts simples au taux annuel (*surréaliste !*) de 20% pour pouvoir disposer d'un capital de 5000 euros au bout de trois ans ?

## EXERCICE 10

*Les trois items de cet exercice sont indépendants.*

- Une certaine année, le taux de TVA est passé de 20,6% à 19,6%. Une voiture coûtait, TTC, 8385 euros avant la baisse de la TVA. Calculer son nouveau prix. Peut-on dire que le prix de la voiture a effectivement baissé de 1% ?

- Trois machines identiques, tournant à plein régime, permettent de fabriquer 21 000 bouteilles en 5 jours. *Question* : Combien de jours faudrait-il pour que 7 machines identiques travaillant dans les mêmes conditions fabriquent 88 200 bouteilles ?

- (***D'après Rallye Mathématique du Centre***). Le compteur de vitesse d'une voiture « exagère » de 10 %. Quand il indique une vitesse de 100km/h, quelle est la vitesse « réelle » (en km/h) de la voiture. Choisir parmi les cinq propositions suivantes et justifier ce choix.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $V = (91 + \frac{1}{11})$km/h. | $V = 110$km/h. | $V = 90$km/h. | $V = (110 + \frac{1}{9})$km/h. | $V = (90 + \frac{10}{11})$km/h. |

# *Quelques PISTES de CORRECTION*

## EXERCICE 1

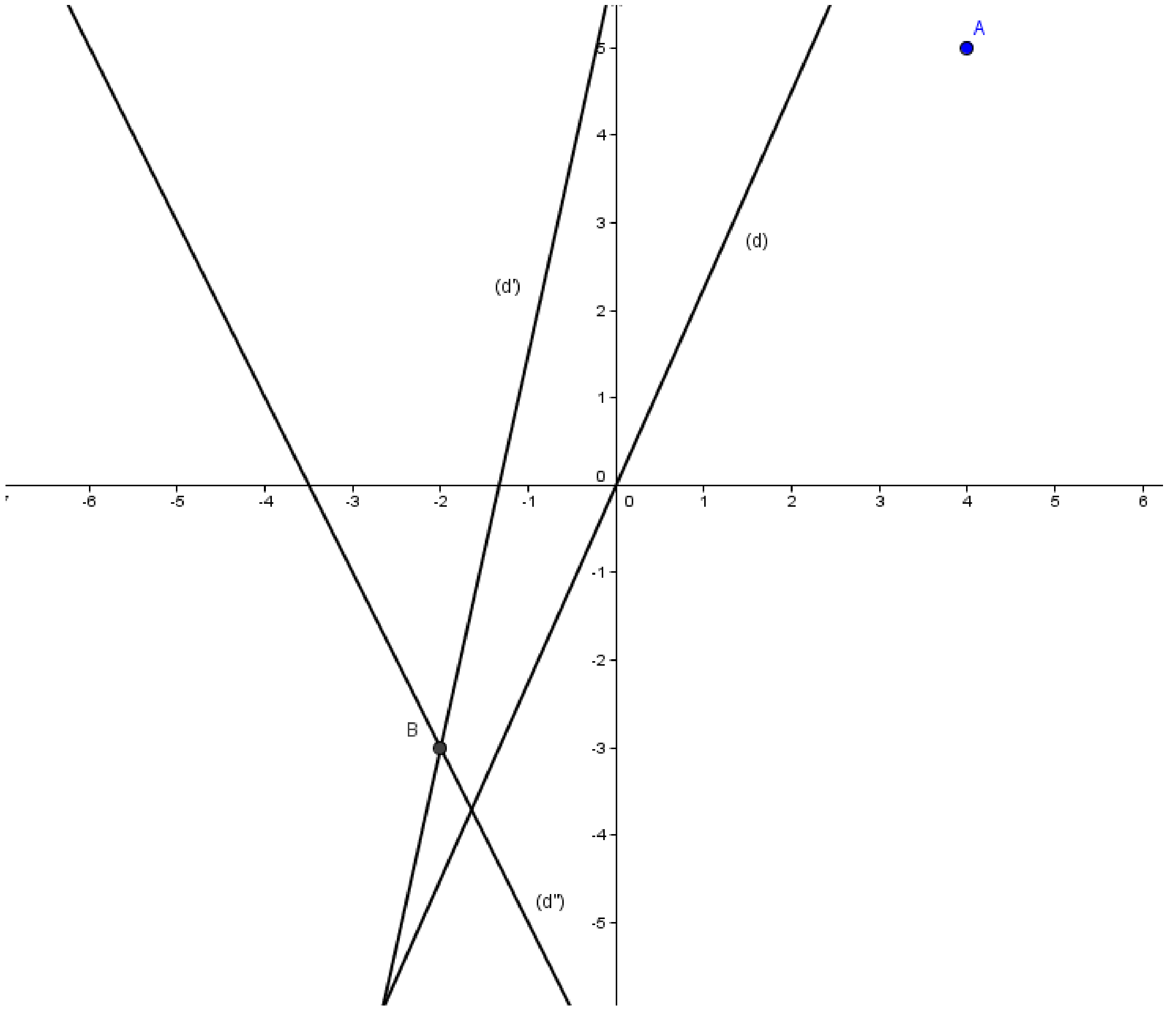
La fonction $\boldsymbol{f}$ est une fonction linéaire, de coefficient directeur : 2,25. Cette fonction est croissante sur $\mathbb{R}$, car 2,25 > 0. La représentation graphique de la fonction $\boldsymbol{f}$ est une droite passant par l'origine du repère. Elle se nomme (**d**) dans l'exercice.

