PISTES de CORRECTION du « **QUESTIONNAIRE PRO** » M1 et M2

<u>QUESTION 1</u>. On entend souvent des expressions comme « résoudre une addition » ou « calculer l'opération » ou « effectuer un problème » ou encore « faire un problème » …
D'où la question : quelles sont les expressions correctes, d'un point de vue mathématique ?
Bonne première question !

Les expressions du cadre ci-dessus ne sont pas correctes. On **DOIT** dire : « *effectuer un calcul* » ou « *effectuer une opération* », « *calculer une somme, une différence, un produit, un quotient* », « *résoudre un problème* », « *appliquer une propriété* », … Les usages et le manque de rigueur, pas le manque de vocabulaire, font dire des bêtises, tant pis !!!

<u>*Exemples*</u> : « *calculer la somme* $\boldsymbol{s} = 6{,}1 + \frac{41}{100}$ », « *résoudre le problème suivant* » : un charpentier-couvreur se rend à une scierie pour acheter des voliges en peuplier de 3cm d'épaisseur. Il réserve une pile de planches de 1,47m. Sachant que chaque volige est vendue 1,35 francs, quelle est la valeur du lot ? Just for fun, d'après l'emblématique « ***Certif*** » des années soixante…

<u>QUESTION 2.1</u> et <u>QUESTION 8.4</u> : zut, il y a deux fois la même question !
Quel est le support privilégié pour étudier la symétrie axiale au Primaire ? Pourquoi ?

Deux supports privilégiés : le *papier quadrillé*, à maille carré et le *papier pointé*, à maille carrée. Pourquoi ? A priori, dans ces réseaux, les droites perpendiculaires sont visuellement, facilement repérables et les constructions d'images en sont facilitées, si l'axe est « horizontal » ou « vertical » ; mais ce qui se voit « s'oppose » parfois à ce qu'on sait…

Et si la maille n'est ni carrée, ni rectangulaire, koment séti kon fait ? *A suivre…*

<u>QUESTION 8.5</u>. Question corollaire de la <u>question 8.4</u>. Donner des variables didactiques à proposer lors de l'étude de la symétrie axiale au Primaire.

<u>*Variable didactique*</u> : on se place dans le contexte précis et scientifique de la ***Didactique des Mathématiques***. Dans ce contexte, c'est BROUSSEAU qui, en 1982, définit <u>formellement</u> cet « objet », dans le cadre de la **T**héorie des **S**ituations **D**idactiques (***TSD***).

<u>*Note de **PW***</u> : d'autres champs pluri-, méta-, trans-disciplinaires, les champs relevant des sciences de l'éducation, … se sont emparés de cette définition et l'ont modifiée, adaptée, mais quelque peu affaiblie d'un point de vue *disciplinaire*.

Une *variable didactique* (*VD*) est un paramètre de la situation d'enseignement-apprentissage qui peut prendre plusieurs « valeurs » selon la décision ou les choix du professeur. *Ce n'est pas « quelque chose » qu'on ajoute, mais c'est « quelque chose » qu'on modifie.*	Une *variable didactique* (*VD*) est un « élément » dont la variation est susceptible de modifier le processus de résolution que les élèves vont adopter (et donc les apprentissages).

L'expression « *variable de situation* » est synonyme de *VD*.

Dans toute situation d'enseignement-apprentissage, il existe d'autres variables : « *variable constitutive du savoir* », « *variable de contexte* », « *variable pédagogique* », … expressions NON-synonymes de *VD* !

On répond enfin à la question : ce qui est attendu pour prendre des points au CRPE ! Et oui, en fait, c'est ce qui compte : est-ce que « *prendre des points* » est une *VD* ? Hihihi…

- La direction de l'axe de symétrie : « horizontal », « vertical », penché ou oblique ;
- La figure dont on cherche à construire l'image : figure géométrique ou non ; figure géométrique simple ou complexe, Cf. *QUESTION 16.3* ; … ;
- Le support de travail : papier (lequel ? Voir *QUESTION 2.1*), écran, … ;
- Les instruments autorisés, qui « conditionnent » les techniques de construction ;
- Les relations d'incidence entre l'axe de symétrie et la figure : intersection vide ou non-vide, « quantité » de points d'intersection, points « remarquables » de la figure, …

*<u>QUESTION 2.2</u>. Quels sont les « cadres d'étude » possibles pour évoquer la **PROPORTIONNALITE** ? Note de PW. Ce sera l'occasion de définir ce qu'on doit entendre par « cadre d'étude », on dit aussi « registre d'étude ».*

Sehr gut Frage ! Qu'est-ce qu'un « *cadre d'étude* » ? Pas de définition formelle tout de suite : un peu trop complexe. La réponse à la question devrait donner une idée…

- *Le cadre numérique des nombres et celui des nombres dits « concrets »* : les grandeurs, simples ou composées. *Grandeurs simples* : prix et masse, … *Grandeurs composées* : débit, vitesse, aires, … *Support standard* : les fameux « tableaux », de proportionnalité, *of course* !!!
- *Le cadre géométrique* : agrandissement et réduction, dans le plan. La propriété qui pilote ce cadre est le théorème de Thalès.
- *Le cadre graphique et fonctionnel* : la fonction linéaire et ses propriétés géométriques (*droite passant pas l'origine d'un repère et alignement, attention…*) et ses propriétés intrinsèques (*linéarité additive et linéarité multiplicative, qu'on peut appliquer à tous les cadres, mais dont la justification relève des propriétés de la fonction linéaire*). C'est le cadre privilégié pour les problèmes de pourcentage, de taxes et, *ah oui*, de soldes…

Travail supplémentaire à produire : des exemples-types à chercher…

On ne peut pas clore cette réponse sans un argument fort autour du « *produit en croix* ». Déjà, on **DOIT** dire « *égalité (ou pas) DES produitS en croix* ». Bon, admettons…
Hors programme du primaire, et alors *koment séti kon fezé* ? On en a mucho et mucho des *techniques* : recherche d'une quatrième proportionnelle, par détermination ou par passage à l'unité ; détermination du coefficient de proportionnalité ; propriétés de linéarité, … Il faut donc les connaître : renvoi aux TD sur la *PROPORTIONNALITE*…

Spécial CRPE : préciser qu'on peut mobiliser les techniques précédentes lorsqu'on est dans une situation de proportionnalité = 0,25pt au CRPE ! Hihihi…

*QUESTION 4.1. Y a-t-il une différence notionnelle importante entre **angle droit** et **droites perpendiculaires** ?*
Note de PW. Vue la façon dont est posée la question, ça sent la réponse OUI, il faut donc argumenter !

