TP – M1 et M2, PE et PLC : CALCULATRICE et TABLEUR, quelques « activités »

Première partie. CALCULATRICE.

Présentation « rapide ». On parle de **calcul instrumenté** lorsqu'on utilise un *boulier*, une *calculatrice*, un *ordinateur* ou tout autre *instrument* pour effectuer « un » calcul.

Pour avoir une idée plus précise de ce qui est attendu des connaissances d'un **PE** sur l'instrument calculatrice, ***JCL***, ***PM*** et ***PW*** conseillent vivement (*la possession (?) et*) la lecture attentive du document d'accompagnement des programmes 2002 de l'école primaire intitulé : « ***Utiliser les calculatrices en classe*** ».

- **La première « fonction » de la calculatrice est celle d'être un INSTRUMENT de CALCUL. C'est la représentation dominante qui prévaut chez tout utilisateur de base ! Il convient de réserver un moment pour étudier et faire étudier toutes les fonctionnalités usuelles de cet instrument avec cette entrée.**

  Nous n'en parlons pas (beaucoup !) dans ce document.

- **Il faut *évidemment* aller plus loin !!! Il y a bien d'autres fonctions à exploiter. En particulier, la calculatrice est un (*bon*) instrument pour explorer des phénomènes numériques. Souvent, ce travail n'est pas conduit. Autre territoire à investir : la calculatrice comme support d'exercices et de problèmes spécifiques.**

Quelques Exercices et Problèmes…

EXERCICE 1. (*Facultatif ou apéritif ; c'est selon !*)

Faire afficher les produits **1 × 1** ; **11 × 11** ; **111 × 111**. Peut-on prévoir l'affichage de **1111 ×1111**, celui de **11111 × 11111** ? Quelles sont alors les limites de la calculatrice ? Même type de consigne avec un autre chiffre que **1** « au départ ». Contrôler ou Vérifier ou Expliquer le phénomène.

EXERCICE 2.

- Comment obtenir l'affichage **129**, sans utiliser les touches **1**, **2** et **9** ? Même type de consigne en n'utilisant cette fois que cinq touches (toujours sans utiliser le **1**, le **2** et le **9**). Choisir d'autres nombres mettant en jeu, en particulier les critères de divisibilité et avec des contraintes sur le nombre de touches à utiliser.
- Comment afficher le nombre **35** en n'utilisant que des **3** ? Idem pour afficher **36**, **37**, …

EXERCICE 3.

- Le nombre **769** est affiché directement à l'écran. Avec un minimum de touches, faire afficher **791**, **684**, … (*sans effacer 769*).
- **4,785** (ou plutôt **4.785**) est affiché directement à l'écran. Avec un minimum de touches, faire afficher **4.805**, **4.655**, … « Ecrire » les calculs sur un brouillon.

EXERCICE 4. Multiplication sans utiliser la touche **[×]**.

- Calculer les produits suivants : **387 × 210**, **387 × 198**, **387 × 302**, …
- Même type de consigne avec un nombre décimal parmi les deux facteurs, idem avec deux nombres décimaux (*convenablement choisis !*) pour les deux facteurs. …

EXERCICE 5. **La « nouvelle » « Course à Dix »**. Pourquoi la « nouvelle » course ? On a déjà fait en **CM** la « ***course à vingt*** » ! On change de cible.

On se donne un nombre entier ***n*** compris entre **100** et **1000**. Afficher ***n***. Le but de cette course est d'afficher **10** en utilisant uniquement les touches d'opérations, avec des contraintes. On a le droit d'utiliser :

1) les touches **[+]**, **[–]**, **[×]** et **[÷]** de la calculatrice.
2) les neuf nombres à un chiffre du clavier de **1** à **9**.

Exemple résolu : on affiche ***n* = 456**. Un trajet de la course en quatre étapes peut être :

[on] 456 **[+]** 3 **[=]** 459	459 **[÷]** 9 **[=]** 51	51 **[+]** 9 **[=]** 60	60 **[÷]** 6 **[=]** 10. **Gagné** !

Quelques questions :

- ☺ Y a-t-il unicité de trajet ? Y a-t-il un trajet plus court ?
- ☺ Y a-t-il des nombres « particuliers » qui permettent d'atteindre **10** en moins de quatre étapes ?
- ☺ Variables de situation : choisir ***n*** entre **1000** et **10000**, changer de cible : **0** ou **1** au lieu de **10**, ou un autre nombre, restreindre le nombre de touches opératoires qu'on a le droit d'utiliser, …

On peut maintenant jouer à une nouvelle course : « **la Course en partant de Dix** ». On part du nombre **10**, on choisit un nombre ***m*** compris entre **100** et **1000**. Le but du jeu est d'atteindre ***m*** avec les mêmes contraintes que pour la « nouvelle » « Course à Dix ».

EXERCICE 6. La multiplication géante !

On s'intéresse au produit **P** = **123 456 789** × **987 654 321**. Calculer ce produit à la calculatrice : la calculatrice affiche-t-elle la valeur exacte de **P** ? Interpréter l'affichage.

On va quand même calculer la valeur exacte de **P** avec l'aide de la calculatrice. Cela demande un petit (**!**) traitement numérique de **P**.
On a : $\mathbf{123\,456\,789 = 12\,345 \times 10^4 + 6\,789}$, de même $\mathbf{987\,654\,321 = 98\,765 \times 10^4 + 4\,321}$.
D'où **P** = $\mathbf{(12\,345 \times 10^4 + 6\,789) \times (98\,765 \times 10^4 + 4\,321)}$ = (*développement de ce calcul en utilisant la distributivité de la × sur l'*+) = une somme de quatre termes, à produire. Poursuivre le calcul…
Donner alors la valeur exacte de **P**.
De façon pratique, on peut utiliser un tableau proche de la technique dite per gelosia, page 15 (?), qui contient chaque produit partiel du développement, pour une fois qu'on a le droit de dessiner un tableau !

Application : calculer la valeur exacte de **Q** = **1 122 334 455** × **66 778 899**, **R** = **13 579,2468** × **8 642,97531**. On va s'arrêter pour ces calculs horribles !

EXERCICE 7. Un résultat original : de l'intérêt de faire du calcul littéral pour démontrer une propriété conjecturée à la calculatrice.

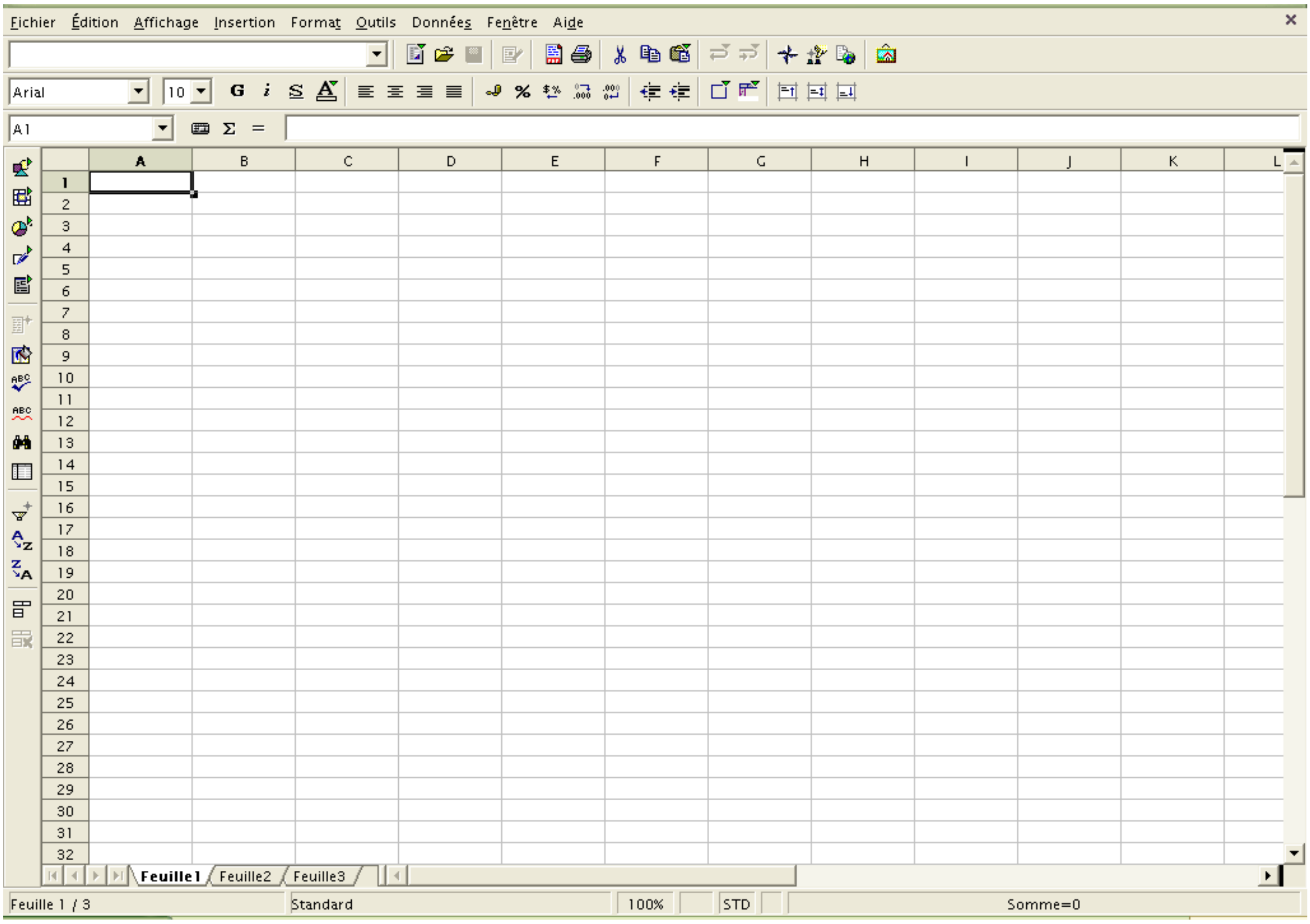
Programme de calcul :

1. Choisir deux nombres a et b tels que $a + b = 1$.
2. Calculer $W = a^2 + b$ et $M = a + b^2$.
3. Calculer **W – M**.

CONSIGNES :
Faire fonctionner plusieurs fois ce programme. On a l'occasion ici de travailler avec les touches mémoires de la calculatrice, pourquoi ne pas en profiter ?
Démontrer que **W = M**, quels que soient les nombres ***a*** et ***b*** choisis.

