NUMERATION – DENOMBREMENT – PROBABILITES et STATISTIQUES

NUMERATION

EXERCICE 1

Soit n un nombre entier naturel strictement supérieur à 1. On considère alors les deux nombres qui s'écrivent, en base n : $(11)_n$ et $(111)_n$.
Par convention, en base dix, les nombres seront écrits de manière usuelle, on convient donc d'écrire : $(111)_{\text{quatre}} = 21$

1. Compléter le tableau suivant en donnant l'écriture décimale des nombres $(11)_n$ et $(111)_n$ pour les différentes valeurs de la base n envisagées.

	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$
$(11)_n$				
$(111)_n$			21	

2. Calculer n sachant que $(111)_n = 73$.
3. Calculer n en sachant que $((11)_n)^2 - (111)_n = 5$
4. L'équation $((11)_n)^2 - (111)_n = (10)_n$ permet-elle de calculer la base n ? (*Justifier*).

EXERCICE 2

On travaille en base dix, on s'intéresse au nombre **S** = $(155)_{\text{six}}$. Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont vraies, pourquoi ?

1. Le nombre **S** est un multiple de 5.
2. Le nombre suivant, écrit en base six, est : $(200)_{\text{six}}$.
3. Le nombre **S** est un nombre impair.
4. Le double de **S** s'écrit $(310)_{\text{six}}$.

EXERCICE 3

a) Quelle est la valeur en base 10 d'un nombre qui s'écrit $(3241)_{\text{sept}}$?
b) Quel est le nombre qui précède $(1200)_{\text{sept}}$?
c) Quel est le nombre qui suit $(4126)_{\text{sept}}$?
d) Ecrire en base sept le nombre qui s'écrit 442 en base 10 ?

EXERCICE 4

1. Déterminer la base **a** (*si elle existe*) dans laquelle : $(113)_a = (21)_a + (32)_a$
2. Déterminer la base **b** (*si elle existe*) dans laquelle : $(26)_b + (12)_b = (43)_b$

EXERCICE 5 (CRPE Montpellier 1997)

Le plus grand des nombres qui s'écrivent, en base dix, avec deux chiffres est 99.

1. Quelle est l'écriture, en **base dix**, du plus grand des nombres qui s'écrivent en **base huit** avec deux chiffres ? (Justifier).
2. Quelle est l'écriture, en **base dix**, du plus grand des nombres qui s'écrivent en **base douze** avec deux chiffres ? (Justifier).

3. Soit $\boldsymbol{n}$ un nombre entier naturel strictement supérieur à 1. Le plus grand des nombres qui s'écrivent, en **base *n***, avec un seul chiffre est le nombre ($\boldsymbol{n}$ – 1).
   a) Déterminer le plus grand des nombres qu'on peut écrire en **base *n*** avec deux chiffres.
   b) Quel est le plus petit entier naturel $\boldsymbol{n}$ pour lequel le nombre 224 (écrit en base dix) s'écrira en base $\boldsymbol{n}$ avec deux chiffres ?

EXERCICE 6

1. Ecrire en base douze, le nombre qui s'écrit 144 en base dix.
2. Ecrire en base dix le nombre qui s'écrit $(1000)_{12}$.
3. On désigne par 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, α, β les douze chiffres utilisées en base douze. Ecrire en base dix les trois nombres qui s'écrivent respectivement $(\alpha)_{\text{douze}}$, $(\beta)_{\text{douze}}$ et $(\alpha\beta)_{\text{douze}}$, puis le produit de $(\alpha)_{\text{douze}}$ par $(\beta)_{\text{douze}}$.

EXERCICE 7 (CRPE Montpellier 1998)

La numération sexagésimale (*base soixante*) exigerait l'utilisation de soixante chiffres distincts ! En pratique, on décide d'écrire chacun de ces chiffres en utilisant le codage en base dix du nombre qu'il représente, et en l'écrivant entre parenthèses. Par exemple, ((2) (19) (51)) est l'écriture sexagésimale du nombre qui s'écrit 8391 en base dix.
En effet 8391 = 2 × 3600 + 19 × 60 + 51.

