PE1 et **M1**, Master Meef. La **PROPORTIONNALITE**. Eléments d'ANALYSE. ***Application*** : des Questions Complémentaires.

Avertissement. Le document ci-dessus prend appui, entre autres supports, sur :

- Le ***CONCERTUM*** : « carnet de route » de la ***COPIRELEM***, chapitre ***PROPORTIONNALITE***.
- Le manuel de préparation au ***CRPE*** du ***CNED*** (*Volet Didactique*).

Une « question (presque) piège » pour commencer !

Stationnement payant. Un horodateur n'indique qu'une seule information :
« **Deux heures pour un euro** ».
Question. Y a-t-il PROPORTIONNALITE ?

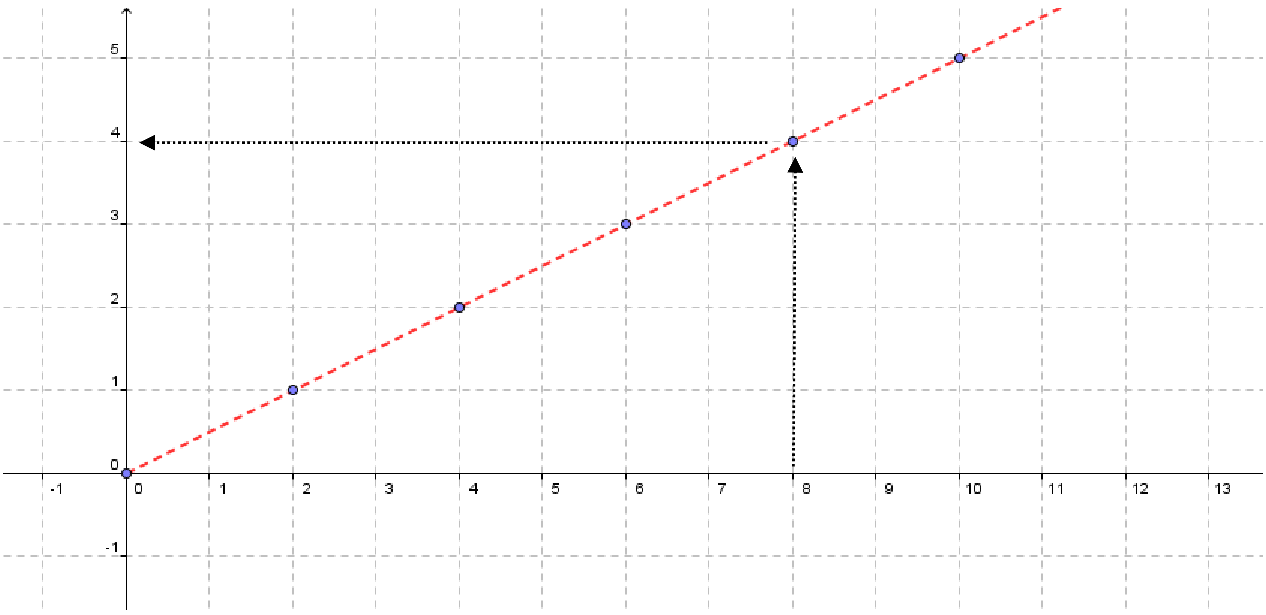
« Logiquement », le prix est fonction de la durée, mais y a-t-il proportionnalité ? Sans trop réfléchir, on est tenté de donner les deux réponses **OUI** et **NON**.

Attention, il y en a une qui est fausse, quand même !

La représentation graphique ci-dessous (*avec les durées en abscisse et les prix en ordonnée*) modélise le fait que si on paie 1 euro pour 2 heures (*2 a pour image 1*), on paie alors 2 euros pour 4 heures (*4 a pour image 2*), 3 euros pour 6 heures, (*6 a pour image 3*), 4 euros pour 8 heures, … De plus, on ne paie pas si on ne va pas dans ce parking ; ce qui se traduit par l'image de 0 est 0 !

On obtient une suite de **points alignés avec l'origine**. On est donc tenté de tracer l'enveloppe de ces points : une (*belle*) demi-droite dont l'origine est justement l'origine du repère.