Pour aller plus loin : programmation au tableur. Préparer une feuille de calcul qui « résume » les calculs proposés et vérifier « électroniquement » cette propriété.
Note de ***PM*** et de ***PW*** : à faire, après les premiers exercices sur le tableur.

Deuxième partie : le TABLEUR.



Un ***tableur*** est un outil de ***calcul numérique***. En plus de pouvoir effectuer les quatre opérations élémentaires, le tableur met à la disposition de l'utilisateur de nombreuses fonctions mathématiques, il permet aussi de construire des représentations graphiques « usuelles ».

Un tableur n'est pas capable d'effectuer des calculs symboliques, comme le font *Maple* ou *Derive* ou … mais il peut <u>évaluer</u> des formules quand on lui fournit les valeurs numériques des variables définies dans une ou des cellules.

La feuille de calcul est constituée de ***cellules*** disposées en lignes et en colonnes. Les lignes du tableur présenté sont numérotées et les colonnes sont repérées par des lettres. Chaque cellule possède ainsi une ***adresse*** : **A5**, **H12**, **AB254**, … Il existe d'autres façons de coder les cellules. <u>Dans une cellule on inscrit un **texte** ou un **nombre** ou une **formule**</u>. On sélectionne la cellule choisie avec la souris ou le pointeur de cellules et on clique.

<u>ETUDE d'un EXEMPLE (volontairement simple) :</u>

<u>**PROBLEME**</u> (d'après : *« Tableur et Mathématiques au collège », M. Rousselet*).

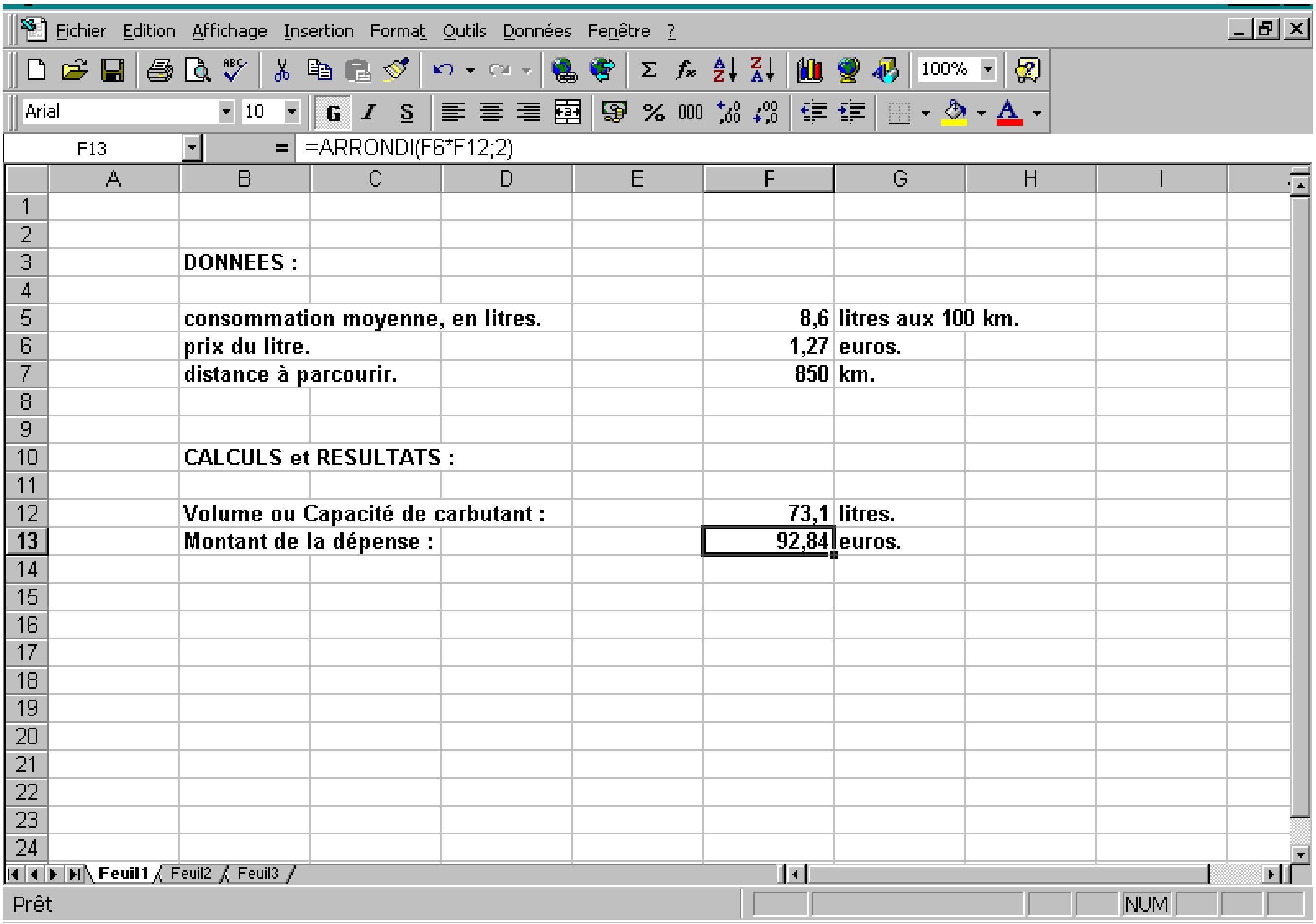
Une voiture consomme en moyenne 8,6 litres de carburant aux 100km. Un litre du carburant utilisé coûte 1,27 euros. Un automobiliste désire parcourir un trajet d'une longueur approximative de 850km. Quel volume de carburant est nécessaire pour quelle dépense ?

<u>**EXERCICE**</u> : préparer une feuille de calcul qui résume les calculs à effectuer pour résoudre ce « petit problème à pas cher » !

<u>Indication :</u>

- Cette feuille de calcul doit contenir des TEXTES qui « présentent » le problème.
- Afficher les données numériques (*consommation moyenne, prix d'un litre* et *distance à parcourir*).
- Ecrire les formules de calcul ((*i*) : *volume de carburant nécessaire* et (*ii*) : *montant de la dépense*).
- Recommencer les calculs en changeant les données.

<u>Une copie d'écran de la feuille de calcul correspondant au premier exercice.</u>



F13 =ARRONDI(F6*F12;2)

	A	B	C	D	E	F	G
3		DONNEES :					
5		consommation moyenne, en litres.				8,6	litres aux 100 km.
6		prix du litre.				1,27	euros.
7		distance à parcourir.				850	km.
10		CALCULS et RESULTATS :					
12		Volume ou Capacité de carbutant :				73,1	litres.
13		Montant de la dépense :				92,84	euros.

<u>Remarque</u>. L'aspect « bureautique », sauvegarder une feuille de calcul, écrire rapidement les formules, charger une nouvelle feuille de calcul, enrichir la présentation, … est classique et usuel.

C'est parti, il n'y a plus qu'à faire des exercices aussi variés que possible, afin d'explorer le maximum des fonctionnalités de ce tableur !

<u>EXERCICE en liaison avec les TD sur la géométrie dans l'espace.</u>

On s'intéresse à deux solides : un cube **C** et une boule **B**.

Le cube **C** a pour arête x et la boule **B** a pour rayon $\frac{x}{2}$. On met la boule **B** dans le cube **C**. La boule **B** est ainsi tangente aux six faces du cube **C**. Le but de l'exercice est de déterminer le volume inoccupé, noté **VI**, du cube **C** lorsque la boule **B** y est incluse.

Préparer une feuille de calcul comportant quatre colonnes.

Une colonne pour les valeurs de x, une colonne pour calculer le volume du cube **C**, une colonne pour calculer le volume de la boule **B** et une colonne pour calculer le volume **VI**.

A l'aide du tableur, émettre une conjecture relativement au rapport du volume du cube **C** sur le volume de la boule **B**. Cette conjecture est-elle vraie ou fausse ? Justifier.

CALCULATRICE et TABLEUR : une activité pour deux instruments !

Objectif : trouver « facilement » autant de décimales qu'on veut dans une division de deux nombres entiers qui ne tombe pas « juste ».

Situation : on se donne un dividende a et un diviseur b, on effectue la division de a par b, on note q le quotient entier et r le reste entier. Rappel : $a = b \times q + r$, avec $0 \leq r < b$.

On s'intéresse aux trois divisions suivantes notées **DIV1**, **DIV2** et **DIV3** :

- ☺ **DIV1 : 793 ÷ 17**.
- ☺ **DIV2 : 2006 ÷ 52**.
- ☺ **DIV3 : 97531 ÷ 68**.

Du côté de la calculatrice.

1) En utilisant la touche $\boxed{\mathbf{a + b/c}}$, lorsqu'elle existe[1], afficher les quotients et les restes des divisions **DIV1**, **DIV2** et **DIV3**. Donner différentes écritures qui expriment chaque égalité.

DIV1.
DIV2.
DIV3.

2) Sur d'autres calculatrices, on ne peut pas utiliser la touche « spéciale » division euclidienne. Il ne nous reste que la touche $\boxed{\div}$. On génère ainsi des « nombres à virgule ». Donner plusieurs égalités pour chacune des divisions **DIV1**, **DIV2** et **DIV3**, avec des nombres décimaux. *Cette partie ne répond pas à l'objectif de l'exercice*.

Affichage de DIV1. Affichage de DIV2. Affichage de DIV3.

Du côté du tableur.

Retour à l'objectif annoncé !

