

PW. M2, UE ?, ~~TD ou~~ CM

Une contribution originale des
Mathématiques : *émergence* et
traitement(s) de difficultés scolaires :
des apports de la ***Didactique des Mathématiques***

Evolution de l'enseignement

du NOMBRE et de la NUMERATION au primaire :
des questions d'*enseignement* aux questions d'*apprentissage(s)*,

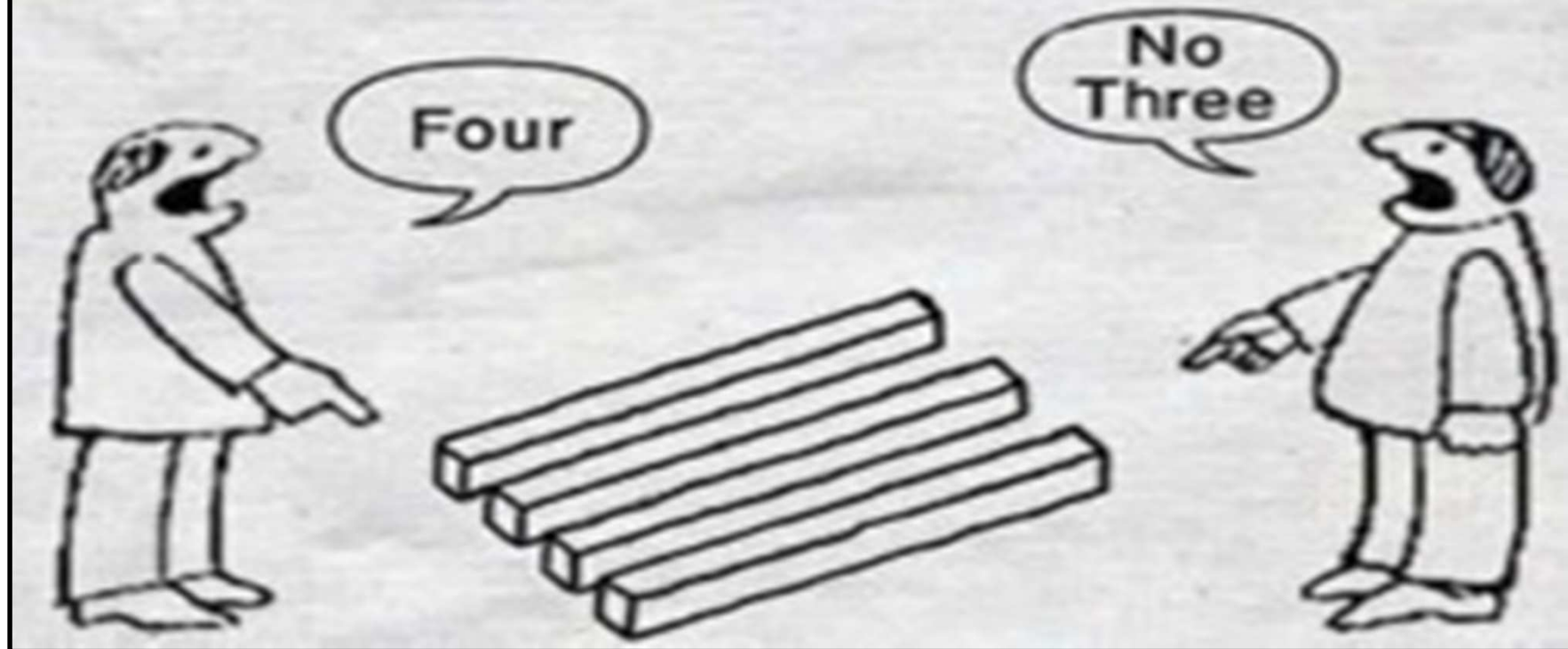
Quelques entrées et pistes de travail :

Une CONDITION NECESSAIRE, non SUFFISANTE...