OUI, donc, il faut argumenter… Ces deux « notions » ne mettent pas en jeu les mêmes objets : l'un est une surface (= un morceau du plan), l'autre est une réunion d'objets « propres » ou « idéaux » du plan.

<u>*Angle droit*</u> = surface = un morceau du plan. Conséquence, on peut le découper ou le matérialiser, par un double pliage particulier d'une feuille. C'est comme le schmilblick, « *il tient dans la main, il tient dans la main !* ».

<u>*Droites perpendiculaires*</u> : réunion de deux droites du plan. Du coup, ça ne tient pas dans la main !

<u>Lien *« mucho forte »* entre ces deux « notions »</u> : deux droites perpendiculaires du plan déterminent quatre angles droits.

<u>QUESTION 4.2 et 4.3</u>. Du côté de la Maternelle. On s'intéresse au verbe DENOMBRER = (littéralement) DONNER le nombre d'éléments d'une collection discrète = combien séti ki n'en n'a de ketrus dans l'paquet ?

Est-il <u>nécessaire</u> de savoir compter pour DENOMBRER ? Est-il <u>suffisant</u> de savoir compter pour DENOMBRER ?

- <u>*Condition nécessaire*</u> : NON, pour les collections (*discrètes*) de cardinal « petit » (*de un à trois, voire jusqu'à six*). Brissiaud donne de nom de « *subitizing* » à cette « technique » de dénombrement, sans utilisation de la comptine. On « voit » la valeur du cardinal sans comptage : « *voir c'est savoir* ». Les prototypes du style constellations du dé, ou doigts de la main, ou dominos, ou autres… autorisent ce dénombrement dès lors que ce prototype est reconnu.

Deuxième élément de réponse : dès que la collection ne peut pas ou plus être dénombrée par cette technique, il est nécessaire de savoir compter, et même mieux, de « savoir comptiner ».

➢ *Condition suffisante* : NON. Il faut, en plus, appliquer en acte le modèle de Gallistel-Gelman qui justifie que le dernier mot-nombre prononcé donne le cardinal de la collection et stoppe le comptage. Pour ce faire, il y a d'autres passages obligés : synchroniser « récitage » de la comptine et parcours de la collection ; ne pas compter deux fois un même élément ; ne pas en oublier et, délicat ; passer en « direct live show » de la dimension ordinale, à la diction du mot-nombre, à la dimension cardinale qui donne la quantité, car c'est le dernier *maudit* (*euh non, zut,* « mot dit »). *Sportif quand même !*

QUESTION 4.4. Fait-on des **DEMONSTRATIONS** *au Primaire ? Argumenter...*

Question sensible s'il en est ! Avant toute réponse, on doit se poser la question initiale du « *pourquoi* » on démontre tel ou tel fait mathématique, bien avant celle de « *comment* » on démontre.

Derrière cet exercice qui unifie la population des mathématiciens ; la question de *la valeur de vérité* d'un énoncé est première. De façon très schématique, on « démontre » pour répondre deux questions ***Qi*** non équivalentes. (*i*) ***Q1*** : est-ce que la conjecture est *VRAIE* ? et (*ii*) ***Q2*** : pourquoi est-elle *VRAIE*, sinon *FAUSSE* ? On rentre ainsi dans la problématique de la *PREUVE* à plusieurs niveaux : on ne « fait » pas de démonstration formelle au Primaire. Par contre, on « *explique* », on « *cherche une ou des preuves* » contextualisées, pragmatiques, on « *justifie* », on « *teste* », on « *cherche un ou des contre-exemples* » ; bref, on « réalise » et on « imbrique » toute une série d'arguments avec un début léger de grammaire mathématique, dans le but de répondre à la même question que celle des mathématiciens : quelle est *la valeur de VERITE* d'un fait mathématique et pourquoi ? Je renvoie aux TD de préparation au CRPE, où, chaque fois que cela était possible, dans le cadre du problème 3 du sujet du concours, un petit paragraphe concernant la *preuve* de tel ou tel énoncé apparaît.

Sur quoi « insister » au Primaire : les raisonnements par « *essais-erreurs-ajustements* » (improprement appelés « *faire des tâtonnements* »), les raisonnements par « *exemple générique* », les raisonnements par « *étude exhaustive (ou presque) de cas* » et les raisonnements liés à la recherche d'un contre-exemple. Le tout dans des cas très simples où toute forme de preuve permet de donner du sens à ce qui est enseigné ; sinon, on « keep cool and wait ! ».