1. Quelques compléments de programmation du tableur.

Il existe une fonction sur le tableur qui permet d'afficher uniquement le quotient entier de n'importe quelle division : c'est la fonction PARTIE ENTIERE.
Elle se programme de la manière suivante. On se place dans une cellule **Uh**[2] et pour calculer le quotient entier d'un nombre de la cellule **Xi** par un nombre de la cellule **Yj**, on programme **: = ENT(Xi/Yj)**
Maintenant pour obtenir le reste de cette même division, on se place dans une cellule **Wt** et on programme la formule suivante : **= Xi – Yj × Uh**
Pour bien comprendre comment ça marche, tester cette programmation sur des exemples.
Construire un tableau dans lequel figureront dans une colonne le dividende a, le diviseur b, le quotient entier q et le reste r.
Au vu des calculs exécutés à la calculatrice, pour les trois divisions, on a : $r \neq 0$. Donc on peut multiplier ce reste par 10 et recommencer le même type de calcul. Dans la colonne dividende, on inscrit le nouveau dividende $a = r \times 10$, on conserve le diviseur b, on fait calculer le nouveau quotient entier q, puis le nouveau reste r. On continue, pour ce faire, on utilise la fonction : « **tirer vers le bas** ».

Ainsi, chaque quotient entier qu'on calcule fournit une décimale du quotient de la division étudiée.

2. En étudiant la suite des quotients entiers, donner alors une **écriture décimale** de chaque division **DIV1**, **DIV2** et **DIV3**, en mettant en évidence la période du quotient.

---

[1] Il est possible et normal ! que, suivant les modèles, d'autres « touches » fassent le même « travail » que $\boxed{\mathbf{a + b/c}}$

[2] La notation **Uh** désigne la cellule correspondant à la colonne **U** et à la ligne **h**.

Exemple : on travaille la division **DIV1**, la calculatrice affiche **46.64705882** si on lance le calcul. Que nous donne le tableur ? *Voir ci-dessous*. Observer attentivement les valeurs de la colonne **quotient entier** et les décimales affichées par la calculatrice. Répondre alors à la consigne 2.

Dividende	**Diviseur**	**Quotient Entier**	**Reste**
793	17	**46**	**11**
(11 × 10 =) 110	17	**6**	8
(**…**) 80	17	**4**	12
120	17	**7**	1
10	17	**0**	10
100	17	**5**	15
150	17	**8**	14
140	17	**8**	4
40	17	**2**	6
60	17	**3**	9
90	17	**5**	5
50	17	**2**	16
160	17	**9**	7
70	17	**4**	2

Le TABLEUR : *instrument pour résoudre des équations ou pour obtenir des approximations décimales de solutions d'équation.*

Soit à résoudre l'équation (**E**) : $26x + 22 = 6x + 149$. (Source : *document d'accompagnement des programmes du collège, janvier 2006*).

Principes et construction de la feuille de calcul.

Dans une cellule **Xi**, rentrer une valeur numérique.
Dans la cellule **Yi**, rentrer la formule donnant la valeur de $26x + 22$ pour la valeur numérique de **Xi**.
Dans la cellule **Zi**, rentrer la formule donnant la valeur de $6x + 149$ pour la valeur numérique de **Xi.**

Test : modifier la valeur numérique entrée en **Xi** et observer les valeurs affichées dans les cellules **Yi** et **Zi**.

Résoudre l'équation consiste alors à trouver la valeur qu'il faut rentrer dans la cellule **Xi** pour laquelle les valeurs affichées dans les cellules **Yi** et **Zi** sont égales.

Résoudre au tableur l'équation (**E**) proposée. Application : inventer d'autres équations à résoudre.

Pour aller plus loin : utilisation de l'assistant graphique pour « visualiser » la solution de l'équation (**E**). Programme avec « ***Open Office*** ». Idem avec « ***Libre Office*** ».
Non étudié dans ce TD. Cf. les autres fichiers déposés sur CELENE.

1) Sélectionner la plage formée des trois colonnes **Xi**, **Yi** et **Zi**. Dans la barre des menus choisir **Insertion**, puis **Diagrammes**, suivant
2) **Prendre la première colonne comme étiquette**, suivant.
3) Sélectionner le type de diagramme, suivant ; puis **Créer**.

Pour finir en beauté, des EXERCICES « type » CRPE

EXERCICE *CRPE*. *La VOITURE de l'ANNEE*.

Une revue automobile utilise un système d'évaluation pour décerner le label « **Voiture** de **l'Année** ». Une sélection de cinq voitures et les avis obtenus à chaque critère sont notés de 1 (*faible*), 2 (*moyen*), 3 (*satisfaisant*) à 4 (*excellent*). Les résultats figurent dans le tableau ci-dessous. (*Copie d'écran d'un tableur*).

Pour la note globale de chaque voiture évaluée, cette revue a choisi d'utiliser la formule suivante :

$$\boxed{\text{Note Globale} = 3\mathbf{S} + 2\mathbf{C} + \mathbf{E} + \mathbf{T}}.$$

1) Quelles notes minimale et maximale peut-on attribuer à une voiture participant à cette sélection ?

2) Quelle formule peut-on entrer dans la cellule **F2** de la feuille de calcul page suivante, permettant d'obtenir tous les résultats pour le champ **[F2 : F6]**, par simple « ***recopie vers le bas*** » ?

F2 | *fx*

	A	B	C	D	E	F	G
1	Voitures	Dispositifs de sécurité (S)	Consommation de carburant (C)	Esthétique de la carrosserie (E)	Equipements intérieurs (T)	Note globale	
2	Toro Macheen	4	1	2	3		
3	Ghis Roll	2	1	2	2		
4	Acia LN	2	3	1	2		
5	Jack Racing	3	2	3	1		
6	Pat'Sport	1	1	4	4		
7							

3) De façon à désigner la « **Voiture** de **l'Année** », pour une publication dans un journal grand public, on ramène la « Note Globale » maximale possible à une note égale à 20. Convertir alors chaque « Note Globale » en note à publier dans le journal grand public, en arrondissant ces notes au dixième.

4) Proposer une formule autre que celle donnant la « Note Globale » qui mettrait la voiture « Pat'Sport » en tête du classement, avec les mêmes coefficients.

EXERCICE *CRPE*. *La Fausse Position*.

Un groupe de vingt-sept personnes va au spectacle. On sait que les adultes paient 45 euros et les enfants paient moitié prix. La dépense totale du groupe s'élève à 877,50 euros. Le but de l'exercice est de connaître le nombre d'adultes et le nombre d'enfants de ce groupe.

Produire une feuille de calcul qui donne la réponse. Contrôler alors cette réponse avec une résolution plus « traditionnelle » : c'est-à-dire, soit de façon purement « arithmétique » ou de façon algébrique.

Cet exercice a déjà été résolu, en détails, dans le chapitre « ALGEBRE » de l'UE 14.

EXERCICE *CRPE*.

Un artisan fabrique $\boldsymbol{n}$ objets identiques avec $0 \leq \boldsymbol{n} \leq 55$ et les vend 15 euros pièce. La recette totale, en euros, pour $\boldsymbol{n}$ objets vendus est modélisée grâce à une fonction notée **R**.

De même, le coût total de fabrication, en euros, pour $\boldsymbol{n}$ objets fabriqués est modélisé grâce à la fonction **C**, définie par : $\mathbf{C}(\boldsymbol{n}) = -0{,}5\boldsymbol{n}^2 + 25\boldsymbol{n} + 192$.

1. **a)** Calculer $\mathbf{R}(20)$ et $\mathbf{C}(20)$; donner une interprétation de la comparaison de ces deux résultats. Mêmes questions pour $\mathbf{R}(45)$ et $\mathbf{C}(45)$.

b) Exprimer $\mathbf{R}(\boldsymbol{n})$ en fonction de $\boldsymbol{n}$.

2. Voici, ci-dessous, un extrait de la feuille de calcul d'un tableur de l'artisan qui donne les ***recettes*** et les ***coûts*** en fonction du nombre d'objets vendus, par multiples de trois.

Dans la cellule *C5*, donner une formule « *à tirer vers le bas* » qui permet de remplir la colonne *C*. Même consigne pour la cellule *D5*.

	A	B	C	D	E
1					
2					
3		**Nombre d'objets vendus**	**Recette R, en €**	**Coût C, en €**	
4					
5		0	0	192	
6		3	45	262,5	
7		6	90	324	
8		9	135	376,5	
9		12	180	420	
10		15	225	454,5	
11		18	270	480	
12		21	315	496,5	
13		24	360	504	
14		27	405	502,5	
15		30	450	492	
16		33	495	472,5	
17		36	540	444	
18		39	585	406,5	
19		42	630	360	
20		45	675	304,5	
21		48	720	240	
22		51	765	166,5	
23		54	810	84	
24		57	855	-7,5	