Master Meef-PE, Blois, 2016/2017

**"Everything we hear
is an opinion, not a fact.
Everything we see
is a perspective, not the truth."**

- Marcus Aurelius



HYPOTHESE :

Un nombre important, voire une majorité (?), des *difficultés* dites « ordinaires » d'apprentissage des Mathématiques scolaires dépend du PROJET d'enseignement mis en place par le Professeur, au sein de l'Institution ECOLE, relativement à la discipline enseignée.

C'est le point de départ de la réflexion sur ce sujet sensible des difficultés dites « ordinaires », et ce, rappel de *PW*, dans le cadre restreint et fermé de la scolarité.

OBJECTIF.

L'objectif ~~de ce **TD** ou de ce **CM**~~ est d'éclairer cette hypothèse sur les apprentissages par les QUESTIONS d'enseignement que pose l'enseignement du **NOMBRE** et de la **NUMERATION** de la Maternelle à l'entrée au Collège. *On peut aussi s'intéresser à d'autres domaines...*

COROLLAIRE :

Il y a donc une nécessaire dissociation entre ce qui relève de l'enseignement (où les *QUESTIONS* sont donc *essentiellement* sur le territoire du Professeur tout autant que sur celui des *Mathématiques*) de ce qui relève des apprentissages, où c'est l'élève qui est directement et essentiellement concerné. D'où l'importance de « l'erreur ». *Commentaires et débats à l'oral...*

D'où la promotion d'apports praxéologique, fondamental et différencié de la DIDACTIQUE des MATHEMATIQUES.

Absolument incontournable.

Cf. diapositives suivantes... Yes !

TEACHING is not LEARNING, et « lycée de Versailles » !

Explicitations et mises au point.

➤ Difficultés « ordinaires » = étapes « *normales* », voire presque « *normées* », liées à TOUTE situation d'enseignement-apprentissage.

Cadre et Limites du projet : pas d'incursion du côté des troubles ou des handicaps.

Se reporter à des cours sérieux et structurés de psychologie.

(Cf. diapositive en annexe)

➤ Difficultés en mathématiques : *une première définition (évolutive)*. Une difficulté en Mathématiques peut être observée, vue, puis analysée comme une inaptitude, momentanée ou prolongée, récurrente ou non, chronique ou non, à élaborer ou à construire une solution structurée d'un problème **scolaire** de Mathématiques. ...

➤ Les sources de ces difficultés : principalement trois.

- i. Une source individuelle : difficulté(s) liée à l'élève corrélée(s) aux rapports complexes, à tout le moins !, entre le développement cognitif, le développement de la pensée et les connaissances et savoirs à acquérir. Item absolut nicht traité dans ce TD. PW insiste !
- ii. Une source sociale et sociétale : position et posture de l'élève dans ses relations aux « autres » (famille, environnement, culture, système scolaire, professeurs, ...). Item absolut nicht traité dans ce TD. PW insiste, bis !
- iii. Une troisième source, moins visible et beaucoup moins mise en évidence : le « rapport » entre les trois sommets du triangle « *Professeur, Elève, Mathématiques* ».

Commentaires et débats à l'oral...

Explicitations, suite...

➤ Quelques difficultés « ordinaires » emblématiques et repérables : difficultés lexicales (*Traitements ?*), difficultés liées à la mémoire et à la mémorisation en général (*Traitements ?*), difficultés corrélées liées au raisonnement et à la cognition (*Traitements ?*), difficultés liées à l'abstraction (*Traitements ?*)... Plus chaotiques : des difficultés comme « combinaisons » des éléments précédents. Aie ! *Commentaires et débats...*

➤ Origine(s) de (certaines) difficultés : pas simple du tout ! L'objet du *TD* est de regarder finement comment le pédagogique et le didactique génèrent, à l'insu de n'importe quel plein gré, certaines difficultés « ordinaires » telles que définies ci-dessus.

Ce sont DONC essentiellement les Mathématiques et le Professeur qui sont interrogés...