Ca nous rappelle quelque chose ! On est ainsi très incité à conjecturer qu'il y a proportionnalité. Dommage !!!



Evidemment, on est allé trop loin. La convention sociale prend le pas sur la notion même de proportionnalité. Rien ne nous autorise à placer dans le système d'axes de coordonnées autre chose que le point de coordonnées (2 ; 1). Voilà pour l'argument graphique.

Attention ! La « propriété » ne marche que dans un sens !

- Si on a une relation de proportionnalité entre deux grandeurs, alors la représentation graphique de cette situation est une demi-droite dont l'origine est l'origine du repère.
- *Que dire de l'énoncé réciproque ?* Si on a des points alignés sur une (demi-)droite passant par l'origine, alors on a une relation de proportionnalité entre les deux grandeurs en jeu.

Cette réciproque est **fausse**. *Voir graphique, page suivante*.

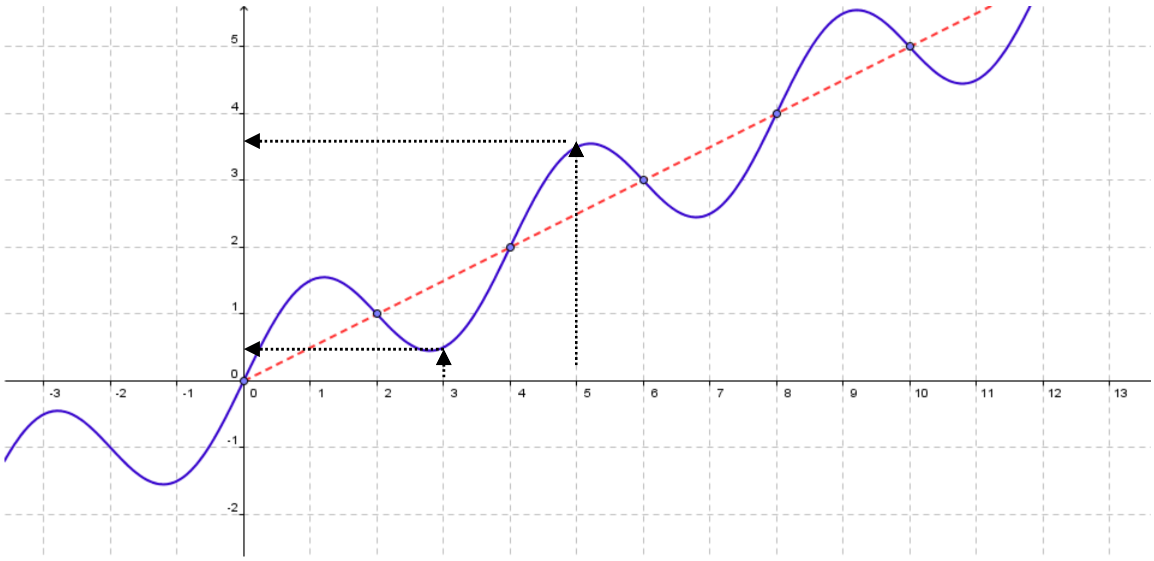
Le graphique ci-dessous illustre justement cette réciproque.

On a bien 2 qui a pour image 1, 4 qui a pour image 2, 6 qui a pour image 3, mais il y beaucoup d'autres informations. En particulier, si on interprète ce graphique avec la condition de location du stationnement, on pourrait payer moins cher en restant 3 heures (l'image de 3 vaut *approximativement* 0,5) dans ce parking qu'en restant 2 heures. De même, on paierait plus cher en restant 5 heures (l'image de 5 vaut *approximativement* 3,5) qu'en restant 6 heures !

Drôle de tarif, avec (*encore*) l'image de 0 égale à 0 !

En fait, ce graphique représente une fonction qui coïncide avec les « bonnes » valeurs de la page précédente, mais qui « ailleurs » prend des valeurs qui vont (*presque*) dans tous les « sens » !

Pour les ex-« matheux », il s'agit de la représentation graphique, réalisée avec le logiciel GeoGebra, de la fonction $\boldsymbol{f}$ définie sur $\mathbb{R}$, par $\boxed{f(x) = \frac{x}{2} + \sin\left(\text{pi} \times \frac{x}{2}\right)}$.