3. Le graphique ci-dessous propose les deux représentations graphiques des fonctions étudiées.

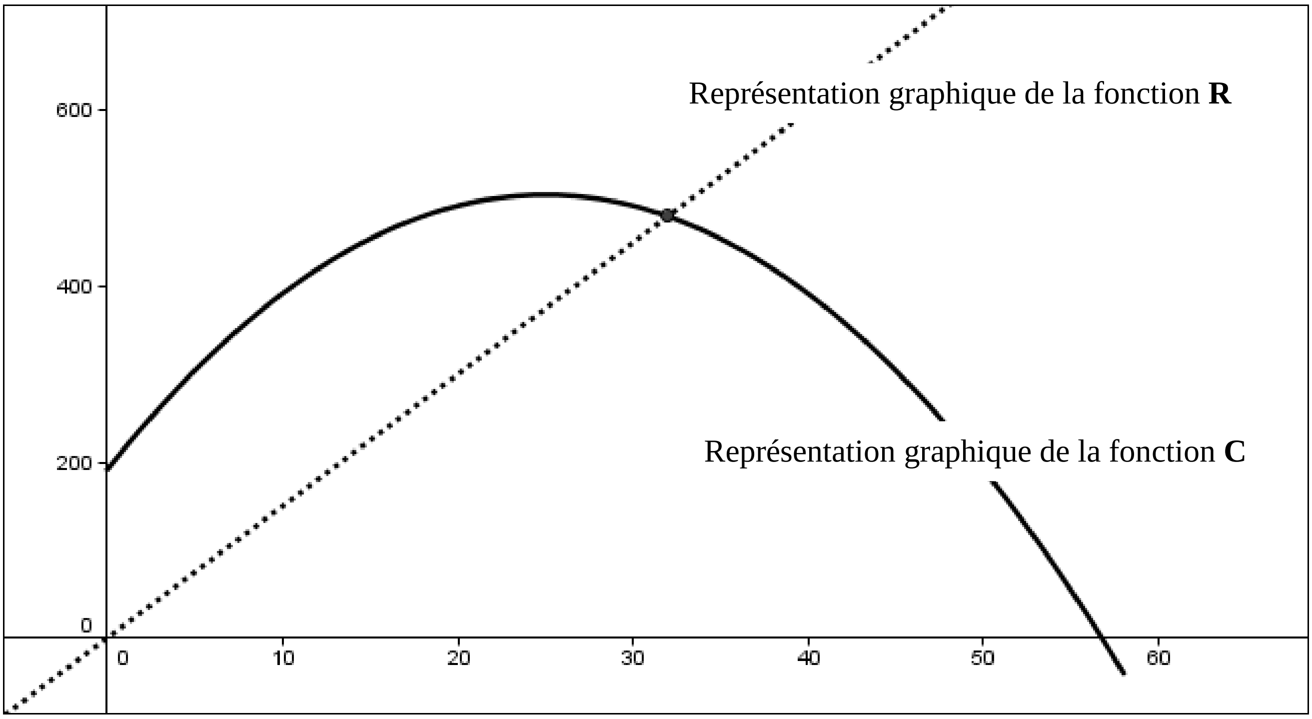
a) Par lecture graphique, déterminer à partir de quelle quantité $\boldsymbol{n}$ d'objets à vendre l'artisan ne travaille pas à perte.

b) Expliquer en quoi la lecture de la feuille de calcul confirme la lecture graphique.

c) Donner les valeurs numériques de **R** et **C** pour la valeur de $\boldsymbol{n}$ déterminée à la question **a)**. La comparaison de ces deux valeurs confirme-t-elle la lecture graphique ?

d) Montrer que $\mathbf{R}(\boldsymbol{n}) = \mathbf{C}(\boldsymbol{n})$ si et seulement si $\boldsymbol{n}^2 - 20\boldsymbol{n} - 384 = 0$.

e) Vérifier l'égalité : $\boldsymbol{n}^2 - 20\boldsymbol{n} - 384 = (\boldsymbol{n} - 10)^2 - 484$; résoudre alors l'équation : $\boldsymbol{n}^2 - 20\boldsymbol{n} - 384 = 0$; conclure.



Un autre « ***exercice TABLEUR*** », d'après CRPE, 2014…

Assia propose à son ami Patrick de lui donner ses bonbons à la condition qu'il trouve exactement combien elle en a. Assia lui dit qu'elle a moins de 100 bonbons et que lorsqu'elle les regroupe par deux, trois, quatre, cinq ou six, il lui en reste toujours un.

1. Combien Assia possède-t-elle de bonbons ? Justifier la réponse.

2. Pour vérifier sa réponse, Patrick décide d'utiliser un tableur.

Pour cela, il utilise la fonction ***MOD*** (*nombre* ; *diviseur*), qui donne le **reste** de la division euclidienne du *nombre* par le *diviseur*.

Patrick a donc prévu de calculer en colonne les restes de la division euclidienne des nombres de la colonne A par 2, 3, 4, 5 et 6.

Cf. la feuille de calcul ci-contre, à reproduire avec un tableur et à compléter.

	A	B	C	D	E	F
1		2	3	4	5	6
2	1					
3	2					
4	3					
5	4					
6	5					
7	6					
8	7					
9	8					
10	9					
11	10					
12	11					
13	12					
14	13					
15	14					

a) Parmi les formules ci-dessous, en choisir une qui pourrait être insérée dans la cellule B2 et qui pourrait, en étant étendue vers le bas, compléter correctement la colonne B :

= MOD (1 ; 2)	= MOD (A2 ; B1)	= MOD (A2 ; 2)
= MOD (1 ; B1)	= MOD (A2 ; B$1)	= MOD (2 ; 1)

b) Patrick a rempli de la même façon le reste du tableau. Comment peut-il l'utiliser pour résoudre ce problème ?

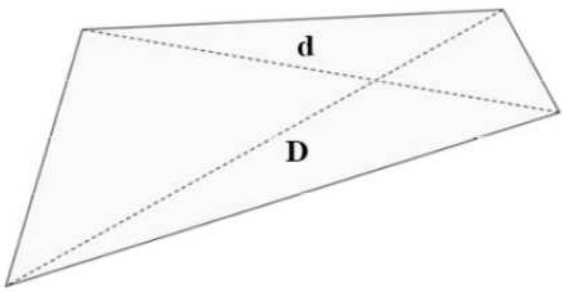
Un autre « ***exercice TABLEUR*** », d'après CRPE, 2014, groupement 1, *première partie* : PROBLEME

Dans ce problème on s'intéresse à différentes techniques et méthodes de calcul ou d'estimation de l'aire de certains quadrilatères.

PARTIE A : Chez les Mayas

Les civilisations anciennes utilisaient divers procédés pour estimer les aires des champs. Les Mayas, par exemple, estimaient l'aire d'un quadrilatère en calculant le demi-produit des longueurs des diagonales.

$$\text{Aire} \approx \frac{D \times d}{2}$$

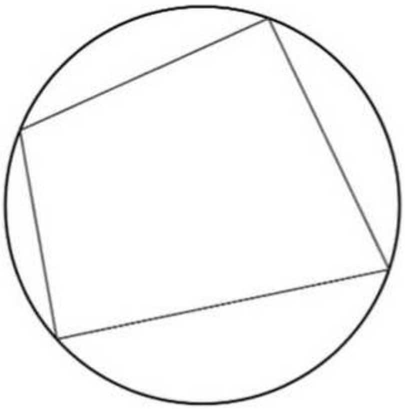


1) Justifier que cette estimation Maya donne la valeur exacte de l'aire d'un carré de côté a.

2) On considère un rectangle de longueur 4 cm et de largeur 3 cm.
La formule Maya donne-t-elle la valeur exacte de l'aire de ce rectangle ?

PARTIE B : Chez les Indiens

On dit qu'un quadrilatère est inscriptible dans un cercle si ses quatre sommets sont des points de ce cercle.
C'est le cas du quadrilatère ci-dessous.



Brahmagupta, mathématicien indien du VIIe siècle, a établi une formule donnant l'aire d'un tel quadrilatère lorsqu'il est non croisé :

$$S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$$

où a, b, c et d sont les longueurs des côtés du quadrilatère et p est son demi-périmètre.

1) **Étude d'une configuration particulière**

a) Construire un cercle Γ et deux points A et C diamétralement opposés sur ce cercle.
Placer un point B sur le cercle Γ distinct des points A et C.
Construire le point D, symétrique du point B par rapport à la droite (AC).
Laisser apparents les traits de construction.

b) Justifier que le quadrilatère ABCD est inscriptible dans le cercle Γ.

c) Exprimer l'aire du quadrilatère ABCD en fonction des longueurs AB et BC en utilisant la formule de Brahmagupta. *On admettra que le quadrilatère ABCD est non croisé.*

d) Retrouver l'expression précédente de l'aire du quadrilatère ABCD par une autre méthode.

2) **Étude d'une autre configuration particulière : le rectangle**

a) Justifier qu'un rectangle est inscriptible dans un cercle.

b) À l'aide de la formule de Brahmagupta, retrouver l'expression usuelle de l'aire d'un rectangle de longueur L et de largeur l.

Partie C : aujourd'hui, à l'ère (ou à l'aire ?) du TABLEUR…

On s'intéresse à l'aire des rectangles dont le périmètre vaut 14cm.

On note ***x***, la mesure, en cm, de la longueur d'un des côtés d'un tel rectangle. On s'intéresse à la fonction **A**, qui à ***x*** associe l'aire **A**(***x***), en cm², du rectangle ; dont la représentation graphique est proposée page suivante.