➤ COROLLAIRE :

On laisse ainsi de côté ce qui relève du psycho-affectif (*entrée presque, voire trop, automatisée dès le moindre « problème »...*) ; de certains « préjugés-fauxjugés » sur les Mathématiques ; ainsi que de quelques influences et représentations sociétalo-néfastes ! (« *C'est difficile, mais j'ai réussi sans jamais rien comprendre* », « *Discipline austère, froide, impersonnelle, ...* », « *Ya pas beaucoup de poésie là-dedans !* », « *Filles et Maths* » vs « *Garçons et Lettres* » : même combat ?, ...).

Rappel important : CN et non S. Or, l'Institution ECOLE ne le voit pas comme ça ! Et donc, ne peut pas répondre à ces questions qui demeurent toujours aussi sensibles, programmes après programmes...

D. Hilbert. A propos d'un de ses étudiants ayant abandonné les Mathématiques pour la Poésie. « *J'ai toujours pensé qu'[il] n'avait pas assez d'imagination pour devenir mathématicien !* ».

Le décor est maintenant planté : le NOMBRE et la NUMERATION de la Maternelle au Collège ; étude de quelques questions d'enseignement sensibles, résistantes et récurrentes. « Impact(s) » et effets sur les apprentissages. *Le but du **TD** ou du **CM** est donc de recenser, décrire et si possible d'analyser quelques difficultés « ordinaires » liées aux pratiques d'enseignements banales et usuelles. Sans autre prétention !*

Parti pris « théorique » : quels modèles ?

1) Une approche de type « constructiviste » :

- Apprentissage par adaptation dans un contexte scolaire ;
- « Enseignement-Apprentissage » dans le cadre de l'ECOLE : rôles des « pairs » et rôles du **PE** et du **PLC**, ...

2) Une entrée (résolument) « didactique » :

- Analyse « multicritérielle » et *disciplinaire* des contenus à enseigner, avant tout autre projet ;
- Analyse de quelques « relations » emblématiques entre enseignement et apprentissage.

Des QUESTIONS d'ENSEIGNEMENT , qui ne sont rien d'autres que des questions professionnelles : elles interrogent par définition le « métier » (*au fait, est-ce un « métier » ? notion américano-anglo-saxonne de « semi-profession »*), les Mathématiques et surtout le Professeur , en priorité.

Ce n'est pas un scoop !

➤ Comment construire « l'idée » ou la « notion » ou le « concept » de NOMBRE (*entier*) du cycle I au cycle II, de NOMBRE (*décimal et fractionnaire*) du cycle III au collège ? **Une question du jour.**

Note de PW : *pour une fois que la question du « comment » est presque aussi importante que celle du « pourquoi » ! PW faiblit ou vieillit ou quoi d'autre, pire, il se « consensualise » ?*

➤ Question corollaire : que doit-on enseigner dans le domaine de la NUMERATION au cycle II et quelle(s) articulation(s) avec le cycle III ? Et avec le collège ? Quelles visées d'apprentissage(s) ? **Une autre question du jour.**

Une QUESTION (encore ou pas) OUVERTE ?

- Le NOMBRE est-il d'abord CARDINAL ou ORDINAL ?
« *Classe de classes* » = cardinal ou « *Classes de relations* » = ordinal. Il FAUT une réponse de MATHEMATICIEN, tant qu'à faire avec un exemple !

On y va, première entrée. On « compte » les pattes d'un chien. *Une activité comme une autre ! Combien ?* « Quatre », ce nombre désigne la quantité de pattes. Oui, mais why ? C'est aussi le nombre de pattes d'un chat, d'un cheval, ... et on considère alors cette « *quantité* » comme une collection « d'objets » équivalents : un paquet, même si une patte est plus courte ou mal foutue ! On s'intéresse donc à tous les paquets « identiques » : on associe, une à une, une patte de chien avec une patte de chat. On « arrive » alors à « quatre ».

En fait, le nombre de pattes d'un chien et le nombre de pattes d'un chat, le nombre de pattes d'un cheval sont d'abord égaux entre eux, avant d'être égaux à quatre ! Premier aspect.

Deuxième entrée.