Les fonctions $\boldsymbol{g}$ et $\boldsymbol{h}$ sont des fonctions affines. Le coefficient directeur de la fonction $\boldsymbol{g}$ est le nombre 4,5 et l'ordonnée à l'origine de la fonction $\boldsymbol{g}$ est le nombre 6. Cette fonction est croissante sur $\mathbb{R}$ (4,5 > 0). La représentation graphique de la fonction $\boldsymbol{g}$ est une droite, non parallèle aux axes du repère. Le coefficient directeur de la fonction $\boldsymbol{h}$ est le nombre – 2 et l'ordonnée à l'origine de la fonction $\boldsymbol{h}$ est le nombre – 7. Cette fonction est décroissante sur $\mathbb{R}$, car – 2 < 0. Sa représentation graphique est une droite, non parallèle aux axes du repère. Les deux droites se nomment (**d'**) et (**d''**) dans l'exercice.

Comment tracer une droite, représentation graphique d'une fonction linéaire ? Idem pour le représentation graphique d'une fonction affine ? De façon habituelle, on choisit deux valeurs pour l'abscisse, puis on calcule la valeur prise par la fonction pour chaque valeur choisie. On obtient les coordonnées de deux points. L'axiome d'Euclide permet d'affirmer que la droite passant par ces deux points est la représentation graphique de la fonction.

On a **A**(4 ; 5) ; $2{,}25 \times 4 = 9 \neq 5$, donc A $\notin$ (**d**) ; $4{,}5 \times 4 + 6 = 24 \neq 5$, donc **A** $\notin$ (**d'**) ; $-2 \times 4 - 7 = -15 \neq 5$, donc **A** $\notin$ (**d''**).

Coordonnées du point d'intersection des droites (**d'**) et (**d''**). Tout d'abord, ces deux droites ne sont pas parallèles (*coefficients directeurs distincts*). On résout alors l'équation : $4{,}5\boldsymbol{x} + 6 = -2\boldsymbol{x} - 7$, la solution de cette équation donne l'abscisse du point d'intersection, il ne reste plus qu'à calculer son ordonnée. Il reste à étudier comment obtenir l'équation d'une droite dans un repère, connaissant les coordonnées de deux des points de cette droite.



## EXERCICE 2

Le triangle **CDM** est rectangle en **D** donc son aire est, en cm², $\mathbf{A_1} = \dfrac{DC \times DM}{2}$ donc :

$\boxed{\mathbf{A_1} = 3{,}5\boldsymbol{x}}$

L'aire $\mathbf{A_2}$ du quadrilatère **ABCM** est égale à l'aire du trapèze **ABCD** moins l'aire du triangle **CDM**.

L'aire du trapèze **ABCD** est, en cm², $\dfrac{(AB + DC) \times AD}{2} = 22$ d'où $\boxed{\mathbf{A_2} = 22 - 3{,}5\boldsymbol{x}}$ (en cm²).

Chacune de ces aires est (~~la restriction d'~~) une fonction affine dans l'intervalle [0 ; 4] : les représentations sont donc des segments de droite, notées ($\mathbf{D_1}$) et ($\mathbf{D_2}$).
La droite ($\mathbf{D_1}$) passe par les points de coordonnées (0 ; 0) et (4 ; 14), tandis que la droite ($\mathbf{D_2}$) passe par les points de coordonnées (0 ; 22) et (4 ; 8).

(*Graphique non fait dans ce corrigé : respecter les unités demandées !*)

Graphiquement, on « voit » que les droites se coupent en un point de coordonnées $\boxed{(\boldsymbol{x_0}\ ,\ 11) \text{ avec } \boldsymbol{x_0} \approx 3{,}2}$. Donc $\mathbf{A_1} = \mathbf{A_2}$ lorsque **M** est placé à $\boldsymbol{x_0}$ cm du point **D**. Par le calcul, on sait que les deux aires seront égales lorsque chacune vaudra la moitié de celle du trapèze, donc quand on aura $\boldsymbol{A_1} = 11$, ce qui donne $\boxed{\boldsymbol{x_0} = \dfrac{22}{7}}$.

## EXERCICE 3

**1) a)** Thermomètre bien complété côté °C et côté °F
<u>Correspondances entre les graduations</u> : comme les graduations sont régulières, à une différence de 100°C (100°C – 0°C) correspond une différence de 180°F (212°F – 32°F) et à une différence de 10°C correspond une différence de 18°F.
On obtient le tableau suivant :

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Deg °**C** | 100 | 90 | 80 | 70 | 60 | 50 | 40 | 30 | 20 | 10 | 0 | – 10 | – 20 | – 30 | – 40 | – 50 |
| Deg °**F** | 212 | 194 | 176 | 158 | 140 | 122 | 104 | 86 | 68 | 50 | 32 | 14 | – 4 | – 22 | – 40 | – 58 |

**1) b)** Relation de proportionnalité ?
Non, il n'existe pas de relation de proportionnalité car à 0°**C** ne correspond pas 0°**F**. Cela suffit !
On peut aussi argumenter en disant que cette relation ne respecte pas l'une des deux propriétés de linéarité :
$f(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \neq f(\mathbf{a}) + f(\mathbf{b})$ : $f(20 + 30) = f(50) = 122$ et $f(20) + f(30) = 68 + 86 = 154$, $122 \neq 154$.
$f(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \neq \mathbf{a} \times f(\mathbf{b})$: $f(2 \times 10) = f(20) = 68$ et $2 \times f(10) = 2 \times 50 = 100$, $68 \neq 100$.
On peut aussi utiliser les fameux « produits en croix », comme par exemple $100 \times 194 = 19400 \neq 19080 = 90 \times 212$.