C'est donc parti pour les exercices.

EXERCICE 1.

- Quelles sont les situations pour lesquelles il y a proportionnalité entre les variables indiquées (mettant en jeu des grandeurs, dans la plupart des cas).

(1) Colis Postaux : masse et tarif.	**(2)** Disque : diamètre et périmètre.	**(3)** Cylindre : longueur et volume.	**(4)** Individu : taille et poids.
(5) Ressort : poids et allongement.	**(6)** Plaque de métal : poids et aire.	**(7)** Entier : nombre et somme des chiffres.	**(8)** Carré : côté et périmètre.
(9) Carré : côté et aire.	**(10)** Rectangles de longueur constante : largeur et aire.	**(11)** Rectangles de périmètre constant : longueur et largeur.	**(12)** Gaz de ville : tarif et consommation.
(13) Rectangles d'aire constante : longueur et largeur.	**(14)** Déclaration de revenus : revenus et montant de l'impôt.	**(15)** Soldes : prix initial et prix à payer.	**(16)** Disque : aire et carré du diamètre.
(17) Boule : volume et carré du rayon.	**(18)** Parcours (distance fixe) : durée et vitesse (moyenne).	**(19)** Parcours (vitesse donnée) : distance et durée.	**(20)** Parcours (durée donnée) : distance et vitesse (moyenne).

- Après avoir étudié le tableau ci-dessus, quelle représentation ou conception ou « idée » fausse peut-on ainsi invalider ?

EXERCICE 2. « Reconnaissance[1] » de la proportionnalité.

1. Donner des exemples de problèmes ou d'exercices qui rendent « perceptible » la proportionnalité.

2. Donner des exemples de situations ou de problèmes dans lesquels la proportionnalité est plus « difficile » à saisir.

3. En déduire des conséquences pour l'enseignement de la proportionnalité, en proposant quelques pistes et directions de travail à mettre en place par le PE. (*Difficile !*).

EXERCICE 3. (D'après un volet pédagogique du CRPE, LIMOGES, 2002. *Corrigé COPIRELEM*).

Dans une classe de CM2, le PE veut introduire la notion de proportionnalité. Pour construire sa séance il consulte les deux manuels de l'élève en sa possession. Vous trouverez ci-joint une copie de la première page que chacun de ces manuels consacre à la proportionnalité.

Documents fournis :
Document A : Extrait du livre de l'élève « ***A nous les maths !*** » CM2 – Sedrap, **2001**.
Document B : Extrait du livre de l'élève « ***Optimath*** » CM2 – Hachette Education, **1998**.

1. Présenter les réponses aux questions **2**, **3** et **4** du **document A**, page suivante, dans un seul tableau.

2. Le maître décide alors d'effectuer les modifications suivantes dans le **document A** :

Panne sèche !

. . . « Préparer le mélange de carburant : 18 litres d'essence de betterave modifiée pour 6 litres d'eau distillée.
Nous possédons 36 litres d'essence de betterave modifiée. Combien faut-il ajouter d'eau distillée ? »
[...]

Pour aller plus loin

***3** - Utilise les résultats du problème afin de calculer la quantité d'essence nécessaire :*
- *pour 11 litres d'eau distillée ;*
- *pour 17 litres d'eau distillée ;*
- *pour 49 litres d'eau distillée.*

***4** - Combien d'eau mettrais-tu pour :*
- *9 litres d'essence de betterave modifiée ?*
- *54 litres d'essence de betterave modifiée ? » . . .*

a) Quels sont, selon vous, les objectifs du maître en effectuant ces modifications ?
b) Quelles sont les intentions des auteurs du manuel en proposant leurs données numériques ?

3. Analyser brièvement la progression proposée dans le **document B**. (Exercices 1, 2 et 3).

[1] On attaque le cœur du problème ! En effet, en situation d'enseignement, un PE déclare parmi ses objectifs d'apprentissage que les élèves doivent « reconnaître » une situation de proportionnalité dans un problème donné. C'est ce qu'on peut appeler un « ***objectif – dégagement en corner*** » dans la formulation de celui-ci (*spécial* ***PW***). Tout simplement parce que dans la pratique, la reconnaissance (ou non) de la proportionnalité va de pair avec le traitement « direct » de la situation : c'est ce qui fait que c'est délicat à enseigner pour le PE et difficile à apprendre pour les élèves ! Contrairement à d'autres « notions » moins « ouvertes ».