QUESTION 8.1. La multiplication est une opération qui « **agrandit** *» ; la division est une opération qui «* **diminue** *». VRAI ou FAUX ?*

Incontournable dans l'esprit du CRPE ! Pour répondre à cette question, il faut retourner en arrière. Une entrée privilégiée pour construire la multiplication des nombres entiers, à partir du CE1, est de l'identifier comme étant une addition répétée ou réitérée. De fait, les élèves se construisent, à l'insu du plein gré du professeur et d'eux-mêmes, une conception directement liée au fait que si on ajoute de façon répétée plusieurs un même nombre (*entier*), il ne va pas être simple de concevoir qu'on puisse obtenir un produit plus petit que chacun des deux facteurs. Idem pour la division, si son approche est par trop limitée à des problèmes de partage (*équitable, of course !*) = soustraction répétée ou soustraction réitérée. Là aussi, mis-connaissance(s) et difficultés à anticiper, à prévoir…

Grosse Katastrof dès qu'on s'intéresse à d'autres nombres : les *fractions* et les *nombres décimaux*… La raison est *essentiellement* MATHEMATIQUE, pas du tout pédagogique, encore moins « tout » ce qu'on veut d'autre. Il y a une rupture épistémologique sur l'*ORDRE* défini sur ces « nouveaux » nombres : *plusieurs écritures pour un même nombre, pas de successeur, intercalation « toujours » possible, passage du « discret » au « dense ».* Ce qui signifie qu'on ne s'en sortira pas avec des arguments qui ne sont pas mathématiques… Autre « souci » ou plutôt préoccupations du PE : trouver des liens entre les « anciennes » techniques opératoires et les « nouvelles » à légitimer. Pour la suite, Cf. *QUESTION 8.7.*
En tous cas, il y a du boulot pour l'année de M2 !

<u>QUESTION 8.2</u>. Dans un cadre spécifiquement mathématique, les verbes « classer » et « ranger » sont synonymes ? VRAI ou FAUX ? Argumenter ou donner des exemples caractéristiques.

<u>NON synonymes</u> ! En mathématiques, « *classer* » signifie « *mettre ensemble ce qui se ressemble* ». On établit un (= tri) ou des critères et on fait des paquets d'objets possédant le même critère. Par contre, « *ranger* » est lié à une notion d'ordre qu'il faut définir pour comparer ou justement ranger des éléments d'une collection *discrète* pour commencer, beaucoup moins discrète pour aller plus loin !

En fait, l'expression « *range tes chaussettes !* » est inadaptée pour un mathématicien.

<u>QUESTION 8.3</u>. A partir du cycle II, les élèves sont familiarisés avec la manipulation de la règle, graduée ou non. Quels sont les trois principales fonctions de cet instrument ?

Trois fonctions essentielles : (*i*) tracer un trait « droit », prolonger un trait « droit » ; (*ii*) trouver la longueur d'un segment, avec une règle graduée et (*iii*) vérifier des alignements (*oubli de l'enseignement !*).

<u>QUESTION 8.6</u>. On s'intéresse aux polyèdres. Comment peut-on définir un polyèdre régulier ?

Une mise au point, *incomplète d'un point de vue formel*, mais correcte…
Une classification élémentaire, pour le Primaire (*c'est déjà ça !*).

Les ***SOLIDES*** : « objets 3D » *qu'on tient dans la main, qu'on tient dans la main* !					
Les ***POLYEDRES***			Les ***NON-POLYEDRES*** ou « *Corps Ronds* »		
Les **PRISMES**		Les **PYRAMIDES**	Les **CYLINDRES**	Les **CONES**	Les **SPHERES**
CUBE	*PAVE*				

On appelle polyèdre régulier, un polyèdre qui possède les quatre caractéristiques suivantes :

- *(i)* Les faces sont des polygones réguliers (*superposables*) ;
- *(ii)* Les angles dans le plan et dans l'espace sont égaux ;
- *(iii)* Chaque sommet est le point de concours d'un même nombre d'arêtes.
- *(iv)* Il est inscriptible dans une sphère (*<u>définition</u>* : enveloppe d'une boule).

On appelle aussi « solides de Platon » les polyèdres réguliers. Il y en a cinq *(comme les cinq éléments constitutifs de la genèse : l'eau, le feu, l'air, la terre et le prana ou l'éther*) : quel élément pour quel solide ou inversement ? A chercher…

<u>Pour aller plus loin</u> : problèmes variés et types de tâches à faire rencontrer aux élèves… Ce sera pour l'année de M2. Zut !

<u>QUESTION 8.7</u>. On s'intéresse aux deux produits suivants : $0,2 \times 0,9 =$? et $0,2 \times 0,3 =$?
Un élève trouve respectivement 0,18 et 0,6. Analyser ces deux résultats : quelle semble être la technique mise en œuvre ?

Trop facile la multiplication des décimaux, ben oui : on multiplie de chaque côté de la virgule et après, hop, on a le produit, la virgule sert d'élément séparateur entre deux nombres entiers. En effet, $0 \times 0 = 0$ et $2 \times 9 = 18$; de même $2 \times 3 = 6$, d'où les deux produits 0,18 et 0,6. Cool, mais ç'est faux ! Ce serait bien commode, d'autant plus qu'un des deux produits est correct !!! C'est la conception même du nombre décimal qui est en cause, ce qui nécessite de *RE-construire* les opérations, sans les « affilier », *par définition*, aux opérations avec les nombres entiers. Et donc, attention à ce qui peut sembler simple à expliquer, aux usages de « *dans le temps où c'était mieux* » et aux applications incorrectes d'algorithmes de calcul non justifiés.

A titre culturel, *why not ?*, on dit aussi des bêtises lorsque ; par exemple, on fait la somme de deux notes (*du dernier partiel ?*), écrites sous forme fractionnaire. On accepte, dans le sens commun, qu'une note de « 1 sur 4 » à une question + une note de « 3 sur 6 » à une autre question « donne » une note de 4 sur 10 !!! Or, $\frac{1}{4} + \frac{3}{6} = \frac{3}{4} = 0,75 \neq \frac{4}{10} = 0,4$!!!