**2)** Montrer que $\mathbf{T} = 1{,}8\boldsymbol{t} + 32$
On admet que $\mathbf{T} = \mathrm{a}\boldsymbol{t} + \mathrm{b}$, avec $\boldsymbol{t}$ la valeur en °**C** et **T** la valeur en °**F**. On a alors : pour $\boldsymbol{t} = 100$, on a $\mathbf{T} = 212$ et pour $\boldsymbol{t} = 0$, on a $\mathbf{T} = 32$
D'où le système d'équations du premier degré à deux inconnues :

$$\begin{cases} 212 = 100\,a + b \\ 32 = 0\,a + b \end{cases} \qquad \begin{cases} a = \dfrac{212 - 32}{100} \\ b = 32 \end{cases} \qquad \begin{cases} a = 1{,}8 \\ b = 32 \end{cases}$$

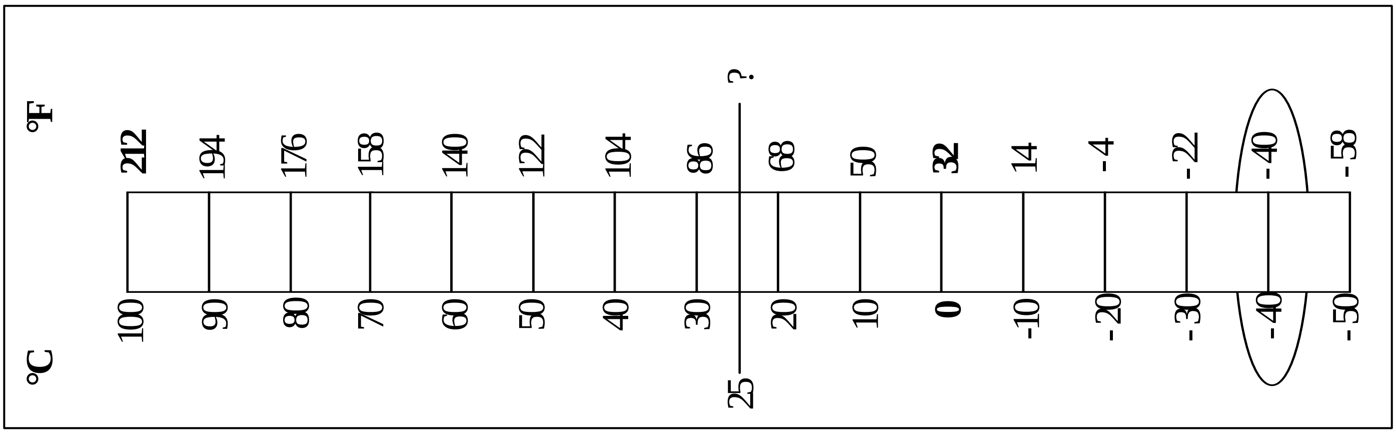
On obtient : $\mathbf{T = 1{,}8\boldsymbol{t} + 32}$.