DOCUMENT A

vais apprendre...

- Résoudre un problème de proportionnalité.
- Trouver un coefficient de proportionnalité.
- Manipuler un tableau de proportionnalité.
- Repérer les grandeurs proportionnelles.

Proportionnalité

Panne sèche !

L'historoscope ralentit soudain, tremble, vibre, hoquette, puis se matérialise dans un grand nuage de poussière.

« Que se passe-t-il, Oncle Eustache ? Nous avons atterri au milieu d'un champ de bataille.

– Panne sèche, les enfants !

Nous sommes en 1214, en pleine bataille de Bouvines.

– Ils frappent contre la porte de l'historoscope ! Ils peuvent nous voir !

L'oncle Eustache se jette contre la porte pour bloquer la poignée.

– Vite, les enfants ! Préparez le mélange de carburant : 20 litres d'essence de betterave modifiée pour 12 litres d'eau distillée.

– Il reste 45 litres d'essence de betterave dans le réservoir. Combien faut-il ajouter d'eau ?

– Débrouillez-vous ! Je ne suis pas en position de réfléchir. Mais faites vite ! Je ne tiendrai pas longtemps ! » ■

Pour répondre aux questions

Tu peux utiliser ta calculatrice.

On peut décomposer :

$45 = 20 + 20 + 5$

et

$5 = 20 \div 4$

ou chercher par quelle multiplication on passe de 20 à 45.

Une situation de proportionnalité correspond à une multiplication ou à une division.

Au cœur de la nouvelle

1 Rédige en quelques phrases la « recette » du carburant et la question du problème.

2 Calcule combien les enfants devront ajouter d'eau distillée.

Pour aller plus loin

3 Utilise les résultats du problème afin de calculer la quantité d'eau nécessaire :
– pour 30 litres d'essence ;
– pour 35 litres d'essence ;
– pour 50 litres d'essence.

4 Combien d'essence mettrais-tu pour 9 litres d'eau ? 15 litres d'eau ? 48 litres d'eau ?

5 Présente tes résultats sous forme de tableau.

6 Présente les résultats sous forme de graphique.

CM2

DOCUMENT B

Période 3
Revoir

Reconnaître et traiter une situation de proportionnalité

1 Des tableaux de multiples

a) Reproduis et complète les tableaux suivants :

× 25 ; ?

2	3		5	
		100		250

? ; : 9

	7	11		30
9			180	

? ; × 11

11			0	
	5	8		11

b) Trouve les opérateurs lorsque c'est possible :

0	0
10	80
35	280
14	112

0	0
6	1
90	15
405	27

7	0
46	9
5,3	12,4
108	27

2,5	7,5
66	198
71,4	214,2
100	300

1	19
5	95
11	219
20	380

(Au-dessus et au-dessous de chaque tableau : ?)

On reconnaît un tableau de proportionnalité au fait qu'on trouve un opérateur « multiplier par… » ou « diviser par… » pour ce tableau. On dit aussi que les nombres d'une liste du tableau sont « proportionnels » à ceux de l'autre liste.

2 Un autre moyen de reconnaître un tableau de proportionnalité

En t'aidant des exemples, reproduis et complète les tableaux de proportionnalité ci-dessous :

×2 ; ×2 ; ×3 ; ×?

2	4	8		240
3	6			

×2 ; ×2 ; ×3 ; ×?

: 10 ; : 10 ; : ?

700			3,5
200			

: 10 ; : 10 ; : ?

\+

5	7,5			
2	3	5	8	10

\+

Quelquefois, il est difficile de trouver l'opérateur. On essaie alors de vérifier la proportionnalité par addition, soustraction, multiplication et division dans les deux listes de nombres.