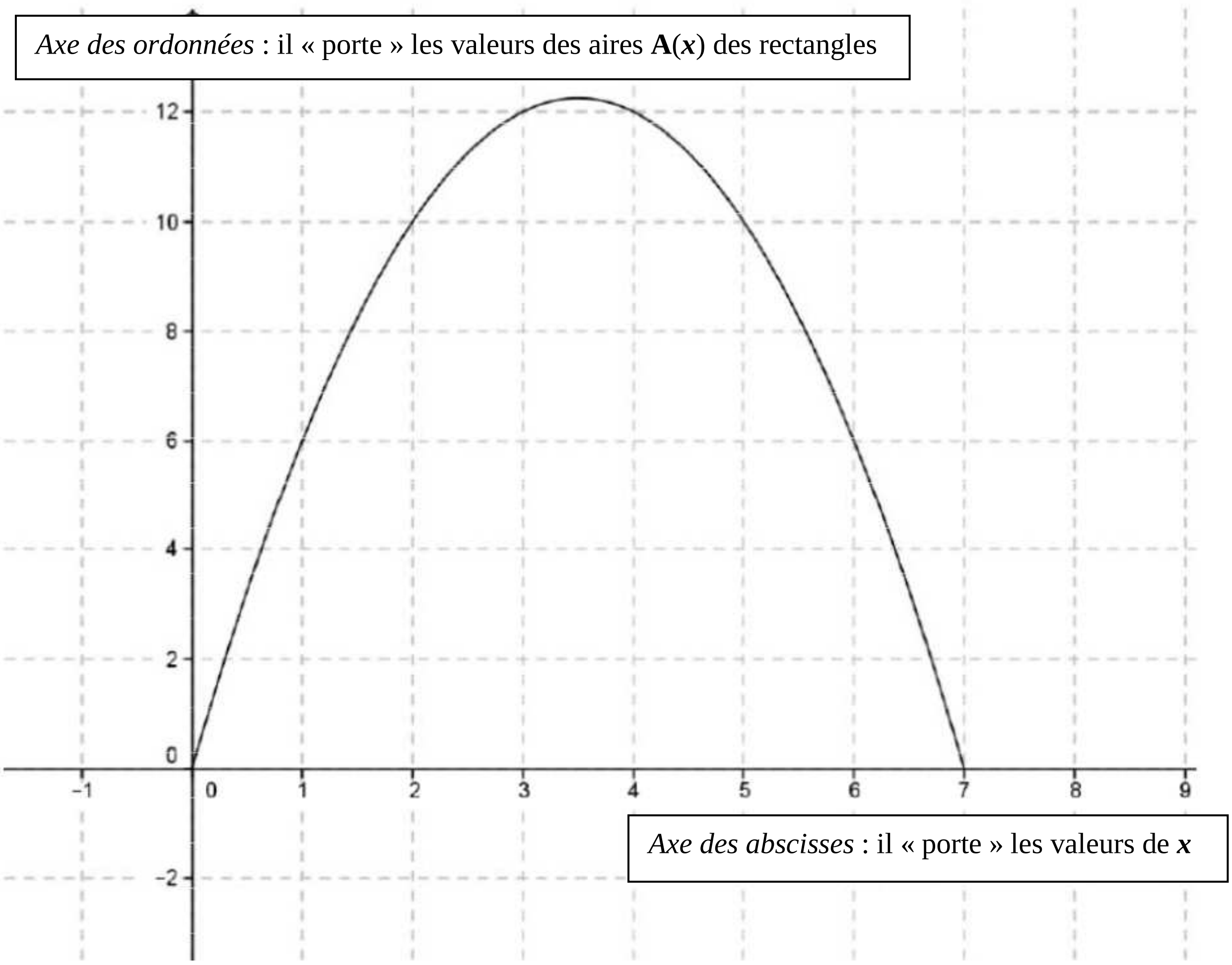
1) Pourquoi se limite-t-on à des valeurs de ***x*** comprises entre 0 et 7 ?

2) <u>*Etude graphique*</u> : répondre aux questions suivantes par lecture de la représentation graphique de la fonction **A**.

a) Quelles sont les dimensions d'un rectangle d'aire 10cm² et de périmètre 14cm ?

b) Encadrer par deux nombres entiers consécutifs la valeur de ***x*** pour laquelle l'aire semble maximale.

c) Encadrer par deux nombres entiers consécutifs la valeur de l'aire maximale du rectangle.



3) **Poursuite de l'étude à l'aide d'un tableur**

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	*x*	3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	4	
2	A(*x*)	12	12,09	12,16	12,21	12,24	12,25	12,24	12,21	12,16	12,09	12	
3													
4													

a) Proposer une formule qui, entrée dans la cellule B2 et recopiée vers la droite, a permis d'obtenir les valeurs de A(x) sur la ligne 2.

b) À partir du tableau ci-dessus, améliorer l'encadrement de la valeur de x obtenu par lecture graphique à la question 2) b). Donner alors une estimation de la valeur de l'aire maximale.

4) **Détermination des valeurs exactes**

a) Justifier que pour tout x de l'intervalle [0 ; 7], on a $A(x) = \frac{49}{4} - (x - 7/2)^2$

b) Pour quelle valeur de x l'aire A(x) est-elle maximale ? Justifier.

Quelle est la valeur maximale de A(x) ?

c) Que peut-on dire du rectangle de périmètre 14 cm et d'aire maximale ?

Problème non corrigé dans le corrigé détaillé qui suit ce fichier.
Se reporter aux ***annales COPIRELEM 2014****.*

PISTES de CORRECTION et COMPLEMENTS.
Ce TP un peu particulier est destiné à explorer des pistes, il n'y a pas nécessairement de « solution » bien définie à certains des exercices comme on va le voir ci-dessous.

EXERCICE 1.

Attention à la lecture des consignes : il ne fallait pas lire $1 \times 1{,}11 \times 11{,}111 \times \ldots$! Aïe !
$1 \times 1 = 1$; $11 \times 11 = 121$; $111 \times 111 = 12321$; $1111 \times 1111 = 1234321$; $11111 \times 11111 = 123454321$; …
Conjecture(s) : pour calculer le carré d'un nombre comprenant ***n*** chiffres ***1***, on écrit « à la suite » les chiffres 1,2, …, (n – 1), n, (n – 1), … 2, 1. On observe ainsi une « régularité » : pas besoin de calculer !
Tests :

1) Avec la calculatrice donnée en « accessoires » sur un ordinateur, on arrive à obtenir les affichages suivants.

- $111111111 \times 111111111 = 12345678987654321$: ça marche !
- $1111111111 \times 1111111111 = 1234567900987654321$: ça a l'air de marcher, sauf que le « zéro » se répète !
- $11111111111 \times 11111111111 = 123456790120987654321$: ça « marche » moins bien, mais on a l'impression que la numérotation recommence « au milieu » du produit calculé ! Et la calculatrice de l'ordinateur, ne peut-il pas nous aider ?

2) Avec une calculatrice scientifique : jusqu'où ça marche ? Sur un modèle « Casio fx – 92, collège - new », pour le produit de 111111×111111, on obtient l'affichage suivant : **1.234565432** ^{10}. Quelle interprétation de cet affichage ? On a : **1.234565432** ^{10} **= 1.234565432** $\times$ **10**^{10} **= 12345654320**. Ce n'est pas la valeur exacte du produit ! On calcule cette valeur exacte avec la conjecture : 12345654321 !

3) On change de chiffre. On les passe en revue du « 2 » au « 9 ». Essayer la calculatrice de l'ordinateur !

- $2 \times 2 = 4$; $22 \times 22 = 484$; $222 \times 222 = 49\,284$; $2\,222 \times 2\,222 = 4\,937\,284$: pas de régularité (encore que : ça se termine (*toujours ?*) par 84 et ça commence (*presque toujours ?*) par 49 !).
- $3 \times 3 = 9$; $33 \times 33 = 1089$; $333 \times 333 = 110\,889$; $3\,333 \times 3\,333 = 11\,108\,889$; $33\,333 \times 33\,333 = 1\,111\,088\,889$: de part et d'autre du « 0 » central, on « ajoute » un « 1 » et un « 8 ».
- $4 \times 4 = 16$; $44 \times 44 = 1936$ (*Vivent les congés payés !*) ; $444 \times 444 = 1\,937\,136$; $4\,444 \times 4\,444 = 1\,975\,269\,136$; le produit commence (*toujours ?*) par 19 et finit (*toujours ?*) par 36.
- $5 \times 5 = 25$; $55 \times 55 = 3025$; $555 \times 555 = 308\,025$; $5\,555 \times 5\,555 = 30\,858\,025$: à partir du troisième rang, le produit commence (*toujours ?*) par 308 et finit (*toujours ?*) par 8025.
- $6 \times 6 = 36$; $66 \times 66 = 4356$; $666 \times 666 = 443\,556$; $6\,666 \times 6\,666 = 44\,435\,556$: à partir de 36, on « ajoute » un, puis deux, puis, trois, « 4 » et « 5 » de part et d'autre du 3. Pas mal !
- $7 \times 7 = 49$; $77 \times 77 = 5929$; $777 \times 777 = 603\,729$, $7\,777 \times 7\,777 = 60\,481\,729$; $77\,777 \times 77\,777 = 6\,049\,261\,729$: à partir du troisième rang, le produit commence par 60 et finit par 1 729.
- $8 \times 8 = 64$; $88 \times 88 = 7\,744$; $888 \times 888 = 778\,544$; $8\,888 \times 8\,888 = 78\,996\,544$; $88\,888 \times 88\,888 = 7\,901\,076\,544$; $888\,888 \times 888\,888 = 7\,907\,121\,876\,544$: à partir du troisième rang, le produit commence par 7 et finit par 6544
- $9 \times 9 = 81$; $99 \times 99 = 9801$; $999 \times 999 = 998\,001$; $9\,999 \times 9\,999 = 99\,980\,001$; $99\,999 \times 99\,999 = 99\,998\,000\,001$: $999\,999 \times 999\,999 = 999\,998\,000\,001$: à partir du deuxième rang, on « ajoute » un, puis deux, puis trois « 9 » avant le 8 et un, puis deux, puis trois « 0 » après. **OUF** !

EXERCICE 2.

Exercice facile qui fait travailler les connaissances numériques liées aux multiples et aux diviseurs de nombres donnés.

- Pour afficher 129 sans utiliser les touches $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ et $\boxed{9}$, il y a plusieurs façons de faire. On peut remarquer que 129 est divisible par 3 car $1 + 2 + 9 = 12$, 12 est un multiple de 3 : $129 = 43 \times 3$. Il suffit donc de faire afficher le produit de 3 par 43 : on obtient 129, sans utiliser les touches $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ et $\boxed{9}$.

On peut aussi décomposer 129 en une somme : $129 = 86 + 43$, une différence (*moins évident : le chiffre des centaines doit être supérieur ou égal à 3, pourquoi ? !*), … *D'un point de vue pédagogique, on a un « résultat » intéressant à noter : on vient d'écrire un même entier (quelconque) sous la forme d'une somme, d'une différence, d'un produit et d'un quotient.*

- $35 = 33 + \frac{3}{3} + \frac{3}{3}$; $36 = [35] + \frac{3}{3} = 3 \times (3 + 3 + 3 + 3)$; $37 = [36] + \frac{3}{3}$; il y a d'autres solutions, à chercher !

Remarque : [35] signifie dans cet exercice qu'on reprend les calculs effectués pour obtenir 35.

EXERCICE 3.