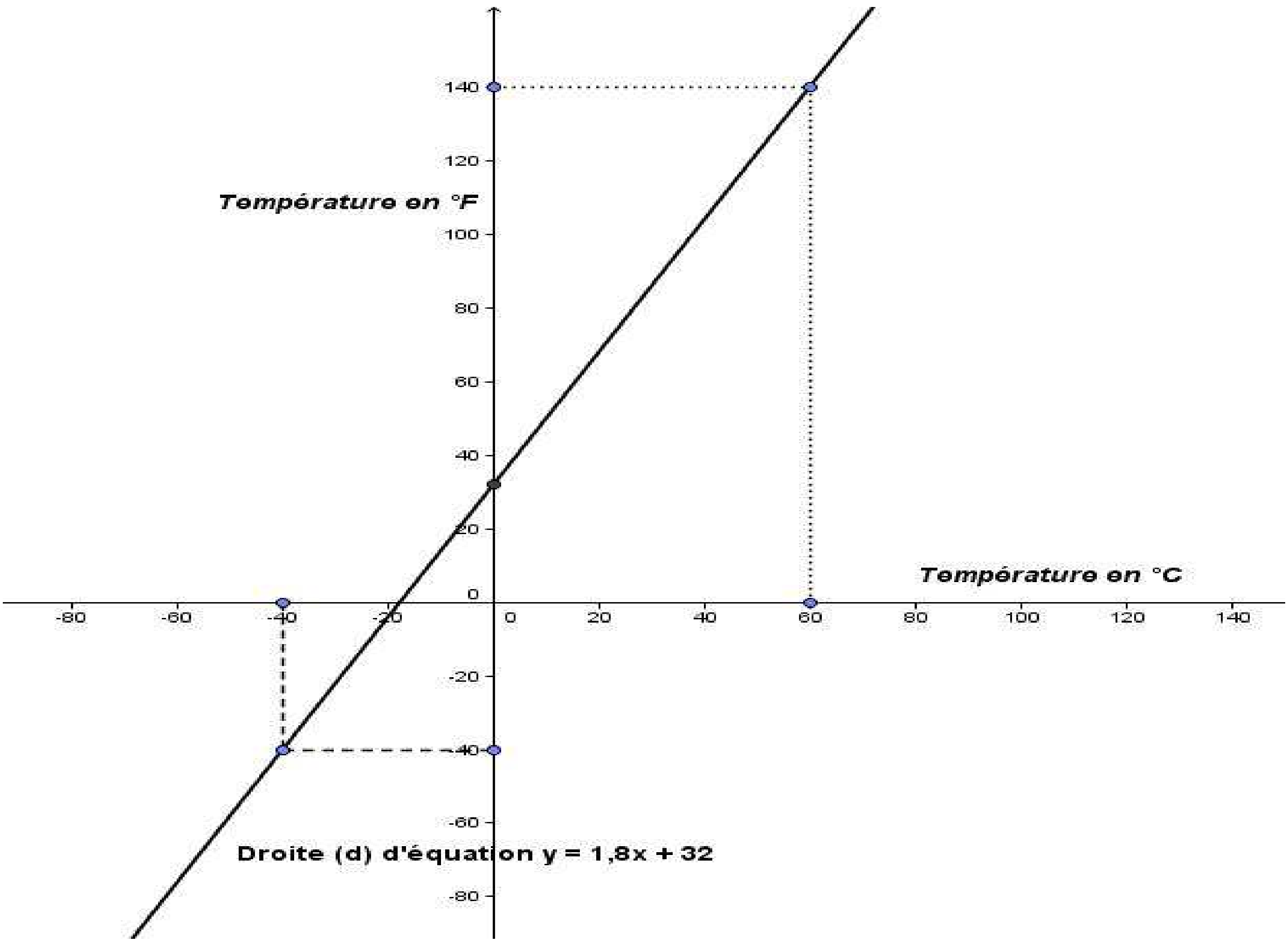
**3)** Le thermomètre indique 25°C
**a)** Valeur correspondante en °F. Il suffit de reporter la valeur de $\boldsymbol{t}$ dans l'équation précédente.
On obtient : $\mathbf{T} = (1{,}8 \times 25) + 32 = 77$. Donc, à la température de 25°C correspond la température de 77°F.

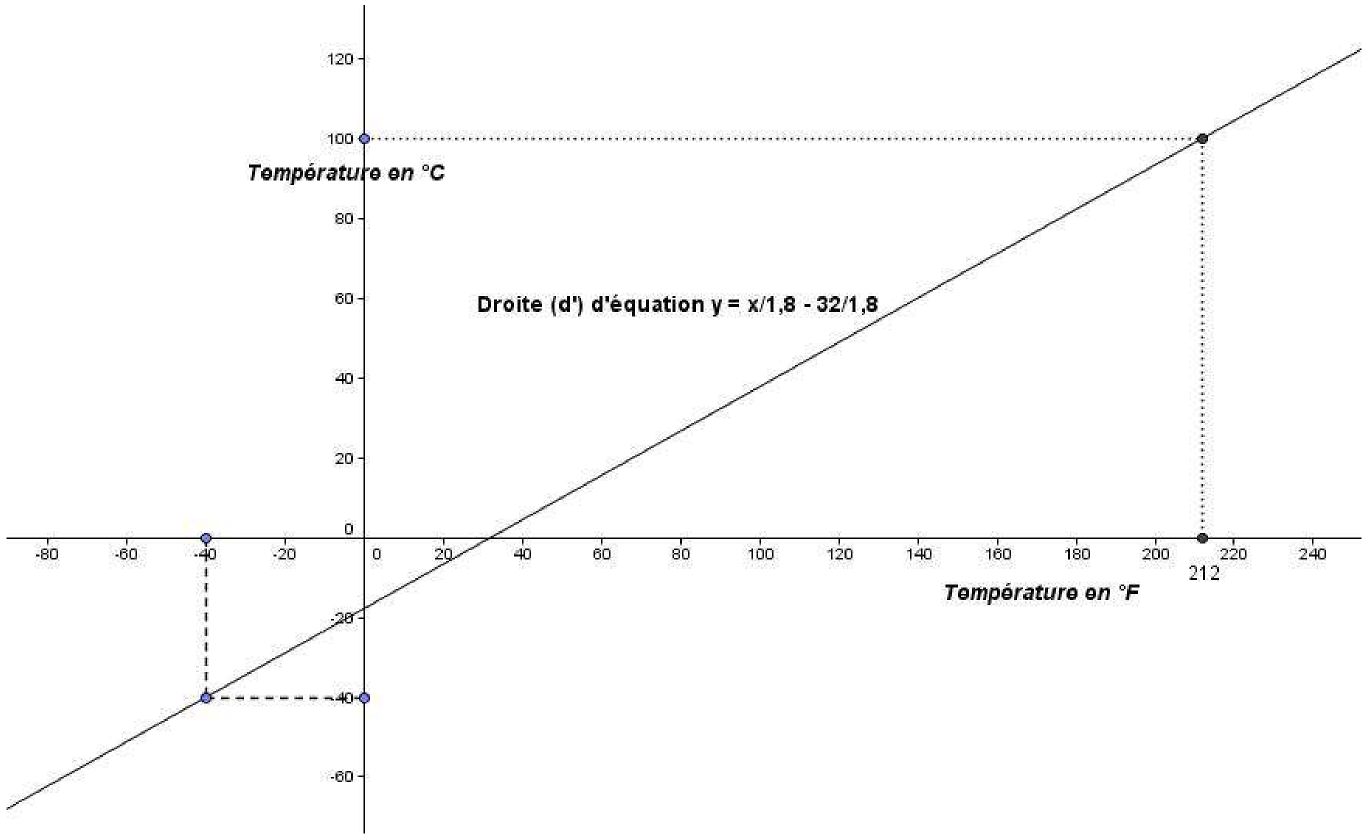
**b)** Vérification sur le « dessin »
La température de 25°C est repérée par le milieu de l'intervalle [20 ; 30] sur l'échelle Celsius.
Le dessin montre que l'on peut prendre le milieu de l'intervalle [68 ; 86] sur l'échelle Fahrenheit, soit $\frac{86 + 68}{2} = 77$.