3 Eh bien ! triez maintenant…

Les tableaux suivants sont-ils des tableaux de proportionnalité ? Utilise les méthodes ci-dessus !

a)

0	20	100	2000
0	1	5	10

b)

2	4	6	10
4,5	9	13,5	22,5

c)

0	1	2	3
0	11	22	44

d)

16,5	33	7,6
49,5	99	22,8

4 VRAI ou FAUX ?

Dans ces deux situations, il y a proportionnalité entre « nombre de… » et « prix de… ».

a) Offre spéciale ! 20 euros la chemise,
50 euros les trois chemises,
80 euros le lot de cinq !

b) Spectacle écrit et interprété par les élèves de l'école. Venez nombreux !
Entrée (tarif unique) : 30 F.

OPTIMATH CM2
Mathématiques cycle 3
Hachette *Education*, 1998

CORRIGE, (non détaillé), à retravailler après le *TD*.

EXERCICE 1. Pistes de correction.

1. Pas de correction item par item, ce serait trop long et fastidieux. Ce qui compte, c'est l'argumentation. Réponses ci-dessous, sauf ***erreur*** ou ***boulette*** de dernière minute !

(1) Colis Postaux : masse et tarif. **NON**	**(2)** Disque : diamètre et périmètre. **OUI**	**(3)** Cylindre : longueur et volume. **OUI**	**(4)** Individu : taille et poids. **NON**
(5) Ressort : poids et allongement. **OUI**	**(6)** Plaque de métal : poids et aire. **(?)**	**(7)** Entier : nombre et somme des chiffres. **NON**	**(8)** Carré : côté et périmètre. **OUI**
(9) Carré : côté et aire. **NON**	**(10)** Rectangles de longueur constante : largeur et aire. **OUI**	**(11)** Rectangles de périmètre constant : longueur et largeur. **NON**	**(12)** Gaz de ville : tarif et consommation. **NON**
(13) Rectangles d'aire constante : longueur et largeur. **NON**	**(14)** Déclaration de revenus : revenus et montant de l'impôt. **NON**	**(15)** Soldes : prix initial et prix à payer. **OUI**	**(16)** Disque : aire et carré du diamètre. **NON**
(17) Boule : volume et carré du rayon. **NON**	**(18)** Parcours (distance fixe) : durée et vitesse (*moyenne*). **NON**	**(19)** Parcours (vitesse donnée) : distance et durée. **OUI**	**(20)** Parcours (durée donnée) : distance et vitesse (*moyenne*). **OUI** ou **NON ?** hihihi

Il y a des réponses surprenantes, n'est-ce pas !

Numéro (**3**). *Implicites* : cylindre droit de base donnée et longueur, synonyme de hauteur, d'où la proportionnalité. En effet, on a : volume (cylindre) = aire (base) × hauteur. Si on fixe la base, le volume est proportionnel à la hauteur et inversement. Il y a croissance dans le même « sens ».

Numéro (**6**). Il y a un implicite fort : la plaque (*plane ou sans grosse épaisseur*) de métal est a priori homogène. Dans ce cas, on peut répondre **OUI**. Il y a un autre implicite : la forme de la plaque, ronde, rectangulaire, « bizarre », dans ce cas, c'est moins évident !

Numéro (**7**). Il n'y a pas de relation de proportionnalité entre la valeur d'un nombre entier et la somme de ses chiffres. Ce n'est pas parce qu'il possède plus de chiffres que sa valeur est grande et inversement. *Par exemple*, 111111111 est un « grand » nombre, mais sa somme des chiffres vaut 9, alors que la somme d'un nombre à deux chiffres peut être facilement supérieure à 9 (91 : 9 + 1 = 10 !).

Numéro (**10**). On a : aire (rectangle) = longueur × largeur. En fixant la longueur, il n'y a plus qu'une variable ; dans ce cas, il y a proportionnalité. Il y a aussi croissance dans le même « sens ». Si on multiplie ou on divise une des deux grandeurs par un nombre donné, alors l'autre grandeur est aussi multiplié ou divisée par ce même nombre.

Numéro (**18**). A distance fixée ; si, par exemple, on double la vitesse, on diminue alors de moitié la durée. Il n'y a pas croissance dans le même « sens ».

Numéro (**19**). A vitesse donnée ou fixée ; si, par exemple, on triple la distance, on triple alors la durée du parcours.

Pour les autres numéros, la réponse est assez attendue. Ce qui ne dispense pas de chercher à la justifier.