Pour arriver à dire qu'un chien possède quatre pattes, on ordonne les pattes comme sont ordonnés les nombres de la comptine : il y a la première, la deuxième, ... Autrement dit, on crée une relation entre les pattes du chien, indépendamment du choix de la première patte et des autres, et la suite ordonnée des nombres. En conséquence, toutes les relations sont équivalentes, il y aura toujours une quatrième patte, même mal foutue !, sans une cinquième !

Dans cette deuxième approche, le nombre de pattes d'un chien et le nombre de pattes d'un chat et le nombre de pattes d'un cheval sont d'abord chacun égaux à « quatre » avant d'être égaux entre eux. Deuxième aspect.

Ces deux aspects créent une dynamique auto-récurrente : ils s'articulent l'un avec l'autre. D'où des dysfonctionnements et difficultés « ordinaires » prévisibles : exemples à l'oral.

- Enfin, le développement de la Technologie et des Sciences Cognitives ont ouvert de nouvelles perspectives de recherche et posent de nouvelles questions, sans répondre aux deux précédentes : il y a encore du boulot !
Se documenter... *Item non ouvert aujourd'hui.*

Un premier point théorique : deux MODELES « modernes » (= récents) concernant la construction du NOMBRE.

MODELE 1 : travaux d'ERMEL (*entre autres*).

Du COMPTAGE vers le CALCUL.

HYPOTHESE : **les procédures de type SURCOMPTAGE ou DECOMPTAGE précèdent nécessairement le CALCUL.**

QUESTIONS :

1. SURCOMPTAGE et DECOMPTAGE : what's that ?
2. Réponses et Outils ?

MODELE 2 : apports de R. BRISSIAUD (*entre autres*).

EXISTENCE de DECOMPOSITIONS : « *Finger's Strategies* ».

Selon cet auteur, en complément du MODELE 1, le CALCUL se définit par la présence de **stratégies** dites de « **décompositions** ».

Ce MODELE découle de l'observation d'enfants qui utilisent leurs doigts, sans les compter un par un : « *Finger's Strategies* ». QUESTIONS ?

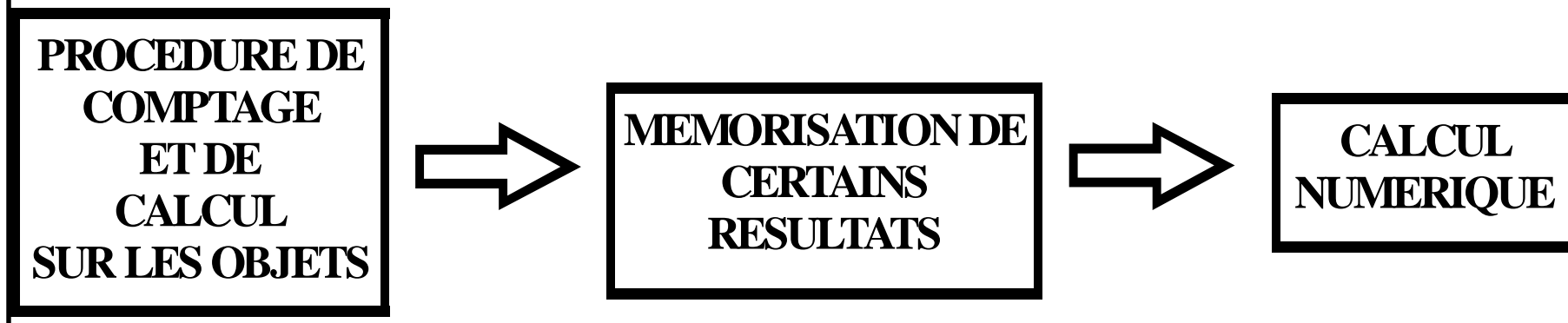
ERMEL :

 **Le comptage précède nécessairement le calcul.**



BRISSIAUD :

 **Privilégie l'usage de la décomposition des nombres.**



Un deuxième point théorique : pourquoi la base dix et le système décimal ? Spécificités des numérations orales et des numérations écrites.