**4)** Température à laquelle les deux échelles donnent la même valeur
Pour trouver cette valeur, on pose $\mathbf{T} = \boldsymbol{t}$ dans l'équation $\mathbf{T} = 1{,}8\boldsymbol{t} + 32$
On obtient : $\boldsymbol{t} = 1{,}8\boldsymbol{t} + 32$ donc $0{,}8\boldsymbol{t} = -32$. On en déduit que : $\boldsymbol{t} = -40$.
Ainsi, **la température de – 40 °C correspond à la température de – 40 °F.**

<u>Vérification</u> : cela est visible sur le « dessin » du thermomètre ci-dessous (correspondances déjà calculées).






## EXERCICE 4

On peut recenser les différents résultats dans un tableau

| Degré C | – 10 | – 5 | 0 | 5 | 10 | 15 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Longueur | 1,98 | 1,985 | 1,99 | 1,995 | 2 | 2,005 | 2,01 |

## EXERCICE 5

**1.** La première contrainte implique l'inégalité ***VL*** ≥ ***VR***, la seconde ***VL*** ≤ 1,1 × ***VR*** + 4.
On a donc : ***VR*** ≤ ***VL*** ≤ 1,1 × ***VR*** + 4. Ce qui paraît « logique », au sens commun du terme.

**2.** Voir page suivante pour le graphique[1]. On peut choisir comme échelle 1 cm pour 10km/h, sur l'axe des abscisses comme sur l'axe des ordonnées, dans un repère orthonormal.
La droite d'équation ***y*** = ***x*** passe par l'origine du repère et, par exemple, par le point de coordonnées (160 ; 160).
La droite d'équation ***y*** = 1,1***x*** + 4 passe par les points de coordonnées (0 ; 4) (*Ordonnée à l'origine*) et (160 ; 180) (Si ***x*** = 160 alors ***y*** = 1,1 × 160 + 4 = 180)
(Pour que le tracé des droites soit le plus précis possible, il convient de choisir deux points éloignés l'un de l'autre).

La partie du plan située entre les deux droites correspond aux valeurs de vitesses qui obéissent à la loi. Ainsi, pour une vitesse ***VL*** lue donnée, on peut tracer **un segment « horizontal »** dont les extrémités sont des points des deux droites : ce segment indique les valeurs possibles pour les vitesses réelles. De même pour une vitesse ***VR*** réelle donnée, **le segment sera « vertical »**.

3. **a)** Si ***VR*** = 90 km/h alors $90 \leq VL \leq 103$ (en km/h).
Si ***VR*** = 100 km/h alors $100 \leq VL \leq 114$ (en km/h).

[1] Il n'y a pas assez de « place » sur le graphique de la page suivante pour « dessiner » toutes les solutions. L'essentiel est de comprendre pourquoi on trace des « petits » segments de droite parallèles aux axes.