2. On a presque répondu à cette question. Ce tableau a permis de mettre en évidence la non – équivalence entre « **proportionnalité** » et « **croissance** ». (*On en a, en plus, un bon exemple avec la représentation graphique de la fonction de la page 2*).

EXERCICE 2. Pistes de correction.

1. Il y a plusieurs supports sur lesquels s'appuyer pour rendre perceptible la notion de proportionnalité.

- Des problèmes de multiplication et de division classiques, voire scolaires, dans lesquels le traitement de la proportionnalité ne demande pas de compétences nouvelles. Dans ce genre de problème, le « lien » entre l'opération et la proportionnalité est « téléphoné ». Une classification (*grossière*) de ces problèmes peut se faire en deux catégories : les problèmes où la relation « un – plusieurs » est explicite et les problèmes où il existe un rapport entier « visible » entre deux grandeurs ou quantités de même nature.

Quelques exemples. Les variables numériques ***x***, ***n*** et ***m*** sont analysées et fixées par le PE.

- A la boucherie, une personne achète ***x*** grammes de viande hachée. Passant juste derrière elle, j'en demande ***n*** fois plus. Combien cela fait-il de viande hachée ? *On ne focalise pas sur les formulations…*
- Anatole possède ***n*** fois moins de voitures que Basile, qui en a ***m***. Combien de voitures possède Anatole ?
- Un paquet de biscuits en contient ***n***. Si j'achète ***m*** paquets, combien de biscuits en tout ? …

- Des problèmes où le contexte social est prégnant, ce qui peut encore « téléphoner » la proportionnalité. En général, il s'agit de problèmes de prix, de recettes de cuisine (*ou d'autre chose*), de vitesses, d'échelles, de pourcentages, … Sans présager du degré de familiarité des élèves avec ce contexte social, ce qui est loin d'être évident ! De plus, comme signalé plus haut, il faut profiter de ce contexte pour faire traiter par les élèves des situations de non – proportionnalité (*Cf. le problème du parking*).

Quelques exemples. Même remarque que ci-dessus pour les variables numériques.

- Casimir achète un pack de ***n*** bouteilles d'eau minérale pour ***x*** euros, calculer le prix d'une bouteille.
- Dédé parcourt en voiture une distance de ***k*** kilomètres, avec une consommation (*moyenne*) de ***L*** litres de carburant. Quelle est sa consommation pour une distance (en km) de $\frac{\boldsymbol{k}}{3}$, $\frac{2\boldsymbol{k}}{3}$, $\boldsymbol{k} + \frac{\boldsymbol{k}}{3}$, … (Avec ***k*** multiple de 3, dans ce cas précis) ? …
- Il manque un exemple de non – proportionnalité (à chercher pendant le ***TD***).

2. Des situations où la proportionnalité est plus difficile à appréhender.

- Les problèmes de produit de mesures, en particulier les aires.

Exemple. Pour ensemencer un terrain carré de ***n*** mètres de côté, il faut ***p*** sacs de haricot (ou de courges ou de truckipoussafond ou …). Combien faut-il de sacs pour un terrain carré de côté ***m*** (avec ***m*** multiple de ***n***) ? Il y a proportionnalité entre le nombre de sacs et l'aire du terrain, et non pas entre le nombre de sacs et la longueur du côté du terrain.

- Les problèmes liés à la graduation régulière d'une droite.

Exemple. Une droite est régulièrement graduée « de ***n*** en ***n*** ». Placer alors le point **M** d'abscisse ***m***, placer approximativement le point **P** d'abscisse ***p***, …

- Les problèmes d'agrandissement ou de réduction de figures. Redoutable jusqu'au collège !

Quelques exemples.

- Construire un rectangle de dimensions entières, en cm, ***L*** et ***l***. Construire un rectangle trois fois plus grand, construire un rectangle deux fois plus petit. (*« Antagonisme » langage – perception*).
- Les puzzles, dont le puzzle de Brousseau.
- Dans un quadrillage, préciser si une figure est ou n'est pas un agrandissement d'une autre, ou une réduction d'une autre. …

3. Question délicate pour un **PE1** et un **M1**!

En fait, on lui demande de penser à un plan d'action en classe, prenant en compte les éléments rédigés ci-dessus.