Afficher 791, sachant que 769 est déjà affiché-écrit revient à résoudre l'équation 769 + ***n*** = 791. Il y a plusieurs démarches. *Par exemple* : 769 + 2 = 771 ; 771 + 20 = 791 ou, directement, 769 + 22 = 791.
Même type de démarches pour les autres items.
769 + 20 = 789 ; 789 – 5 = 784 ; 784 – 100 = 684 ou, directement, 769 – 105 = 684.
4,785 + 0,02 = 4,805 ; 4,785 – 0,13 = 4,655

C'est donc un exercice qui développe le calcul mental et le calcul réfléchi, au service du calcul instrumenté, tout en mobilisant des compétences liées à la numération. Voir les textes officiels 2002 et ceux d'aujourd'hui : programmes et documents d'accompagnement (2002).

EXERCICE 4.

Idée : décomposer un facteur et appliquer la distributivité de la × sur l'+, c'est-à-dire, transformer un produit en une somme.
210 = 100 + 100 + 10, d'où 387 × 210 = 387 × (100 + 100 + 10) = 387 × 100 + 387 × 100 + 387 × 10 = 38700 + 38700 + 3870 = **81270**. Il suffit « d'ajouter » des zéros à l'affichage et de sommer le tout.
387 × 198 = 387 × (200 – 2) donc 387 × 198 = 38700 + 38700 – 387 – 387 = **76626**.
387 × 302 = 387 × (300 + 2) = … = 38700 + 38700 + 38700 + 387 +387 = **116874**.
Cet exercice est aussi l'occasion de revisiter les propriétés liées à la numération.

Avec des nombres décimaux, on « joue » avec la virgule : 387 × 10,1 = 387 × (10 + 0,1) = … = 3870 + 38,7 = **3908,7**. Proposer d'autres exemples…

EXERCICE 5.

Exercice très intéressant, « spécial » ***PW***. Il mobilise les tables de multiplication, fait pratiquer du calcul mental, toujours au service de la calculatrice et enfin, il permet d'enrichir les connaissances numériques.

1) Il n'y a pas unicité du trajet. Ainsi, on peut passer de 456 à 10 en **3** opérations :

[on] 456 **[–]** 3 **[=]** 450	450 **[÷]** 9 **[=]** 50	50 **[÷]** 5 **[=]** 10	**Gagné** !

2) Parmi les trajets, il y en a nécessairement un plus court : c'est celui qui fait apparaître le plus rapidement un multiple de 10 en cours de calcul. Mais il n'est pas question de le démontrer ici !

3) Un nombre entre 100 et 1000 est composé de trois chiffres.

Considérons les multiples de 10 compris entre 100 et 1000 et divisons-les par 10 : on obtient des nombres à deux chiffres. Si ces nombres se décomposent en un produit de facteurs de deux nombres à un chiffre, c'est qu'à partir du nombre initial, on obtient 10 en 2 étapes. Cas le plus favorable ! Exemple :

[on] 270 **[÷]** 9 **[=]** 30	30 **[÷]** 3 **[=]** 10	**Gagné** !

A partir d'un multiple de 10, on peut ajouter un nombre à un chiffre et on obtient tous les nombres compris entre 100 et 1000.

Conclusion : **le trajet le plus court contient toujours au plus trois étapes**. (Il s'agit d'une CONJECTURE : exemple et contre-exemple à produire).

[on] 278 **[–]** 8 **[=]** 270	270 **[÷]** 9 **[=]** 30	30 **[÷]** 3 **[=]** 10	**Gagné** !

4) Les ***variables de situation*** (synonyme ici de ***variable didactique***) nous emmènent trop loin pour notre propos mais elles ouvrent de vrais défis pour les élèves de l'école élémentaire.

5) **La course « inverse »**, celle qui part de 10 pour arriver à un nombre à trois chiffres, est aussi intéressante. Elle a sa place en fin de cycle II ; dès qu'on a terminé l'enseignement-apprentissage des tables de multiplication. Car c'est l'occasion de les faire fonctionner, ces « tables ». Est-ce pertinent d'un point de vue pédagogique ? Argumenter…

EXERCICE 6.

On s'intéresse au produit **P** = 123 456 789 × 987 654 321.
On a **P** = (12 345 × 10^4 + 6 789) × (98 765 × 10^4 + 4 321) = (12 345 × 10^4 × 98 765 × 10^4) + (12 345 × 10^4 × 4 321) + (6 789 × 98 765 × 10^4) + (6 789 × 4 321) = **A** + **B** + **C** + **D** (pour la commodité des calculs).
A = 12 345 × 98 765 × 10^8 = 1 219 253 925 × 10^8 ; **B** = 12 345 × 4 321 × 10^4 = 53 342 745 × 10^4 ; **C** = 6 789 × 98 765 × 10^4 = 670 515 585 × 10^4 et **D** = 6 789 × 4 321 = 29 335 269. Il ne reste plus qu'à ajouter tout ça !
P = 121 925 392 500 000 000 + 533 427 450 000 + 6 705 155 850 000 + 29 335 269 ; on peut poser l'opération en colonnes ou comme on veut !

Finalement, **P = 121 932 631 112 635 269**.
De façon analogue, on obtient 1 122 334 455 × 66 778 899 = **74 948 259 214 665 045**.
13 579,2468 × 8 642,97531 = **117 365 094,820 796 508**.

EXERCICE 7.

1) Avec **a** = 0,7 et **b** = 0,3 on obtient **W** = 0,49 + 0,3 = 0,79 ; **M** = 0,7 + 0,09 = 0,79 ; **W – M =0**.
Proposer d'autres exemples.

Nous ne proposons qu'un seul exemple, mais nous rappelons une règle du débat mathématique en classe : « *des exemples vérifiant un énoncé ne suffisent pas pour affirmer que cet énoncé est vrai* ». Il est nécessaire de produire une démonstration. Le calcul littéral est ici un outil pour rédiger cette démonstration : voir question 2).

2) Démontrons que **W – M = 0**.
On a : **W – M** = (**a²** + **b**) – (**a** + **b²**) = **a²** + **b** – **a** – **b²** = (**a²** – **b²**) – (**a** – **b**) = (**a** – **b**) × (**a** + **b**) – (**a** – **b**)
= (**a** – **b**) ((**a** + **b**) – 1) = (**a** – **b**) × (1 – 1) = 0 = (**a** – **b**) × 0, car (**a** + **b**) = 1.

NUMERATION : *un dernier jeu, il y a de la place !* Spécial **PW**…

DUEL 1. Deux joueurs : Luky et Luke.

1. Luky affiche un nombre entier ***n*** de quatre (ou cinq) chiffres : ***n*** = $\overline{\text{mcdu}}$ (ou ***n*** = $\overline{\text{lmcdu}}$).
2. Sans effacer ***n***, en utilisant uniquement les touches [+] ou [–], Luke doit alors afficher un nouveau nombre ***m***, ayant le même nombre de chiffres que ***n***, mais contenant un « 0 » de plus à l'affichage.
3. On change de joueur, même consigne que 2.

Est déclaré vainqueur du duel celui des deux joueurs qui empêche l'autre de jouer, c'est-à-dire que le dernier nombre ***m*** affiché contient autant de chiffres que ***n***, mais avec « plein » de « 0 ».

DUEL 2. Deux joueurs : Anavador et Darkin et un arbitre : maître Djadey. (*Deux calculatrices ?*).

1. L'arbitre Djadey affiche un nombre décimal ***n***, écrit sous forme décimale, contenant de quatre à six chiffres (exemples : 37,456 ou 501,82 ou 43,67 ou 123,098 ou …).
2. Les deux duellistes doivent faire « disparaître » en un minimum de coups, avec les touches [+] ou [–], les chiffres situés à droite de la virgule du nombre ***n***.

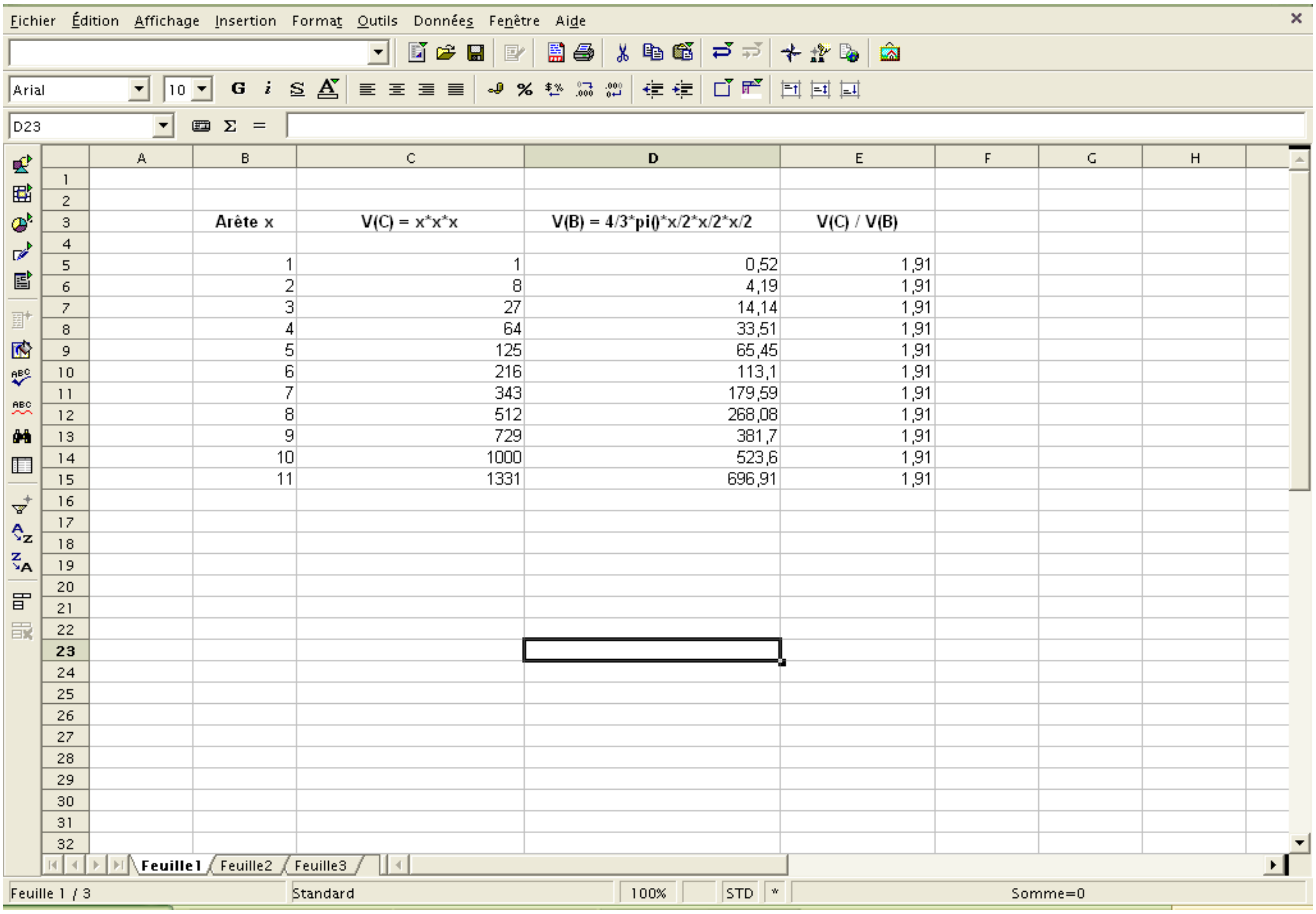
Est déclaré vainqueur du duel celui des deux joueurs qui réussit le premier à faire « disparaître » les chiffres, sous le contrôle de maître Djadey.