Qu'on soit étudiant en M1 ou étudiant-stagiaire en M2, il y a donc un réel travail *disciplinaire* et *didactique* à fournir dès qu'on s'intéresse aux *techniques opératoires* avec ces « nouveaux » nombres !

QUESTION 8.8. Citer une confusion standard avec une notion « spatiale », voire « physique » que peuvent faire les élèves lorsqu'on parle de droites perpendiculaires dans le plan ?

Réponse simple et précise : la confusion réside dans le fait qu'on parle de « *droites horizontales* » et de « *droites verticales* » comme caractéristiques de « *droites perpendiculaires* » et inversement. Surtout lorsqu'on travaille avec du papier quadrillé à maille carrée. L'horizontalité et la verticalité sont des notions 3D. Là aussi, les usages non-mathématiques polluent le sens… Se reporter aussi à la *QUESTION 4.1*.

QUESTION 16.1. Citer des variables didactiques sur lesquelles « jouer » dans un problème mettant en jeu la PROPORTIONNALITE ?

Question ultra-classique ! On y va… (Suite de la *QUESTION 2.2*)
Quelle que soit la situation de proportionnalité, celle-ci met en jeu, explicitement ou pas, un *COEFFICIENT de PROPORTIONNALITE* et donc les variables didactiques prennent appui sur ce nombre.

- Nature du coefficient : nombre entier, nombre décimal « simple », nombre décimal « moins simple », nombre fractionnaire ;
- Valeur du *rapport* entre les grandeurs en jeu : facile à déterminer ou pas ?
- Quantité de données : il n'y en a pas que quatre, dont une n'est pas connue ou autre ;
- Discrimination des techniques : choix de celle(s) pouvant être la « plus » appropriée, sans passer par le marteau-pilon des *produits en croix* ;
- Degré de familiarité avec les nombres ou les grandeurs en jeu, aspect non négligeable…

QUESTION 16.2. Un piège standard ! ! ! Sur un parcours aller(A)-retour(R) donné, la vitesse moyenne du parcours A-R est égale à la moyenne des vitesses des parcours A et R. VRAI ou FAUX?

L'énoncé : « *la vitesse moyenne est égale à la moyenne des vitesses* » est FAUX. Stratégie CRPE : produire un bon contre-exemple pour illustrer cette « erreur ».

Par exemple. Pour parcourir une distance aller A-R = 100km, un véhicule met une heure. Pour parcourir la distance retour R-A, le même véhicule met deux heures. Quelles sont les vitesses (*moyennes*) pour parcourir le trajet A-R, le trajet R-A et le trajet aller-retour ?

Vitesse (aller) = 100km/h (*pas de calcul !*) ; vitesse (retour) = 50km/h (*idem, pas de calcul !*), moyenne des deux vitesses = 75km/h et pourtant, vitesse (aller-retour) = distance totale parcourue/durée du parcours = $\frac{200km}{3h}$ ≈ 66,67km/h et 75km/h ≠ 66,67km/h. Exemple suffisant !

QUESTION 16.3. On parle souvent de « figure complexe » au Primaire. Quelle définition opératoire peut-on donner d'une telle figure ? Exemples simples ?

On peut définir comme « *figure complexe* », une figure comprenant un « collage », un « assemblage », un « agencement », une concaténation de figures dites élémentaires ou « *simples* ». Par « *figure simple* », il faut entendre, par exemple, carré, cercle, triangle, droite, droites parallèles, … Entre parenthèses, ces figures sont qualifiées de « *simples* », mais elles ne sont pas aussi simples que ça en a l'air : elles sont porteuses de propriétés non triviales !!! Il ne suffit pas d'en donner une définition déclarative, (*en faisant l'hypothèse que cette définition soit correcte et opératoire : autre paire de manches !*), pour qu'un élève entretienne un rapport cognitif solide avec cette figure. C'est tout l'enjeu de l'enseignement-apprentissage de la Géométrie au Primaire et même après.

Pratiquement, il vaut mieux partir du général au particulier et non pas l'inverse. Si on veut étudier les polygones, on part plutôt d'un polygone (*convexe*) quelconque, auquel on adjoint une propriété et on étudie le « nouveau » polygone possédant cette propriété et on poursuit l'algorithme.

Par exemple, au cycle III : « *Je suis un polygone qui possède deux côtés parallèles et deux côtés perpendiculaires. Qui suis-je ?* » Constructions, débats de classe, etc…

On apporte ainsi du nouveau, *petit à petit*, qui se construit sur des connaissances anciennes et statiques (*carré, triangle, cercle ou rond : déjà au « programme » de la Maternelle*).

QUESTION 16.4. On s'intéresse à un problème de partage équitable qu'on résout à l'aide d'une division. Illustrer par deux exemples simples les deux cas « classiques » de type de partage rencontrés au primaire.

Savoir professionnel bien modélisé et qui doit fournir des pistes pour le PE.

(i) La « *division-partition* » ou recherche de la valeur d'une part. Exemple emblématique (*formulation à revoir*) : « On souhaite partager 68 pièces d'or entre sept pirates. Combien de pièces par pirate ? Reste ? »… *Analyse* : le dividende exprime un nombre concret (une *presque* grandeur) qu'on partage équitablement : le résultat s'exprime avec ce nombre concret = tant de pièces par pirate, avec ou sans reste, parce que on n'a pas pu partager ce qui est en trop.

(ii) La « *division-quotition* » ou recherche du nombre de parts. Exemple emblématique (*formulation à revoir*) : « On souhaite partager 68 pièces d'or en paquets identiques de sept pièces chacun. Combien de pièces dans chaque paquet ? Reste ? »… *Analyse* : dividende et diviseur sont exprimés avec la même (*presque*) grandeur : on « divise » des pièces par des pièces et on trouve tant de pièces par paquet, avec ou sans reste, idem ci-dessus.