Quelques pistes à explorer en stage et surtout en PE2 ou en M2 !

A la question : « ***qu'est-ce qu'on entend par « reconnaître » une situation de proportionnalité*** ? », on peut maintenant essayer de répondre, en fonction de ce qui précède, que c'est une situation :

- Reconnue comme « familière » (*avec les dangers que cela comporte*) : Cf. item **1.** ci-dessus.
- Reconnue comme un « exemple – générique », déjà travaillé, dont on a des procédures de traitement, qu'on va exporter à la nouvelle situation. Des problèmes d'échelles, de pourcentages, de vitesses, …
- Identifiée comme mettant en jeu deux grandeurs variant de la même façon : si l'une est multipliée ou divisée par ***k***, l'autre aussi.

Quelques conseils. La patience est ici mère de toutes les vertus !

- L'apprentissage est LONG, très long ! Il n'est pas terminé au collège : on a encore du travail sur cette notion au lycée !
- Il y a danger à reconnaître un certain degré d'acquisition de compétences liées à la proportionnalité par la réussite effective dans la résolution répétitive de problèmes se ressemblant. Les élèves peuvent « *savoir faire* », sans nécessairement « *savoir* » ou « *avoir compris* ». C'est vrai pour toutes les notions mathématiques, mais c'est plus cruel pour la proportionnalité. En particulier, les exercices systématiques de remplissage de tableaux peuvent produire un « contre-effet », plus tard, du style : SI (tableau de nombres) ALORS (proportionnalité) ! …
- *Bis Repetita*. Aborder en même temps des situations de proportionnalité et de non – proportionnalité, en privilégiant les raisonnements contextualisés.
- …

*Il reste un peu de place sur cette page. On en profite pour résoudre le « problème de **Darcos** ». Why not ?*

ENONCE. **Sachant que 4 stylos coûtent 2,42 euros, trouver le prix de 14 stylos**.

CONSIGNES.

- Trouver (*au moins*) quatre méthodes distinctes de résolution de cet exercice.
- Justifier mathématiquement ces méthodes ou procédures.

Correction à faire en ***TD***.

EXERCICE 3. Eléments de correction.

Question 1.

Indispensable : la quantité d'essence modifiée est proportionnelle à la quantité d'eau distillée.

Quantité d'essence (en litres)	20	5	**45**	**30**	**35**	**50**	**15**	**25**	**80**
Quantité d'eau (en litres)	12	3	**27**	**18**	**21**	**30**	**9**	**15**	**48**

Question 2.a :

Réponse : Les modifications apportées qui remplacent des variables numériques par d'autres tendent à modifier les procédures de résolution attendues. Les intentions du maître peuvent être de permettre l'utilisation de deux méthodes différentes :

- Utilisation du coefficient de proportionnalité ;
- Utilisation des propriétés de linéarité.

Justification : Dans le problème initial, il s'agit de déterminer progressivement les nombres manquants de l'une ou l'autre des suites proportionnelles :

Quantité d'essence (en litres)	20	**45**	**30**	**35**	**50**			
Quantité d'eau (en litres)	12					**9**	**15**	**48**

Le coefficient de proportionnalité, dans ce cas, est égal à $\frac{3}{5}$, son inverse est donc égal à $\frac{5}{3}$; ce qui ne rend pas son utilisation « commode ». La recherche de l'image de l'unité (pour un litre d'essence, il faut $\frac{12}{20}$ de litre d'eau, soit 0,6 litre) n'est guère plus avantageuse du fait des calculs à effectuer avec des nombres décimaux.

Par contre les relations (*données dans la livre*) $45 = 20 + 20 + 5$, $5 = \frac{1}{4}\times 20$, $30 = 20 + \frac{1}{2}\times 20$ sont propices à l'utilisation des propriétés de linéarité. La détermination du couple (5 ; 3) rend particulièrement commodes les calculs ultérieurs en utilisant l'additivité ou la conservation d'un même rapport entre des termes d'une même suite.