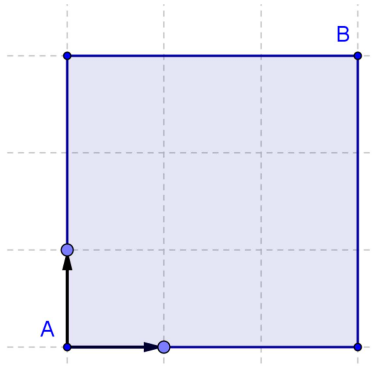
1. Ecrire en base dix le nombre dont l'écriture sexagésimale est ((3) (0) (17) (48)).
2. Trouver l'écriture sexagésimale du nombre qui s'écrit 54 325 432 en base dix.

DENOMBREMENT

EXERCICE 8

Pour aller du sommet **A** au sommet **B** du quadrillage ci-dessous, on ne peut se déplacer qu'en suivant les lignes verticales vers le haut et les lignes horizontales de la gauche vers la droite.
Cf. schéma ci-contre.

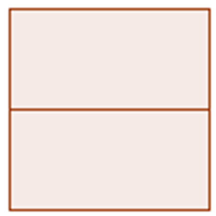
Déterminer le nombre de chemins différents permettant d'aller de **A** vers **B.**
<u>*Aide*</u> : quelques réponses possibles, sachant qu'une seule est correcte, au lecteur de jouer :
8 ou 18 ou 20 ou 31 ?

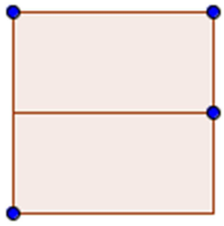


EXERCICE 9

Un caractère d'écriture ***Braille*** destinée aux aveugles est formé de petits points obtenus en piquant la feuille de papier à travers au moins un des six nœuds de la grille à gauche, ci-dessous.

Par exemple, la lettre **M** s'écrit : voir ci-dessous





1. Combien de caractères de deux points peut-on concevoir ? Les écrire tous.
2. Combien de caractères de quatre points peut-on concevoir ?

EXERCICE 10

Dans un centre de vacances accueillant cent vingt personnes, on sait que vingt-quatre personnes font du tennis et quinze du canoë. En outre, six personnes pratiques à la fois tennis et canoë. Combien de personnes ne pratiquent aucun des deux sports ?

EXERCICE 11

Dans une classe de 30 élèves, il y a 17 garçons.
Vingt élèves de la classe sont blonds, les autres sont bruns.
Sachant que 14 garçons sont blonds, combien y va-t-il de filles brunes dans cette classe ?

EXERCICE 12

1. De combien de manières différentes peut-on disposer sept personnes autour d'une table ?
2. Combien de combinaisons différentes de cinq lettres peut-on obtenir en utilisant une et une seule fois chaque lettre du mot TABAC.

EXERCICE 13

Un cadenas comporte trois molettes, sur chacune desquelles on peut choisir l'un des dix chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9. On obtient ainsi un code, comme par exemple (222), (035), …
Combien existe-t-il de tels codes différents ?

EXERCICE 14

Une cave obscure renferme de nombreuses (*et bonnes*) bouteilles d'un breuvage rabelaisien de cinq sortes différentes.

Combien doit-on remonter de bouteilles pour être sûr d'avoir au moins trois bouteilles identiques ? (Justifier).

*Note de **PM** et de **PW** : ce n'est pas un exercice difficile. Il ne demande aucune connaissance théorique « forte ». Comme en 1866, il suffit de faire appel à la réflexion et au jugement (Dictionnaire de Pédagogie) !!!*

EXERCICE 15

~~Une boîte verte contient des billes vertes et une boîte rouge contient des billes rouges. Voilà, facile, ça pose la situation !~~

~~On prend une poignée de billes dans la boîte verte et on la verse dans la boîte rouge, puis on prend une « même » poignée de billes dans la boîte rouge et on la verse dans la boîte verte. (Ici, le mot « même » signifie qu'on remet autant de billes qu'on en a retirées).~~

~~On peut alors affirmer que :~~

1. ~~Il y a plus de billes vertes dans la boîte rouge que de billes rouges dans la boîte verte. Aie, aie, aie !~~
2. ~~Il y a plus de billes rouges dans la boîte verte que de billes vertes dans la boîte rouge. Aie, aie, aie, bis !~~
3. ~~Il y a autant de billes vertes dans la boîte rouge que de billes rouges dans la boîte verte.~~
4. ~~Enfin, on ne peut pas savoir ! (*En espérant que ce soit la bonne solution !*)~~

EXERCICE 16

Juliette est très coquette et possède une garde-robe bien garnie. En effet, elle possède quinze tee-shirts, quatre pantalons et trois paires de chaussures. Combien de tenues distinctes peut-elle choisir, sachant qu'une tenue est constituée d'un tee-shirt, d'un pantalon et d'une paire de chaussures ?