(iii) *IMPORTANT* : l'exemple est qualifié d'emblématique, non pas par la difficulté éventuelle liée aux calculs, ni au choix de l'opération ; mais par le fait qu'on modélise ainsi les deux cas. *Autre point* : on peut s'en sortir sans nécessairement poser une division…

QUESTION 16.5. Suite de la question précédente. Donner d'autres situations modélisées par la division au cycle III.

D'autres situations : (*i*) Rapport entre deux *grandeurs de même nature* : lien entre diamètre et longueur du cercle, … (*ii*) Rapports entre deux *grandeurs homogènes* : lien entre aire et longueur, lien entre vitesse et distance parcourue ou les autres cas, … (*iii*) Calculs de moyennes, et oui, comme la bonne vieille moyenne ! (*iv*) Problèmes liés à la notion de *quotient* écrit sous forme fractionnaire (*délicat au cycle III*) et des problèmes « non-(*pseudo*)concrets ».

QUESTION 16.6. On s'intéresse aux représentations des objets 3D sur le plan. Donner les deux types de représentation de solides avec lesquels on travaille au Primaire.

Question non anodine ! Il y a deux types de représentation de solides : les représentations en perspective, qui obéissent à des règles spécifiques (*il existe plusieurs perspectives*) et les photographies, qui permettent de s'approprier plusieurs vues possibles d'un même objet. Dans tous les cas, pour toute représentation plane, on perd des « informations » de l'objet 3D lorsqu'on veut le représenter sur le plan.

QUESTION 16.7. On « agrandit » ou on « réduit » une figure géométrique plane. Quelle grandeur reste invariante suite à cet agrandissement ou à cette réduction.

Question subtile ! Longueurs et aires varient et les angles ? Ils sont conservés ! Yes. Encore plus fort, il existe des transformations qui ne conservent pas les angles, c'est quand même un peu plus compliqué. On les appelle les *« transformations non conformes »*…

QUESTION 16.8. Prospective et perspective ! Peut-on proposer des activités sur l'aléatoire au Primaire ? Bonne question !

Yes et yes ! Quelle activité ? Une proposition.

- D'après le site Statistix (article de C. Robert et C. Houdement). Avant de proposer cette belle activité, quelques compléments sur le mot « *hasard* » : qu'entend-on par « *hasard* » et non pas « *par hasard* », hihihi…

(*i*) Un premier sens : « *hasard* » lié à l'imprévisibilité d'évènements extérieurs à une personne, ces évènements étant sources dichotomiques de joie (*la chance*) ou de non-joie (*la malchance*).

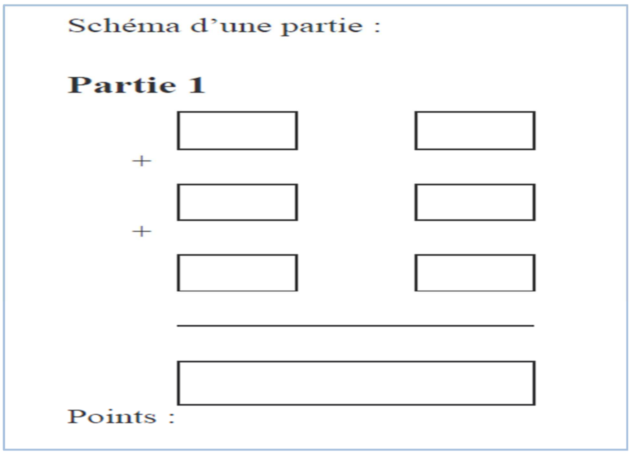
(*ii*) <u>Un deuxième sens</u> : « hasard » lié à l'absence de réflexion ou de stratégie de réflexion lors d'une action produite par une personne et (*iii*) <u>un troisième sens</u> : « hasard » comme coïncidence entre deux évènements.

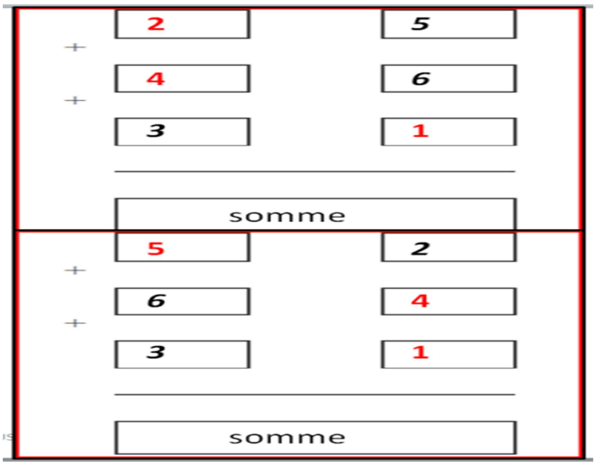
D'où des questions pédagogiques, didactiques et professionnelles : pourquoi, quand et comment faire découvrir l'aller à Thouars, euh, l'aléatoire aux élèves du cycle III. Un jeu…

<u>Règles du jeu et consignes</u>… Jeu en binôme, avec deux fiches ou grilles de jeu par binôme (*Cf. ci-dessous*) et un dé cubique ordinaire (*non pipé*) !

Un joueur lance le dé. Chacun des deux joueurs inscrit le nombre tiré sur sa fiche dans une des deux cases de la première ligne. Puis on recommence et ainsi on forme un nombre à deux chiffres par ligne. On répète les lancers jusqu'à obtention des trois nombres à deux chiffres. On calcule alors la somme de ces trois nombres. On « boucle » et on recommence plusieurs fois la partie.

<u>Tâche</u> : comparaison des sommes obtenues et éventuellement, instauration de règles de gain ou de perte relatives au jeu (*à préciser*)… Copie d'écran d'une feuille de jeu et d'un jeu.