Quelques mots sur des systèmes de numération anciens, voire antiques et liens avec le système actuel. Perspectives : pourquoi s'intéresser aujourd'hui à ces systèmes ?

Systeme EGYPTIEN : base dix, sept symboles, système additif.

Systeme SINO-JAPONAIS : base dix, treize symboles, système additif « évolué ».

Systeme BABYLONNIEN : deux bases dix et soixante, deux symboles, système mixte : additif et positionnel.

Systeme MAYA : base « presque » vingt, avec « sous-base » cinq, vingt symboles, système additif « amélioré ».

Questions PE : analyser forces et faiblesses de ces systèmes de numération : vers quelles difficultés « ordinaires » ? Exemples à l'oral.

D'autres QUESTIONS du jour, suite.

Que doit-on enseigner dans le domaine de la numération ?

Qu'est ce calculer, à notre niveau ?

Quelles « entrées » pour « faire » du calcul : quelles modalités pour tenter de limiter les difficultés « ordinaires » ?

NUMERATION : débat sur les difficultés « ordinaires », le sont-elles vraiment ?

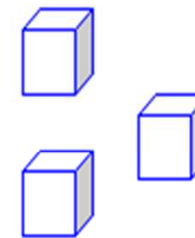
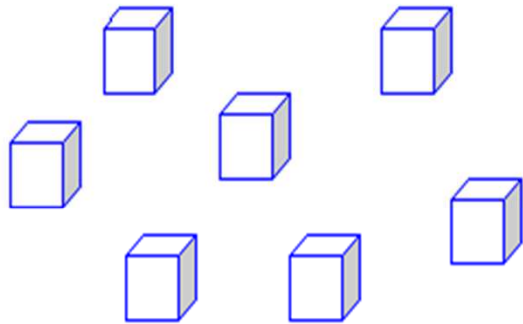
1. Aspect dit « algorithmique ».
2. Aspect lié aux « groupements » ou aux « paquets ».
3. Aspect lié aux « échanges ».
4. (Aspect dit « opératoire »).

Maxime PW et al. : « TOUT calcul s'appuie très fort sur la NUMERATION ».

Conséquence : renforcement potentiel des difficultés « ordinaires »... Exemples à l'oral...