EXERCICE 17

Un certain produit se vend uniquement en liquide ou en poudre. Un sondage fait ressortir les informations suivantes :

- Un tiers des personnes interrogées n'utilisent pas le produit en poudre.
- Deux septièmes des personnes interrogées n'utilisent pas le produit en liquide.
- 427 personnes interrogées utilisent les deux formes du produit (liquide et poudre).
- Le cinquième des personnes interrogées n'utilisent pas du tout le produit.

Question : combien de personnes ont été interrogées ?

EXERCICE 18

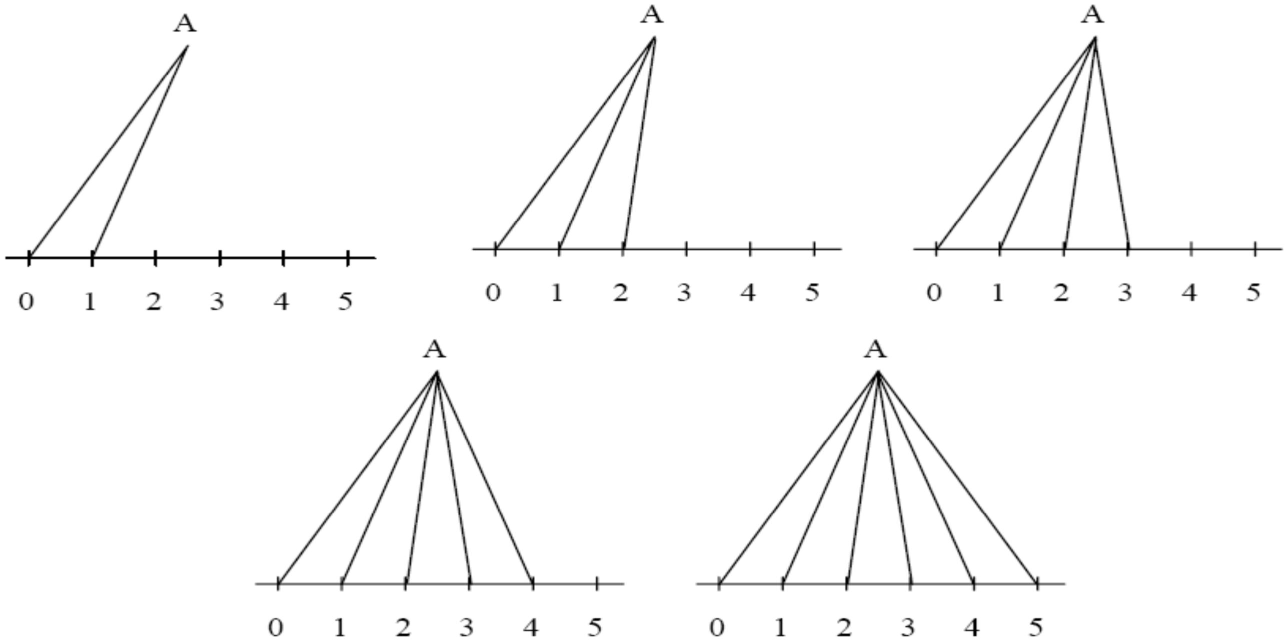
Dans un jeu télévisé, en répondant juste à une question, on marque sept points ; on ne marque pas de point si on ne répond rien et on enlève deux points par mauvaise réponse. Paul a un capital de 87 points. A combien de questions va-t-il répondu ? (*Indication* : le questionnaire contient vingt questions. *Remarque* : on peut s'en « sortir » sans l'indication !).

EXERCICE 19 (*Extrait sujet CRPE, après 2010*)

On considère une demi-droite graduée. On numérote les points de la graduation avec les nombres 0, 1, 2, 3, 4, 5, …

On trace tous les segments dont une extrémité est le point **A** et l'autre un point de la graduation, en prenant les points de la graduation dans l'ordre croissant de leurs numéros.

Voir page suivante.