<u>Quelques éléments d'analyse</u> : à produire sur une vraie « *fiche de prep* », hihihi…

- Même si le « hasard » intervient, une <u>réflexion</u> relative au placement du chiffre obtenu après le premier lancement est effectivement nécessaire ;
- Produire les trois nombres, puis les additionner demande à un élève d'élaborer et de s'engager alors dans une stratégie « gagnante » ;
- Percevoir l'égalité des chances de sortie d'apparition de chacun des six nombres du dé, donc… *<u>OBJECTIF</u> : aller de « <u>chance</u> » à « <u>probabilité</u> »* ;
- Trouver et élaborer des règles systématiquement gagnantes (*placement du « **1** » et du « **6** »*), d'autres règles plus souvent gagnantes que perdantes (*placement du « **5** »*) et inversement (*placement du « **2** »*), d'autres règles moins systématiques (*placement du « **3** » ou du « **4** »*).
- Déterminisme et processus aléatoires coexistent ;
- *<u>Approche moderne des probabilités</u>* : le concept de « *chances égales* » n'existe que pour un très, très grand nombre d'expériences, répétées dans les mêmes conditions… *A suivre…*

*<u>QUESTION 16.9</u>. Qu'appelle-t-on **problème additif** au Primaire ? Sur quelle modélisation de cette famille de problèmes s'appuyer pour mener une analyse des tâches proposées et des procédures mobilisées ?*

Une vraie question didactique ! Un modèle pertinent à connaître est : la « *classification des problèmes additifs* » de G. VERGNAUD. Qu'appelle-t-on « *problème additif* » ? Ce n'est pas un problème qui mobilise l'addition ou la soustraction. C'est bien plus complexe : on va essayer d'y voir plus clair avec des exemples de problèmes qui se ressemblent, sans se ressembler vraiment. La pertinence du modèle de VERGNAUD tient dans le fait qu'on ne fait pas la course à l'opération : addition ou soustraction ?, mais que c'est la structure même du problème qui rend sa résolution plus ou moins complexe. *Cf. exemples, page suivante.*

Pb 1. Dans un vase il y a 35 fleurs, il y en a 19 qui sont rouges et toutes les autres sont jaunes. Quel est le nombre de fleurs jaunes ?

Pb 2. Polo joue aux billes pendant la récréation. Il en gagné 19 et il en a maintenant 35. Combien de billes de Polo possédait-il avant la récré ? Trop fort aux billes le Polo !

Pb 3. Vincent a 19 ans de moins que Jean et Vincent est âgé de 35 ans. Quel est l'âge de Jean ?

Pb 4. Pierre arrive à l'école avec 35 billes. Il joue à la récré et en perd 19. Combien de billes lui reste-t-il après la récré ?

Pb 5. Pat doit 19 euros à Assia. Il lui donne trois billets : un billet de 20 euros, un billet de 10 euros et un billet de cinq euros. Quelle est alors la nouvelle situation entre les deux compères ?

On ne modifie pas la structure des *Pb 2* et *Pb 5* si on change « gagné » par « perdu » et inversement. Très subtil…

Problème additif emblématique : « *la Vache et la Paysan* » : contacter PW…

> *QUESTION 16.10. On s'intéresse au nombre décimal 13,67, écrit sous forme décimale usuelle. Proposer d'autres écritures de ce nombre, en justifiant de leurs « utilités ».*

Les « *écritures* » : il faut que les élèves se donnent le choix, suivant la situation étudiée ou le problème posé. On part de l'écriture usuelle et standard 13,67.

$13 + 0{,}67 = 13 + \frac{67}{100}$	$\frac{1367}{100}$	$13 + 0{,}6 + 0{,}07 = 13 + \frac{6}{10} + \frac{7}{100}$	$14 - 0{,}33 = 14 - \frac{33}{100}$	Les écritures avec les *lettres* et les *mots*, pas facile !

Utilités : (*paragraphe à développer*). Il y a insuffisance des nombres entiers pour résoudre des problèmes « simples » : comparaisons et rangements ; mesures et conversions d'unités ; expressions de nombres particuliers : pourcentages, taux et soldes ; (*mathématique*) on peut approcher d'aussi près qu'on veut un nombre réel, …

> *QUESTION 16.11. En fait, elle devrait précéder la question 16.10. Quels sont les grandes lignes d'une programmation de l'enseignement-apprentissage des nombres décimaux au cycle III. Justifier et argumenter.*

Progression standard dans beaucoup de manuels.

Réponse assez courte, qui mérite un développement beaucoup plus riche. Ce sera pour l'année de M2 !

- *Un principe de base* : ne surtout pas « rentrer » dans la « création » des nombres décimaux avec les références sociétales usuelles. Les écritures impropres du style : « 7€65 » ; « 12kg250 » ; « 8m50 » ne doivent pas tout de suite « donner » 7,65€, 12,250kg et 8,50m. Au fait, pourquoi ? Analyser…
- On travaille d'abord à construire la notion de « fraction », en tant que fractionnement d'une unité. Matériel didactique, pas physique, quoique : le « guide-âne » ou un « réseau de droites parallèles équidistantes » ; on définit ainsi ce que le programme appelle des « fractions simples » : $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$; …, puis $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{6}$;…
- On travaille ensuite avec une autre fraction : la fraction décimale = $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{100}$, …
- Début du changement d'écritures : passage de la fraction décimale au nombre décimal, écrit sous sa forme usuelle, c'est à dire, avec la *VIRGULE* !
- Et ce n'est pas fini : il faut faire le lien entre toutes ces écritures. Et après, on peut se lancer vers les problèmes, la comparaison, des rangements et les opérations…

La *NUMERATION* trouve ici toute sa légitimité et toute sa puissance. En particulier, la différenciation « *chiffre des…* » et « *nombre de…* » est essentielle à renforcer.