Le problème modifié demande la recherche des nombres manquants ci-dessous :

Quantité d'essence (en litres)	18	**36**				**9**	**54**
Quantité d'eau (en litres)	6		**11**	**17**	**49**		

Le coefficient de proportionnalité est alors égal à $\frac{1}{3}$, son inverse est le nombre entier 3 ; ce qui rend plus lisible et fiable son utilisation : « ***Il faut trois fois moins d'eau que d'essence***. ***Il faut trois fois plus d'essence que d'eau*** ».

Les questions **2** et **4** permettent une utilisation aisée de la linéarité (36 est le double de 18 ; 9 est la moitié de 18 et 54 est le triple de 18). Pour la recherche des antécédents de 11 ; 17 et 49 l'utilisation du coefficient de proportionnalité, ou l'utilisation répétée des propriétés de linéarité sont possibles..

Question 2. b :

Les intentions des auteurs du manuel étaient probablement de mettre en évidence l'efficacité de l'exploitation de la linéarité.

Exemple d'utilisation de la linéarité : appelons f la fonction qui associe la quantité d'eau correspondant à une quantité d'essence.

On a : $f(20) = 12$. Sachant que $45 = 20 + 20 + 5$, alors $f(45) = 12 + 12 + \frac{1}{4}\times 12$,

$5 = \frac{1}{4}\times 20$, donc $f(5) = \frac{1}{4}\times 12$. On a donc : $f(5) = 3$

On a : $30 = 20 + \frac{1}{2}\times 20$, donc $\boldsymbol{f}(30) = 12 + \frac{1}{2}\times 12 = 18$.

La relation « ***pour 5 litres d'essence on utilise 3 litres d'eau*** » permet de résoudre rapidement la question **4**. En effet les quantités d'eau proposées sont 9 et 15 multiples de 3, puis 48 qui est un multiple de 12.

Question 3.

L'ensemble du travail proposé porte sur des tableaux de nombres et non sur des situations (*mettant en jeu des grandeurs par exemple*) à l'exception de l'exercice $\boxed{4}$ « Vrai ou Faux ?».

Il s'agit (rubrique **Revoir**) de remettre en mémoire des techniques avant d'aborder la reconnaissance et le traitement de situations de proportionnalité. (Donc, puisqu'il s'agit d'une reprise, il y a déjà eu un « enseignement – apprentissage »). L'exercice $\boxed{1}$ propose un travail systématique de recherche de termes manquants dans un tableau de proportionnalité à l'aide du coefficient de proportionnalité, ou du coefficient de proportionnalité inverse. L'exercice s'achève par une conclusion qui institutionnalise le terme d'opérateur « ***multiplier par*** » ou « ***diviser par*** ». L'existence d'un tel opérateur est présentée comme l'outil mathématique permettant de reconnaître un tableau de proportionnalité.

L'exercice $\boxed{2}$ propose un autre moyen de reconnaître un tableau de proportionnalité, à l'aide des propriétés de linéarité.

<u>Note</u> *: Le fait que dans les trois exemples donnés aucun des coefficients de proportionnalité ou de leurs inverses ne soit un entier n'est pas signalé. Le choix de la méthode, l'utilisation de la conservation du rapport ou des propriétés de linéarité sont imposés.*

L'exercice $\boxed{3}$ est un exercice de réinvestissement des méthodes qui viennent d'être exposées. Il demande de reconnaître si un tableau est bien un tableau de proportionnalité. Les deux types de procédures peuvent être mis en œuvre.

Pour les plus courageux ! En fait, **l'exercice 3** a une suite qui est proposée à l'étude ci-dessous. A vous de jouer ! Pour le corrigé, se reporter aux annales COPIRELEM 2002. (***PW** fatigue !*).

4. En considérant le tableau suivant :

1	2	3
2	3	

Faire une analyse critique du <u>paragraphe 2</u> du **document B**.

5. Comparer les façons d'aborder la proportionnalité dans le **document A** et dans le **document B**. Quels sont, selon vous, les avantages et les inconvénients de chacune d'elles.

6. Citer les quatre compétences qui vous semblent les plus importantes parmi celles que les élèves doivent maîtriser pour effectuer le travail proposé dans le **document A**.

7. A partir du **document A**, proposer une organisation de séance, en dégageant et en décrivant les différentes étapes.