1. Cinq étapes ont été représentées ci-dessus. Combien de triangles sont visibles à chacune d'elles ?
2. Lucho a placé sur la demi-droite les points numérotés de 0 à 10. Il a tracé tous les segments d'origine **A** correspondants. Combien de triangles va-t-il ainsi créés ? Justifier la réponse.
3. Sur la figure réalisée par Juliette, il y a 105 triangles. Quel est le numéro du dernier point qu'elle a marqué sur la demi-droite ? Justifier la réponse.
4. Lucho dit : *« Et s'il y avait 3 321 triangles sur le dessin, quel serait le numéro du dernier point marqué sur la demi-droite ? »*. Répondre et justifier la réponse.

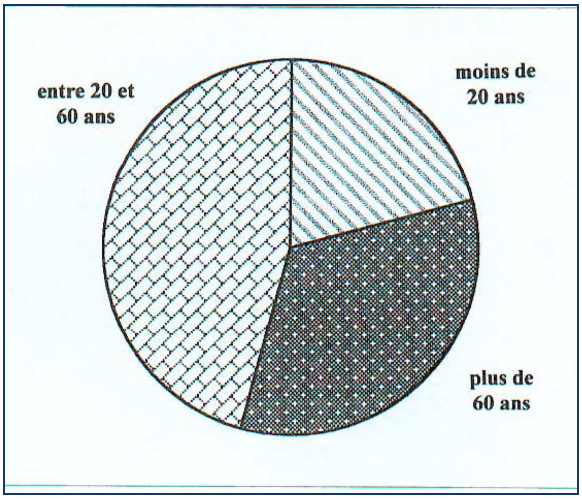
STATISTIQUES ET PROBABILITES

EXERCICE 20

Le tableau ci-dessous donne la répartition de la population d'un pays par groupe d'âge, une certaine année, suite à un recensement.

Population, en milliers d'habitants

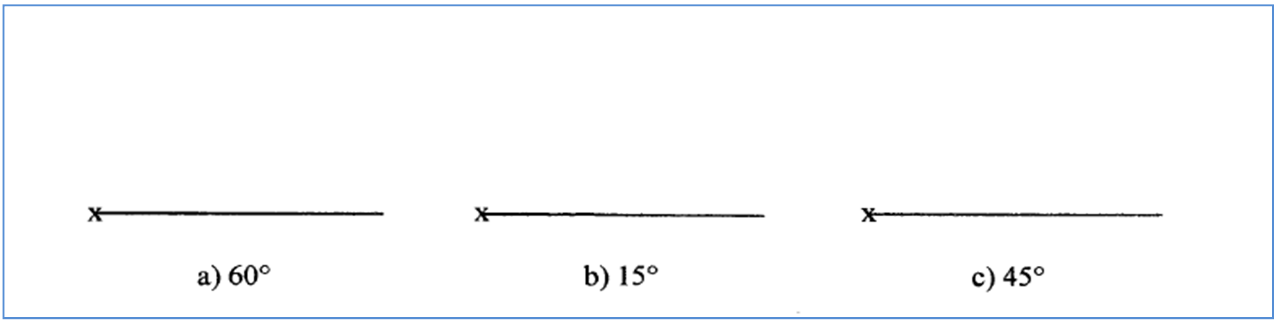
Moins de 20 ans	:	31 125
Entre 20 et 60 ans	:	68 475
Plus de 60 ans	:	49 800



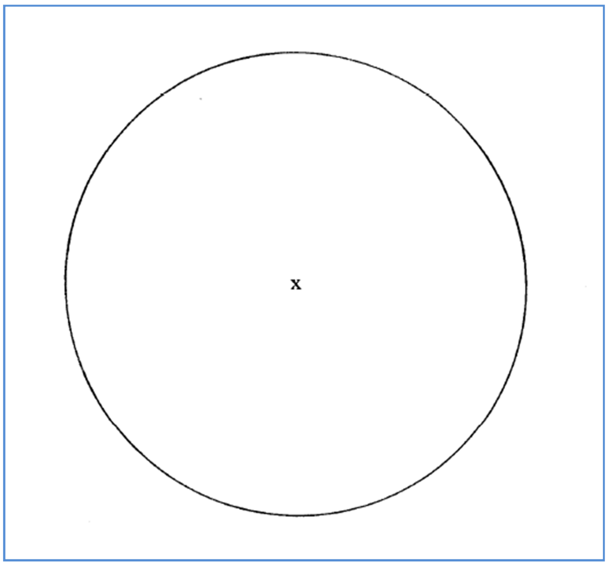
Le diagramme circulaire ci-contre, dit diagramme « camembert », représente les données du tableau.