**b)** On sait que $VR \leq VL \leq 1{,}1 \times VR + 4$ donc $\dfrac{VL-4}{1{,}1} \leq VR \leq VL$. On a donc :

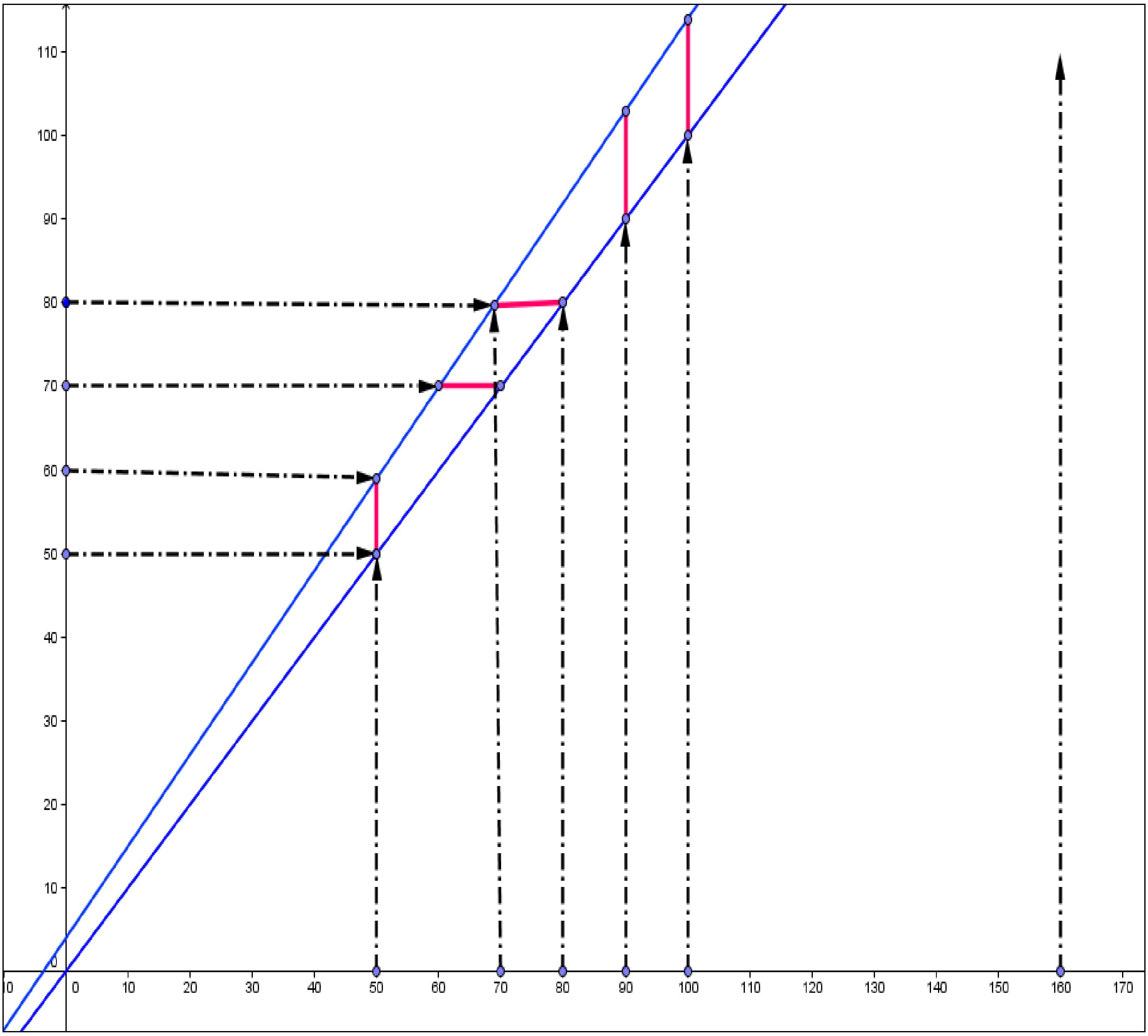
Si ***VL*** = 70 km/h, alors $60 \leq VR \leq 70$ (en km/h).

Si ***VL*** = 150 km/h, alors $\dfrac{1460}{11} \leq VR \leq 150$ (en km/h).

**4.** On lit sur le graphique, approximativement (*voir ci-dessous*) :
**a)** Pour ***VR*** = 50 km/h, alors 50 ≤ ***VL*** ≤ 60 (en km/h).
**b)** Pour ***VL*** = 80 km/h, alors 70 ≤ ***VR*** ≤ 80 (en km/h).

*Remarque*. Il manque des « informations » sur le graphique ci-dessous. A compléter.

- Le nom des axes : l'axe des abscisses porte les ***VR***, en km/h et l'axe des ordonnées porte les ***VL***, en km/h.
- Le nom des droites : la droite (**d**) d'équation ***y*** = ***x*** (*passant par l'origine du repère*) et la droite (**d'**) d'équation ***y*** = 1,1***x*** + 4.



## EXERCICE 6

**1.** Pas de correction item par item, ce serait trop long et fastidieux. Ce qui compte, c'est l'argumentation. Réponses ci-dessous, sauf ***erreur*** ou ***boulette*** de recopie ou de transcription de dernière minute !

| | | | |
|---|---|---|---|
| **(1)** Colis Postaux : masse et tarif. **NON** | **(2)** Disque : diamètre et périmètre. **OUI** | **(3)** Cylindre : longueur et volume. **OUI** | **(4)** Individu : taille et poids. **NON** |
| **(5)** Ressort : poids et allongement. **OUI** | **(6)** Plaque de métal : poids et aire. **(?)** | **(7)** Entier : nombre et somme des chiffres. **NON** | **(8)** Carré : côté et périmètre. **OUI** |
| **(9)** Carré : côté et aire. **NON** | **(10)** Rectangles de longueur constante : largeur et aire. **OUI** | **(11)** Rectangles de périmètre constant : longueur et largeur. **NON** | **(12)** Gaz de ville : tarif et consommation. **NON** |
| **(13)** Rectangles d'aire constante : longueur et largeur. **NON** | **(14)** Déclaration de revenus : revenus et montant de l'impôt. **NON** | **(15)** Soldes : prix initial et prix à payer. **OUI** | **(16)** Disque : aire et carré du diamètre. **OUI** |
| **(17)** Boule : volume et carré du rayon. **NON** | **(18)** Parcours (distance fixe) : durée et vitesse (*moyenne*). **NON** | **(19)** Parcours (vitesse donnée) : distance et durée. **OUI** | **(20)** Parcours (durée donnée) : distance et vitesse (*moyenne*). **OUI** |

Il y a des réponses surprenantes, n'est-ce pas !