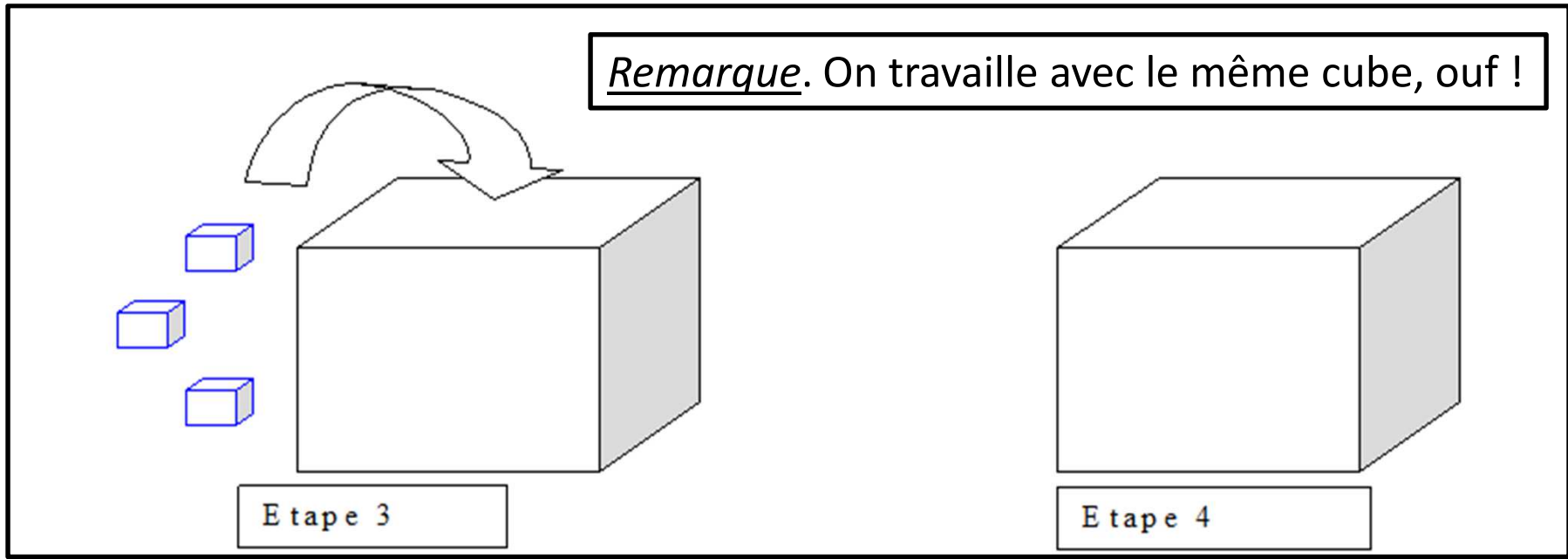
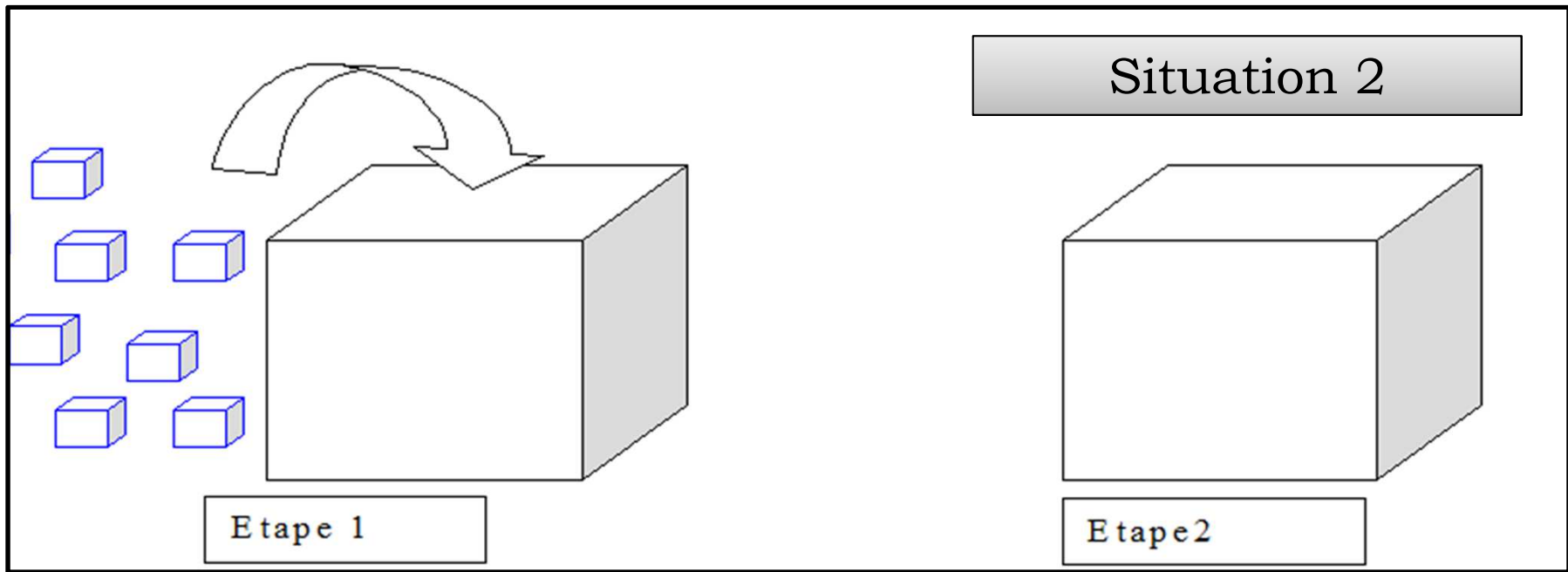
Application :
deux situations « *voisines* » relatives à l'**addition**. (ML PELTIER).