1) Exprimer la part de chaque catégorie :
a) sous forme de fractions irréductibles ; b) sous forme de pourcentages.

2) A la règle et au compas *(les traits de construction resteront apparents)*, construire des secteurs angulaires ou plus simplement des angles de mesure : a) 60° ; b) 15°et c) 45°



3) Réaliser la construction du « camembert » en utilisant uniquement la règle et le compas *(les traits de construction indiquant la démarche devront rester apparents).*



EXERCICE 21

Le tableau suivant donne la distance entre le domicile et le lycée pour 100 élèves d'un lycée.

Distance en km	[0 ; 1[	[1 ; 4[	[4 ; 10[	[10 ; 20[
Nombres d'élèves	14	30	36	20

1. Déterminer la population, la variable étudiée et sa nature.
2. Représenter cette série statistique par un histogramme.

EXERCICE 22

Le coucou est un oiseau qui fait couver ses œufs par des oiseaux d'autres espèces de tailles très différentes. Une étude a été faite sur des œufs déposés dans des nids de petite taille (*nids de roitelets*) ou de grande taille (*nids de fauvettes*).

Le tableau page suivante donne le diamètre des œufs, en mm.

Nids de roitelets	19,8 – 22,1 – 21,5 – 20,9 – 22 – 22,3 – 21 – 20,3 – 20,9 – 22 – 20,8 – 21,2 – 21
Nids de fauvettes	22 – 23,9 – 20,9 – 23,8 – 24,9 – 24 – 23,8 – 21,7 – 22,8 – 23,1 – 23,5 – 23 – 23,1

1. Donner pour chacune des deux séries la ***moyenne***, la ***médiane*** et l'***étendue***.
2. Regrouper les valeurs des deux séries en classes.

Prendre [19 ; 20[, [20 ; 21[, [21 ; 22[, [22 ; 23[pour la première série et
[20 ; 21[, [21 ; 22[, [22 ; 23[, [23 ; 24[, [24 ; 25[, [25 ; 26[pour la deuxième série.

3. Représenter sur un même graphique les histogrammes donnant la distribution des fréquences en utilisant deux couleurs différentes.
4. Au vu de ces résultats, quelle hypothèse peut formuler le biologiste concernant l'existence d'un lien entre la taille des nids et celle des œufs déposés ?

EXERCICE 23

Sur une Route Nationale, les gendarmes effectuent un contrôle de vitesse. Ils ont relevé les vitesses suivantes :

Vitesse en km/h	[50 ; 60[	[60 ; 70[	[70 ; 80[	[80 ; 90[	[90 ; 100[	[100 ; 110[	[110 ; 120[	[120 ; 130[	[130 ; 140[
Effectif	3	17	40	131	122	56	25	5	1

1. Préciser la ***classe modale*** de la série.
2. Calculer la ***vitesse moyenne*** des automobilistes contrôlés.
3. Dans quelle classe se trouve la médiane de la série, sachant que, sur cette route, la vitesse est limitée à 90 km/h ? Y va-t-il plus ou moins de 50 % d'automobilistes en infraction ?
4. Les gendarmes ne dressent un procès-verbal d'infraction qu'aux conducteurs de véhicules roulant à une vitesse d'au moins 100 km/h. Quel est le pourcentage d'automobilistes sanctionnés ?
5. Déterminer la ***vitesse médiane*** de cette série.

EXERCICE 24

L'âge moyen d'un Papy, d'une Mamie et de leurs sept petits-enfants est égal à 29 ans. L'âge moyen des sept petits-enfants est égal à 9 ans. Quel est l'âge de Papy, sachant qu'il a 4 ans de plus que Mamie.
(*Indication* : Papy et Mamie sont effectivement assez âgés !).

EXERCICE 25

- Que vaut 12% de 6% ? Même question pour 17% de 33% ?
- Dans une école, il y a 14 garçons pour 12 filles. Il y a en tout, 276 filles, donner le nombre de garçons.
- Une société fabrique un barrage d'eau d'un volume égal à $1000 m^3$. Sachant que l'eau s'accumule à raison de $30 m^3$ en dix heures, calculer la durée de remplissage de cette retenue d'eau.

EXERCICE 26

Le tableau donne la répartition suivant le groupe sanguin et le facteur Rhésus de 250 personnes. Il correspond (*globalement*) à la répartition en France.