Numéro (**3**). *Implicites* : cylindre droit de base donnée et longueur, synonyme de hauteur, d'où la proportionnalité. En effet, on a : volume (cylindre) = aire (base) × hauteur. Si on fixe la base, le volume est proportionnel à la hauteur et inversement. Il y a croissance dans le même « sens ».

Numéro (**6**). Il y a un implicite fort : la plaque (*plane ou sans grosse épaisseur*) de métal est a priori homogène. Dans ce cas, on peut répondre **OUI**. Il y a un autre implicite : la forme de la plaque, ronde, rectangulaire, « bizarre », dans ce cas, c'est moins évident !

Numéro (**7**). Il n'y a pas de relation de proportionnalité entre la valeur d'un nombre entier et la somme de ses chiffres. Ce n'est pas parce qu'il possède plus de chiffres que sa valeur est grande et inversement. *Par exemple*, 111111111 est un « grand » nombre, mais sa somme des chiffres vaut 9, alors que la somme d'un nombre à deux chiffres peut être facilement supérieure à 9 (91 : 9 + 1 = 10 !).

Numéro (**10**). On a : aire (rectangle) = longueur × largeur. En fixant la longueur, il n'y a plus qu'une variable ; dans ce cas, il y a proportionnalité. Il y a aussi croissance dans le même « sens ». Si on multiplie ou on divise une des deux grandeurs par un nombre donné, alors l'autre grandeur est aussi multiplié ou divisée par ce même nombre.

Numéro (**18**). A distance fixée ; si, par exemple, on double la vitesse, on diminue alors de moitié la durée. Il n'y a pas croissance dans le même « sens ».

Numéro (**19**). A vitesse donnée ou fixée ; si, par exemple, on triple la distance, on triple alors la durée du parcours.

Pour les autres numéros, la réponse est assez attendue. Ce qui ne dispense pas de chercher à la justifier.

**2.** On a presque répondu à cette question. Ce tableau a permis de mettre en évidence la non – équivalence entre « **proportionnalité** » et « **croissance** ».

## EXERCICE 7

*Problème de « double proportionnalité ».*
On peut s'en sortir avec un " double " tableau de proportionnalité :

| | | | |
|---|---|---|---|
| Nombre de " *gops* " : | 18 | 30 | |
| Nombre de " *kopémons* " : | 30 | **x** | 75 |
| Nombre de " *llebis* " : | | 38 | **y** |

En appliquant n'importe quelle <u>bonne</u> technique de calcul, on trouve : $\boxed{\mathbf{x = 50} \text{ et } \mathbf{y = 57}}$.
Faire une phrase !

## EXERCICE 8

En reprenant les numéros des étiquettes, on a les produits suivants :
$\boxed{\mathbf{1}} \times \boxed{\mathbf{10}} = \boxed{\mathbf{7}}$ ; $\boxed{\mathbf{2}} \times \boxed{\mathbf{6}} = \boxed{\mathbf{12}}$ ; $\boxed{\mathbf{3}} \times \boxed{\mathbf{9}} = \boxed{\mathbf{8}}$ ; $\boxed{\mathbf{4}} \times \boxed{\mathbf{11}} = \boxed{\mathbf{5}}$.

Ce qui donne : (<u>*question supplémentaire*</u> : écrire pour chacun des **produits** du tableau ci-dessous, les deux **quotients** associés).

- Distance réelle (*en cm*) × échelle de la carte = distance sur la carte (*en cm*).
- Capital placé (*en euros*) × taux de placement = intérêt du capital (*en euros*).
- Durée du parcours (*en h*) × vitesse moyenne (*en km/h*) = distance parcourue (*en km*).
- Durée de l'écoulement (*en h*) × débit moyen (*en* $m^3/h$) = volume écoulé (*en* $m^3$).

## EXERCICE 9

- <u>*La prime de Picsou*</u>. Le mot clé est : proportionnellement ; sinon on ne peut pas conclure ! Il s'agit donc de partager la somme de 9405 euros pour un « total » de 15 années (15 = 3 + 4 + 8). Ensuite, chaque employé recevra la proportion correspondant nombre d'années d'ancienneté.

<u>*Remarque*</u>. **C** touchera une prime double de celle de **B**. Why ? Ne pas oublier de vérifier que la somme des primes partielles est égale à 9405 euros

| | | |
|---|---|---|
| Employé **A** : $\frac{9405}{15} \times 3$ = à calculer ! | Employé **B** : $\frac{9405}{15} \times 4$ = à calculer ! | Employé **C** : $\frac{9405}{15} \times 8$ = à calculer ! |

- <u>*Les élections.*</u>

| | Voix obtenues | Pourcentages |
|---|---|---|
| Liste **A** | 2362 | ***22,47%*** |
| Liste **B** | ***2628*** | 25% |
| Liste **C** | 5522 | ***52,53%*** |

Les listes **A** et **C** représentent, à elles deux, 75% du nombre total de votants, noté **T**.
D'où **T** = $\frac{100}{75} \times (2362 + 5522) = \ldots = 10512$. D'où le nombre de voix obtenues par la liste **B** (*facile !*). Pour les pourcentages : $\frac{2362}{10512} \times 100 = \ldots$ et $\frac{5522}{10512} \times 100 = \ldots$ (*Finir les calculs*).