QUESTION 16.12. Cf. la QUESTION 8.2. A partir du cycle III, les élèves sont familiarisés avec la manipulation du compas. Quelles sont les principales fonctions de cet instrument ?

Deux fonctions : (*i*) tracer une ligne particulière : un cercle, frontière d'un disque et (*ii*) utiliser le compas comme « rapporteur » de longueurs ou comme gabarit de longueurs (*exploration de tâches liées à la comparaison, au rangement, … de longueurs, sans connaître les mesures (= nombres) de ces longueurs*).

QUESTION 16.13. On se place dans le cadre géométrique. Qu'est-ce qu'un programme de construction ? On se place dans le cadre numérique. Qu'est-ce qu'un algorithme ? Exemples…

Cette question appelle deux réponses, avant de chercher à voir si ces réponses sont complémentaires ou exclusives ou autres…

Programme de construction. Domaine principal de travail : la géométrie.

Une définition. Liste d'instructions ordonnées et hiérarchisées permettant de construire une figure « complexe » respectant une grammaire mathématique minimale.

Exemple : deux programmes de construction ayant les mêmes instructions, mais pas dans le même ordre.

(***1***)Tracer un cercle de centre O, de rayon donné ; (***2***) Marquer trois points sur ce cercle ; (***3***) Tracer le triangle d'extrémités ces trois points.	(***1***)Marquer trois points distincts ; (***2***) Tracer le triangle d'extrémités ces trois points ; (***3***) Tracer le cercle passant par ces trois ponts.

Eléments d'analyse : on a les mêmes instructions, ordonnées différemment, et pourtant, on obtient la même configuration. MAIS, un des deux programmes est trivial à exécuter et l'autre nécessite des connaissances mathématiques plus élaborées. Ce qui compte pour le CRPE, c'est d'être capable (*i*) de construire une figure avec un programme donné et (*ii*) *réciproquement*, de rédiger un programme de construction à partir une figure donnée. Un vocabulaire adapté et précis est ici nécessaire. Pas toujours simple !

Algorithme. Domaine principal de travail : le numérique.

Le mot algorithme est présent dans la culture scolaire. (*i*) En Maternelle, le mot est employé par les PE pour désigner une tâche routinière, répétitive, qui consiste à suivre un modèle ou pas pour réaliser une frise, un « collier », … (*ii*) Ce mot est également employé, à partir du cycle II, comme synonyme de technique opératoire : on parle alors des « algorithmes des opérations ». En dehors du cadre mathématique, une bonne vieille recette de cuisine (*des ingrédients au départ, des instructions, dont l'exécution amène un résultat et une « fin » : le plat préparé !*) peut être synonyme d'algorithme, à condition de respecter les indications ! Mais pour qui a réalisé des recettes, il y a une part non négligeable de personnalisation de cette recette, sans garantie de saveur et de goût !

L'arrivée en force du numérique dans les programmes 2016 va lui donner alors un sens plus précis et plus ouvert.

Une définition. On appelle algorithme, une suite finie d'instructions à exécuter dans le but de résoudre un problème.

Pour générique qu'elle soit, cette définition n'en est pas moins précise, tout autant que dans le paragraphe précédent.

Le logiciel SCRATCH (MIT) est un logiciel d'apprentissage de la programmation, sous forme ludique, mais sérieuse ; dont on doit se saisir aujourd'hui dans l'enseignement. Ce sera pour next year ou plutôt pour les plus curieux, dans ce cas, direction Internet…

<u>QUESTION 16.14</u>. On s'intéresse à la « caltosss » (calculette ou calculatrice !). Donner des raisons sérieuses et objectives d'utiliser cet instrument au Primaire. Exemples…

Réponse « forte » ! De nombreuses personnes, *<u>non nécessairement autorisées didactiquement parlant, mais qui s'autorisent quand même !</u>*, pensent que l'usage de la caltoss est néfaste à l'école puisque les élèves, assurés de trouver les résultats sans effort apparent, en tapant sur des touches, n'apprendraient rien et du coup, ils ne sauraient plus calculer.

Un problème de rapport et de CULTURE de cet instrument se pose donc, surtout pour le public PE !

Les calculatrices sont des ***instruments*** de calcul *top-niveau* qui rendent des services quotidiens à de très nombreux professionnels et particuliers, les rejeter de l'école serait un « combat d'arrière-garde ». *(Idem à celui de Roland à Roncevaux, ou à celui des chevaliers d'Azincourt, en 1415 ou à celui de la Garde Impériale à Waterloo, en 1815 ou stop !).*

Une maxime à méditer (*R. CHARNAY*).

Passer de « *La calculatrice est (en général) interdite, sauf dans les situations où son usage s'avère pertinent* ».

À « *La calculatrice est à la disposition des élèves, sauf dans les situations où son <u>interdiction</u> s'avère pertinente* ».

Une belle activité, parmi beaucoup d'autres (*M. FENICHEL et COPIRELEM*).

Deux élèves : un « *dicteur* » et un « *calculateur* ». Fin de cycle II, début de cycle III.

L'élève – dicteur dicte à l'élève – calculateur des calculs, écrits sur une feuille, sans indiquer les résultats.

L'élève – calculateur doit taper en même temps le calcul. Les deux élèves vérifient les affichages et les réponses de la feuille de calcul. Chaque élève joue chaque rôle.

<u>Tâche du « dicteur »</u> : traduire correctement les écritures additives, en passant de la désignation écrite chiffrée des nombres à la désignation orale.

<u>Tâche du « calculateur »</u> : traduire ce qu'il entend par des « écritures – machines », lancer les calculs et noter les résultats.