Ces deux « duels » méritent quelques améliorations : en jouant sur les variables de situation, on peut agir sur les procédures des élèves et donc sur leur « rapport » à l'instrument calculatrice. C'est le but du jeu, comme dirait l'autre !

Le TABLEUR

<u>PROBLEME de la consommation de carburant</u>. Le corrigé est fourni avec l'exercice. La copie d'écran est une copie du tableur de la suite Open Office.

<u>EXERCICE</u> : géométrie dans l'espace, calculs de volumes.



	A	B	C	D	E
3		Arête x	V(C) = x*x*x	V(B) = 4/3*pi()*x/2*x/2*x/2	V(C) / V(B)
5		1	1	0,52	1,91
6		2	8	4,19	1,91
7		3	27	14,14	1,91
8		4	64	33,51	1,91
9		5	125	65,45	1,91
10		6	216	113,1	1,91
11		7	343	179,59	1,91
12		8	512	268,08	1,91
13		9	729	381,7	1,91
14		10	1000	523,6	1,91
15		11	1331	696,91	1,91

<u>Conjecture</u> : le rapport **R** est égal à **1,91** (voir les résultats affichés dans la colonne ***E***).
<u>Démonstration :</u> là aussi, il faut calculer avec les « ***x*** » !

R = (« $\frac{\boldsymbol{D3}}{\boldsymbol{C3}}$ », en « regardant » les cellules du tableur) = … = (les x^3 se simplifient, 3 et 8 « montent » au numérateur[3]) ≈ **1,909859** ≈ **1,91** ≈ **2**.
Quel sens donner à ce rapport **R** ? Il s'agit d'un **quotient** de deux volumes qu'on peut écrire de deux autres façons :

(i) : **R × V(B) = V(C)** ou **1,91 × V(B) ≈ V(C)**. Le volume du cube **C** qui contient la boule **B** est « presque » égal au double du volume de la boule **B**.

(ii) : $\frac{\mathbf{V(C)}}{\mathbf{R}} = \mathbf{V(B)}$ ou $\frac{\mathbf{V(C)}}{\mathbf{1,91}} \approx \mathbf{V(B)}$ ou $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \times \mathbf{V(C)} \approx \mathbf{V(B)}$. Le volume de la boule **B** incluse dans le cube **C** est approximativement égal à la moitié du volume du cube **C**.
En comparant les affichages des colonnes C et D du tableur, on confirme les approximations données ci-dessus.

[3] Pour ceux qui ont encore quelques soucis avec le calcul fractionnaire, nous vous renvoyons aux **CM** de début d'année : ils contiennent TOUTES les règles de calcul et quelques exemples accompagnent ces règles ! C'est une bonne occasion d'entretenir ses connaissances ou de réviser.

CALCULATRICE et TABLEUR : une activité pour les deux instruments

Du côté de la calculatrice.

1) Utilisation de la touche **[a + b/c]** de la calculatrice (*scientifique, modèle Casio*) : c'est la division euclidienne.

DIV1. [on] 793 **[a + b/c]** 17 **[=] 46 ⌋ 11 ⌋ 17**. Lecture : = 46 + 11/17 ou 793 = 46 × 17 + 11.
DIV2. [on] 2006 **[a + b/c]** 52 **[=] 38 ⌋ 15 ⌋ 26**. Lecture : = 38 + 15/26 ou 2006 = 38 × 52 + 30.

DIV3. [on] 97531 **[a + b/c]** 68 **[=] 1434 ⌋ 19 ⌋ 68**. Lecture : = 1434 + 19/68 ou 97531 = 1434 × 68 + 19.

2) Division décimale : on affiche des chiffres après la virgule (*calculatrice scientifique, modèle Casio*).

DIV1 : [on] 793 **[÷]** 17 **[=] 46.6470588(2) ; DIV2 : [on]** 2006 **[÷]** 52 **[=] 38.5769230(8)**
et DIV3 : [on] 97531 **[÷]** 68 **[=] 1434.27941(2)**

TROIS remarques.

(i) L'affichage ne donne pas nécessairement la valeur exacte du quotient. Pour le vérifier, un argument simple, du niveau du cycle II, va suffire. En effet, si le quotient de 793 par 17 est égal à 46,64705882, il suffit de calculer le produit de 17 par la valeur affichée du quotient pour obtenir 793. Or, c'est faux, car 17 × 46,64705882 se termine au huitième chiffre après la virgule par **4** (« = » chiffre des unités du premier produit partiel (.)**7** × (..,…….)**2** = (…1)**4**, « *je pose **4** et je retiens **1*** »), donc ce produit est différent de 793.

(ii) La dernière décimale affichée n'est pas nécessairement exacte. Suivant les modèles, la calculatrice **tronque** (« = » coupe) ou **arrondit**. C'est pourquoi cette décimale est mise entre parenthèse dans l'affichage proposé.

(iii) Si on se souvient un peu des cours du collège, on se rappelle que souvent, dans les calculs de quotients proposés, on observe que des chiffres se répètent à partir d'un certain rang : on appelle **période** ce « paquet de chiffres » qui se répètent[4]. Parmi les trois quotients **DIV1**, **DIV2** et **DIV3** : pas de période « en vue » avec la calculatrice utilisée. C'est l'objet du travail au tableur que d'aller « chercher » cette (lointaine) période.

Du côté du tableur.

(*Voir la page 5 pour la programmation*). Appliquer alors le programme à **DIV1**, **DIV2** et **DIV3**.

DIV1 : **« = »** $\mathbf{46,\underline{6470588235294117}}$. La période débute au premier chiffre après la virgule et comporte 16 chiffres !
DIV2 : **« = »** $\mathbf{38,57\underline{692307}}$. La période débute au troisième chiffre après la virgule et comporte 6 chiffres.
DIV3 : **« = »** $\mathbf{1434,27\underline{9411764705882352}}$. La période débute au troisième chiffre après la virgule et comporte 16 chiffres.

*Une question : dans la recherche du quotient d'un nombre **a** par un nombre **b** comportant **n** chiffres, combien de restes partiels sont possibles dans cette division, en fonction du nombre de chiffres du diviseur ? On a déjà donné la réponse à cette question : voir les premiers cours sur la numération, exercices « numération-bilan », suite à l'étude des numérations antiques*

[4] Exemples. (***1***) ≈ 7.$\underline{18}$181818(2) ; on « a » **la période** : 18 et on écrit **= 7,**$\mathbf{\underline{18}}$. Remarque : cet affichage permet d'affirmer que la calculatrice Casio arrondit, pourquoi ? (***2***) ≈ 12.$\underline{142857}$14 ; on a **la période** : 142857 et on écrit : **= 12,**$\mathbf{\underline{142857}}$. …

Exercice CRPE. *La Voiture de l'Année*

1. La Note Globale minimale est attribuée en attribuant le « coefficient » 1 à chacun des critères, c'est-à-dire : $(3 \times 1) + (2 \times 1) + 1 + 1 = \boxed{7}$. La Note Globale maximale est obtenue en attribuant le « coefficient » 4 à chacun des critères ; c'est-à-dire : $(3 \times 4) + (2 \times 4) + 4 + 4 = \boxed{28}$.

2. Dans la cellule **F2**, on écrit la formule **=3*B2+2*C2+D2+E2**
Les résultats du champ [**F2 : F6**] sont alors obtenus par simple « ***recopie vers le bas*** ». *Remarque* : on n'exige pas la syntaxe du tableur.

3. On veut une explication « simple » en relation avec la proportionnalité. Donc, il faut prendre les $\frac{20}{28}$ de chacune des Notes Globales obtenues dans la colonne **F**. En notant **NG** la note globale et **NJ** la note publiée dans le journal, on a : $\boxed{\mathbf{NJ} = \mathbf{NG} \times \frac{20}{28}}$
Voir les valeurs grisées dans la dernière colonne du tableau ci-dessous.

Toro Macheen	4	1	2	3	19	**13,6**
Ghis Roll	2	1	2	2	12	**8,6**
Acia LN	2	3	1	2	15	**10,7**
Jack Racing	3	2	3	1	17	**12,1**
Pat'Sport	1	1	4	4	13	**9,3**

Remarque. Cette question est plus délicate qu'il n'y paraît : on peut convertir de plusieurs façons, dont les deux suivantes, en plus de la solution ci-dessus :

- soustraire 8 de chacune des Notes Globales, ce n'était pas attendu, c'est faux !
- utiliser la fonction (*affine*) $\boldsymbol{f}$, définie par $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \frac{20(x-7)}{21}$; dans ce cas, la note minimale publiée dans le journal est égale à 0, pour $\boldsymbol{x} = 7$ (Note Globale minimale calculée dans la question **1.**).