- <u>*La dépense*</u>. (**i**) Montant de la dépense : $\frac{2}{3} \times 360 + \frac{80}{100} \times \frac{1}{3} \times 360 = \ldots = 240 + 96 = 336$ euros. (**ii**) Détermination du pourcentage : $\frac{336}{360} \approx 0{,}933 \approx \boxed{93{,}3\%}$.

- *Le capital*. Soit **S** la somme placée.

(i) Fin de la première année. Montant des intérêts = 20% × **S** = $\frac{20}{100}$ × **S** = 0,2 × **S**. Valeur du capital : **S** + 20% × **S** = 0,2 × **S** + **S** = 1,2 × **S**

(ii) Fin de la deuxième année. Montant des intérêts : 20% × 1,2 × **S** = 0,24 × **S**. Valeur du capital : 1,2 × **S** + 0,24 × **S** = 1,44 × **S**.

(iii) Fin de la troisième année. Montant des intérêts : 20% × 1,44 × **S** = 0,288 × **S**. Montant du capital = 5000 (euros) = 1,44 × **S** + 0,288 × **S**. Equation à résoudre : 5000 = 1,728 × **S** ; d'où **S** = 5000/1,728 ≈ 2893,52 (euros). (*Sauf erreur de calcul !*).

(iv) Ne pas oublier de vérifier !

## EXERCICE 10

- *Baisse de 1% ?* On note $\mathbf{P_{HT}}$ le prix hors taxe avant diminution et **P** (= 8385 euros) le prix TTC ; on a alors : $\mathbf{P_{HT}} = \frac{\mathbf{P}}{1,206}$. On note **P'** le prix après la baisse de la TVA ; on a : $\mathbf{P_{HT}} = \frac{\mathbf{P'}}{1,196}$. On a donc deux quotients égaux : $\frac{8385}{1,206} = \frac{\mathbf{P'}}{1,196}$ ; d'où **P'** = 8385 × 1,196 ÷ 1,206 ≈ 8315,5 (euros).

Si le prix TTC de la voiture avait baissé de 1%, il serait égal à : 0,99 × 8385 = 8301,15 (euros). Or : 8301,15 ≠ 8315,5, donc malgré une baisse de 1 « point » de TVA, il n'y a pas eu une baisse de 1% !

- *Les bouteilles*. Il y a plusieurs techniques.

On va commencer par une technique “ concrète ” !

On peut calculer dans un premier temps combien 7 machines peuvent fabriquer de bouteilles en 5 jours. C'est à dire qu'on fait agir la proportionnalité entre les deux « grandeurs » machines et jours. 3 machines fabriquent 21000 bouteilles, donc 7 machines fabriquent 7/3 × 21000 bouteilles en 5 jours, c'est à dire : 49000 bouteilles. Ensuite, puisque 7 machines fabriquent 49000 bouteilles en 5 jours, on peut chercher combien de jours sont nécessaires pour fabriquer les 88200 bouteilles, c'est à dire : 88200/49000 × 5, c'est à dire 9 jours.

C'est la réponse : il faut $\boxed{\text{9 jours aux 7 machines pour fabriquer les 88200 bouteilles}}$.

Autre technique très évoluée : utiliser les fonctions linéaires et « plurilinéaires », appelées les fonctions multilinéaires. Le fait que 3 machines mettent 5 jours pour fabriquer 21000 bouteilles se traduit par l'écriture fonctionnelle : ***image (3 machines ; 5 jours) = 21000 bouteilles***. Il faut alors trouver la valeur de : ***image (7 machines ; x jours) = 88200 bouteilles***. On utilise les propriétés des fonctions multilinéaires :

***image (3 ; 5) = 3*** × ***5*** × ***image (1 ; 1)*** et ***image (3 ; 5) = 21000*** ; d'où ***image (1 ; 1) = 21000/15 = 1400***. Ce qui signifie qu***'une machine en un jour produit 1400 bouteilles***. On peut alors appliquer les propriétés de la double proportionnalité. Ou bien continuer avec les propriétés des fonctions multilinéaires. On applique donc le résultat ci-dessus pour calculer ***x***. On a : ***88200 = image (7 ; x) = 7*** × ***x*** × ***image (1 ; 1) = 7*** × ***x*** × ***1400 = 9800*** × ***x***. D'où le calcul de ***x***. On a : ***x*** = 88200/9800 = 9. *Il fallait le faire* ! ! !

- Le compteur de vitesse : la réponse est : $\boxed{(90 + \frac{10}{11}) \text{ km/h}}$.

Pourquoi ? En appelant **v** la vitesse réelle, on a l'égalité suivante : 100 = **v** + $\frac{10}{100}$ × **v**, on en déduit : 100 = 1,1 × **v**, d'où : **v** = $\frac{1000}{11}$. Or $\frac{1000}{11} = \frac{990}{11} + \frac{10}{11}$. Conclusion.