Mise en commun : vérification des réponses et débats…

Un exemple d'une telle fiche de CALCUL.
<u>Points à débattre</u> : rôle du PE, validations(***s***), institutionnalisation(***s***), évaluation(***s***), *travail « en équipes » ???*

<u>Le « dicteur »</u> : Toto Lharicot <u>Le « calculateur »</u> : Titi Wouistiti	<u>Le « dicteur »</u> : Titi Wouistiti <u>Le « calculateur »</u> : Toto Lharicot
a) 7 + 3 + 11 = 21.	a) 5 + 6 + 8 = 19.
b) 37 – 5 = 32.	b) 23 – 5 = 18.
c) 23 + 5 + 10 = 38.	c) 13 + 5 + 10 = 28.
d) 47 – 6 = 41.	d) 27 – 15 = 12.
e) 57 + 22 = 79.	e) 17 + 12 = 27.
f) 47 + 15 = 62.	f) 27 + 35 = 62.
g) 89 – 43 = 46.	g) 87 – 35 = 52.
h) 53 – 28 = 25.	h) 43 – 18 = 25.
i) 13 + 2 + 5 + 7 = 27.	i) 3 + 4 + 5 + 6 = 18.
j) 215 + 8 = 223.	j) 125 + 8 = 133.
<u>Total</u> : nombre de réponses justes.	*<u>Total</u>* : nombre de réponses justes.

Ce n'est pas une activité d'introduction de la caltosss ; ce qui sous-entend que les aspects plus classiques de prise en main de l'instrument doivent précéder cette activité. On peut se reporter aux manuels récents (*programmes 2016*) où on peut trouver quelques exercices intéressants.

<u>QUESTION 16.15</u>. Qu'appelle-t-on le procédé « La Martinière » ?

Un peu de culture historique. Contrairement à qu'on entend, ici ou là, dans les soirées de l'ambassadeur, La Martinière n'est pas le nom d'un personnage ; c'est un lieu. Il s'agit d'une école à Lyon fondée au XIXè siècle, grâce à la fortune d'un généreux donateur (*M MARTIN (1735 – 1800 : militaire français qui a servi l'Angleterre dans la Compagnie des Indes Orientales)*) qui a mis en place « le procédé La Martinière », révolutionnaire à l'époque, *hihihi*, à Lyon, mais aussi dans d'autres écoles dans d'autres pays. Procédé qui a fait les beaux jours de l'école de la (*vieille*) République (*Ah, nostalgie, quand tu nous tiens, oui, elle nous tient, mais, on ne sait pas par quoi !*). Il y a encore des choses à dire, mais on va répondre à la question…

<u>Objectif</u> : « travailler » *collectivement* le calcul dit *<u>calcul automatisé</u>*.

<u>Matériel</u> : une ardoise (de Trélazé ou d'ailleurs ?), a piece of chalk et un chiffon ; aujourd'hui un TBI ou une tablette, hihihi ?

<u>Déroulement</u> : le maître énonce une ou plusieurs fois un calcul et les élèves, *en direct live show*, écrivent sur l'ardoise le résultat attendu et lèvent l'ardoise à la vue du maître qui valide ou pas à la volée. Dans le temps, c'était un jeu de coup de règles sur le bureau qui cadençait et indiquait chaque étape du déroulement.

Aujourd'hui, on a bien avancé : justement, où est le « nouveau » ? Et enfin, une question intéressante : analyser les <u>points-forts</u> et les <u>points-faibles</u> de ce dispositif de travail. C'est parti…

De façon plus directe, on a posé ici la problématique du calcul : « *automatisé* » vs « *raisonné* », avec quels moyens ou outils (*à la main, mentalement, assisté par un instrument de calcul*). Gros travail à produire. C'est aussi pur l'année de M2.

*<u>QUESTION 16.16</u>. On arrive au bout de ce questionnaire. Une dernière question open, hihihi… Donner une définition opératoire, structurée, pertinente, scientifique d'une **COMPETENCE**.*
*Note de PW : cela suppose qu'il en existe « **une** » ! « **une** » ou bien « **une et une seule** » ou bien « **un peu moins que une** » ou bien ? Bon travail !*

Il faut lire les programmes (*2016, of course !*), tout autant que les annales COPIRELEM !

- Genèse de l'objet « *COMPETENCE* » dans le système scolaire français : réforme des IUFM (2002), puis rapport THELOT (2004), puis réforme FILLON (2005) et enfin avènement des ESPE et matérialisation du *Socle Commun des Compétences, des Connaissances* (*et de la Culture*)…
- « *Notion* » relativement récente dans l'institution scolaire, <u>non présente dans la vieille » culture scolaire et universitaire française</u>. Mais présente dans d'autres institutions.
- Quelle définition SPECIFIQUE aux mathématiques ? En effet, Cf. *QUESTION 8.1*, page 1/11, on n'a pas de définition standard « solide » et consistante de la *COMPETENCE*, qui en plus fluctue avec les divers champs disciplinaires qui s'y intéressent. Les programmes 2016 règlent quelque peu cette délicate question de ce que peut être une compétence. Une compétence est définie à partir d'un verbe d'action : *CALCULER*, *COMMUNIQUER*, *RAISONNER*, *CHERCHER*, *REPRESENTER* et *MODELISER*. A suivre…
- <u>Notes de ***PW***</u>. (i) Une *COMPETENCE* ne s'enseigne pas ; ce sont les *NOTIONS* qui peuvent être enseignées. Du coup, les questions sur les apprentissages méritent une attention et une analyse plus fine. (ii) En Didactique des Mathématiques, il existe des *THEORIES*, au sens formel, qui offrent des outils d'analyse puissants et rigoureux des phénomènes d'enseignement, qui dépassent ce qu'on peut étudier avec les *COMPETENCES*. Contacter ***PW***…

Fin provisoire de ce questionnaire.
Et pourtant, il en reste des questions à débattre !
En respectant la progression géométrique de raison deux, je devrais en poser maintenant trente-deux !!! Ce sera pour une autre fois.