1. Il y a plusieurs réponses possibles. On minimise les coefficients pour les critères « sécurité » et « carburant » et on augmente les critères « esthétique » et « équipement ». *Par exemple* : on peut prendre comme Note Globale la formule : **S** + **C** + 2**E** + 3**T**, ce qui donne les valeurs suivantes :

Toro Macheen	4	1	2	3	**18**
Ghis Roll	2	1	2	2	**13**
Acia LN	2	3	1	2	**13**
Jack Racing	3	2	3	1	**14**
Pat'Sport	1	1	4	4	**22**

Cette formule assure ainsi la première place à la voiture « **Pat'Sport** » ! Et oui, ça ne pouvait pas être autrement ! *Tout le monde aura reconnu les caractéristiques de la voiture de qui, au fait ? Hihihi…*

.

Le TABLEUR pour résoudre des EQUATIONS et pour « faire » des GRAPHIQUES

Programmation et premières valeurs pour les deux membres de l'équation (**E**) : 26***x*** + 22 = 6***x*** + 149. Voir la copie d'écran ci-dessous (*Open Office*).

F14

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3		Valeur de *x*	Valeur de 26*x* + 22	Valeur de 6*x* + 149				
4								
5		1	48	155				
6		2	74	161				
7		3	100	167				
8		4	126	173				
9		5	152	179				
10		**6**	**178**	**185**				
11		**7**	**204**	**191**				
12		8	230	197				
13		9	256	203				
14		10	282	209				
15		11	308	215				
16		12	334	221				
17		13	360	227				
18								

<u>Analyse des affichages des colonnes **C** et **D**</u>. Les valeurs attribuées à ***x*** sont des nombres entiers (positifs).
On observe un renversement de la « croissance » des résultats dans les deux colonnes : jusqu'à ***x*** = 6, les valeurs affichées dans la colonne **C** sont inférieures à celles affichées dans la colonne **D** et à partir de **x** = 7, c'est le contraire. Voilà un indice fort pour deux remarques :

(i) L'équation (**E**) n'a pas de solution entière.
(ii) La solution, si elle existe[5], est comprise entre 6 et 7.

D'où une deuxième étape : on change la nature des valeurs attribuées à ***x*** et par exemple, on travaille avec les dixièmes de 6 à 7. Voir la copie d'écran ci-dessous.

Fichier Édition Affichage Insertion Format Outils Données Fenêtre Aide

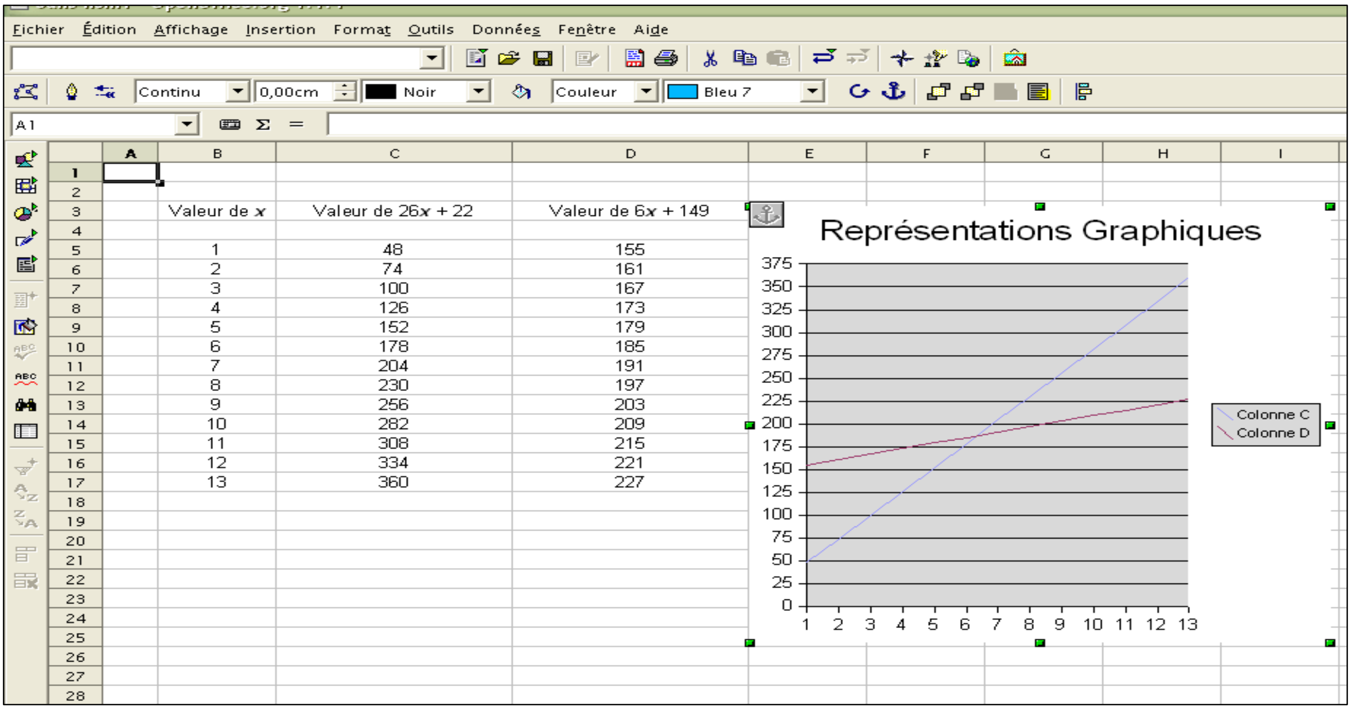
D9 =6*B9+149

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3		Valeur de *x*	Valeur de 26*x* + 22	Valeur de 6*x* + 149			
4							
5		6	178	185			
6		6,1	180,6	185,6			
7		6,2	183,2	186,2			
8		**6,3**	**185,8**	**186,8**			
9		**6,4**	**188,4**	**187,4**			
10		6,5	191	188			
11		6,6	193,6	188,6			
12		6,7	196,2	189,2			
13		6,8	198,8	189,8			
14		6,9	201,4	190,4			
15		7	204	191			
16		7,1	206,6	191,6			
17							

5 Pour ce type de travail, il aurait été *ballot*, voire *idiot*, de proposer une équation qui n'admette pas de solution ou qui en admette une infinité ! Donc l'implicite de l'existence d'une solution unique est très « fort » ! Maintenant, une fois qu'on a bien compris comment le tableur fournit une aide à la résolution d'équations, on peut utiliser cet instrument pour « étudier » et résoudre des équations moins « sympathiques » !

On poursuit l'analyse des affichages.
On observe maintenant que la solution est comprise entre 6,3 et 6,4 : voir les résultats grisés dans la copie d'écran.
On continue… Question : quelle est la solution de l'équation (**E**) ?

Utilisation de l'assistant graphique. Application du programme fourni.



Valeur de x	Valeur de $26x + 22$	Valeur de $6x + 149$
1	48	155
2	74	161
3	100	167
4	126	173
5	152	179
6	178	185
7	204	191
8	230	197
9	256	203
10	282	209
11	308	215
12	334	221
13	360	227

Une droite est la représentation graphique de la fonction affine **f**, définie sur l'intervalle [1 ; 13] par f($\boldsymbol{x}$) = 26$\boldsymbol{x}$ + 29. C'est la droite dont l'abscisse à l'origine est proche de 50 (en fait 48 : voir la colonne **C**).

L'autre droite est la représentation graphique de la fonction affine **h**, définie sur l'intervalle [1 ; 13] par h($\boldsymbol{x}$) = 6$\boldsymbol{x}$ + 149. C'est la droite dont l'ordonnée à l'origine est proche de 150 (en fait 155 : voir la colonne **D**). Ces deux droites ne sont pas parallèles (pourquoi ?). On « voit » que le point d'intersection a son abscisse compris entre 6 et 7[6].

Ce qui est plus connu avec les tableurs, ce sont les graphiques, style « camembert » ou histogrammes ou … Nous n'avons pas traité d'exemple dans ce **TP**.

Exercice supplémentaire : (*non corrigé*).

Résoudre l'équation (**F**) : $\mathbf{2x - 1 = 9x - 5}$. Note des correcteurs : la solution est un nombre rationnel, donc on va chercher à l'encadrer « au mieux » avec des nombres décimaux.
Utiliser l'assistant graphique pour visualiser la solution de (**F**).
Même consigne que ci-dessus avec l'équation (**G**) : $\mathbf{6x^3 - 40x^2 + 31 = 13x^2 - 44}$.

Il existe une « fonction » qui permet de faciliter des calculs itératifs ou des calculs répétés : on programme des adresses, **adresses relatives** (à une ligne ou à une colonne) et **adresses absolues**. Une cellule possédant une adresse absolue « force » la commande « ***recopie vers*** » ou « ***tire vers*** » à utiliser un nombre inscrit dans une cellule. Par exemple, pour résoudre l'équation (**E**), on peut fixer, comme adresse absolue dans une cellule le « pas »avec lequel on va calculer les valeurs dans les colonnes. On programme cette adresse absolue avec le symbole $.
*Fait en **TP** avec le professeur.*

[6] *ATTENTION* : « ***VOIR*** » ou « ***LIRE sur un graphique*** » ne permet pas d'affirmer que la solution « vue » est bien celle attendue. Il faut le démontrer par le calcul ou l'algèbre ou … Ce qui ne veut pas dire qu'on doive négliger les aspects graphiques des représentations graphiques des fonctions.

Voilà, on s'arrête pour ce ***TD – TP***.
Bonne lecture et bon travail.

On change de terrain de jeu : il faut maintenant aller voir ce qui se passe du côté de ce qu'on appelle la **GEOMETRIE DYNAMIQUE**.
Se reporter aux vieilles séances TICE – C2i2e : initiation au logiciel LGD ***GeoGebra***

Une jolie figure réalisée avec le logiciel de géométrie dynamique *GeoGebra* : une multi-étoile(s), *presque régulière*, à *SEPT* branches : heptagone étoilé. *Yes, mais pourquoi « presque » ?*