Situation 1



COMBIEN céti ki nen a « *en tout* » de p'tits cubes ?

$$7 + 3 = 10$$



Eléments d'analyse

Le « milieu » matériel est le même pour les deux situations. Mais le « milieu » d'apprentissage est différent.

Les écrits, dans la situation 1, viennent pour répéter ce qui a déjà été constaté.

Les écrits, dans la situation 2, sont un moment de production de savoirs et donc, d'un début de modélisation.

En fait, ce n'est ni le choix du contexte, ou de celui du jeu, qui fait qu'une « situation » est un problème ou non, c'est le fait que les élèves aient à mettre en oeuvre une activité cognitive relative à la tâche commandée.

Evidemment, dans le quotidien de la classe, on peut souvent préférer la situation 1, sauf qu'on n'enseigne rien dans ce cas et conséquence, il n'y a rien à apprendre. Pas simple !

On peut donc répéter la situation 2. à loisir, de la Maternelle au CP et encore bien après.

Questions, suite et débats

➤ Donner les principales EVOLUTIONS en termes de « ruptures » et de « continuités » avec les NOMBRES ENTIERS quand on s'intéresse aux « nouveaux nombres » (fractions et nombres décimaux) au cycle III ?

Argumenter.

➤ Pour aller plus loin, du côté du collège : même question quand on s'intéresse aux « nouveaux nombres » (nombres relatifs) du collège.

Argumenter.

➤ ~~Analyser les programmes 2008 et 2016, ainsi que le SCCC, à la lumière des « réponses » apportées ci-dessus. Question non débattue aujourd'hui...~~

Pistes de réponse (*Charnay*), à densifier...

Des nombres entiers (*naturels*) aux nombres décimaux, à partir du CM1 :

- renoncer à l'idée de nombres qui se suivent,
- accepter l'intercalation « sans fin ».

Passage aux « fractions-quotients » :

- accepter qu'un nombre ne s'exprime pas nécessairement par une suite finie ou déterminée de chiffres.

Corollaire. Du côté des « techniques opératoires » : apprendre de « *nouvelles* » techniques sur et à partir des techniques plus anciennes. *Exemples à l'oral...*

Au Collège. Passage aux nombres négatifs :

- renoncer au fait qu'un nombre exprime une quantité ou la mesure d'une grandeur.

Et donc, en conséquence, si on ne fait pas explicitement vivre ces « ruptures » épistémologiques, au sens de Bachelard (c'est donc THE teacher's problem), on continue de créer des difficultés « ordinaires », qui stockées sur le paquet déjà existant rend délicate toute analyse de ces difficultés.

Et c'est parti : « *cataplasme sur un unijambiste* », ou « *dégagement en corner belgo-suisse* », ou « *ça gagne pas, mais ça débarrasse* », hihhi !!! D'où l'intérêt d'avoir un bagage disciplinaire sérieux et surtout consistant pour enseigner les Mathématiques au Primaire. Et encore, je n'ai rien dit sur la spécialité de tout *PE* stagiaire : je n'ai rien dit sur la GEOMETRIE, les GRANDEURS, ...

Panorama et diaporama momentanément terminés pour aujourd'hui...

Mais on vient de mettre en évidence de nouvelles PRIORITES pour le Professeur : « réduire » quelques difficultés « ordinaires ». Bon, come on et let's go !

C'est l'unique « fenêtre de tir » de tout PROFESSEUR (*PE* ou *PLC*)...
Merci, to be followed...

ANNEXE :

(i) Les cas des « dys » (...lexie, ...calculie, ...praxie, ...orthographe). Chercher de bonnes définitions : position de *PW* dans TOUS les cas, nécessité fondamentale du **disciplinaire**...

La question centrale pour un *PE* est donc : quels observables objectifs ? On est alors en situation de diagnostique : quelle(s) culture(s) du *PE* et du *PLC* ? Quelle(s) responsabilité(s) du *PE* et du *PLC* ?

(ii) Vers les troubles : (i)numeracy et (il)literacy ; question = même combat ? Idem questions ci-dessus...

(iii) Débats...