	Groupe sanguin			
RHESUS	**O**	**A**	**B**	**AB**
(+)	92	97	17	6
(–)	15	15	5	3

i. Quelle est la probabilité qu'une personne soit du groupe **O** ? Quelle est la probabilité qu'une personne ait un facteur Rhésus négatif ?

ii. Quelle est la probabilité qu'une personne de groupe **O** soit de facteur Rhésus négatif ? Quelle est la probabilité qu'une personne de facteur Rhésus négatif soit du groupe **O** ?

EXERCICE 27

On lance un dé non truqué dont les faces sont numérotées 1, 2, 3, 4, 5 et 6. On lit le numéro obtenu. On s'intéresse aux trois événements suivants :

Evènement **A** : « Obtenir le numéro 1 ».

Evènement **B** : « Obtenir un nombre strictement supérieur à 2 ».

Evènement **C** : « Obtenir un nombre pair ».

1. Ecrire les événements **A**, **B** et **C** sous forme ensembliste.
2. Utiliser un diagramme de Venn (*patatoïde !*) pour illustrer la situation.
3. Décrire avec une phrase les événements : **A** ∪ B et **B** ∩ **C**.
4. Quelle est la probabilité de chacun des événements suivants : **A**, **B**, **C**, **A** ∪ **B** et **B** ∩ **C** ?

EXERCICE 28

Une urne contient quatre billes numérotées de $\boxed{1}$ à $\boxed{4}$. On tire au hasard une première bille de l'urne puis, sans la remettre, on tire une deuxième bille. On note leurs numéros.

1. Décrire toutes les issues de cette expérience.
2. On gagne un lot si le numéro tiré en premier est $\boxed{2}$ ou si la somme des deux numéros tirés est cinq. Calculer la probabilité de gagner un lot.

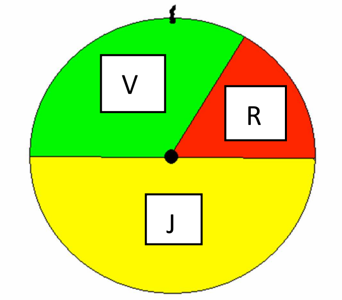
EXERCICE 29

Un joueur lance deux fois un dé bien équilibré à six faces, numérotées de 1 à 6. On calcule le produit des numéros obtenus. Si le résultat est pair, le joueur perd la partie et si le résultat est impair, le joueur gagne.

Calculer la probabilité pour que le joueur : **a**) gagne la partie ; **b**) perd la partie.

EXERCICE 30

Un forain propose le jeu suivant : « ***A tous les coups l'on gagne !*** »
Le joueur fait tourner une roue divisée en secteurs 60°, 120° et 180° puis il lance un dé équilibré.



Il gagne un petit lot si la couleur sortie sur la roue est le **V**ert et si le dé sort un numéro impair.
Il gagne un gros lot si la couleur sortie sur la roue est le **R**ouge et si le dé sort un six.
Dans les autres cas, il gagne une pacotille.
Quelle est la probabilité de gagner un gros lot ?
Quelles sont les probabilités de gagner un lot (*petit ou gros*)?
Quelle est la probabilité de gagner une pacotille?

EXERCICE 31

Sur sa console de jeux, Juliette engage une partie où elle doit affronter en duel l'un des trois monstres nommés **A**lf, **B**of et **C**uf. Ces trois monstres sont de forces inégales et les probabilités pour que Juliette l'emporte, lorsqu'elle joue contre **A**lf, **B**of et **C**uf, sont respectivement $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, et $\frac{1}{3}$.

De plus, le choix du monstre n'appartient pas à Juliette : elle a une chance sur deux d'affronter **A**lf, et autant de chances de rencontrer **B**of que **C**uf.
On considère un duel au hasard, et les événements :
Evènement **G** « Juliette gagne le duel »
Evènement **A** « Juliette combat **A**lf »
Evènement **B** « Juliette combat **B**of »
Evènement **C** « Juliette combat **C**uf »

1. Déterminer les probabilités p(**A**), p(**B**) et p(**C**).
2. Représenter la situation par un arbre de probabilité.
3. En déduire p(**G**).

Voilà pour cette fiche. *Attention* : « commentaires 2012, pas 2017 ! », se reporter aux nouveaux programmes pour coller à l'actualité…

Il n'en reste plus qu'une pour cette année : elle contiendra des exercices et problèmes « typés » CONCOURS-CRPE sur **TOUT** le programme depuis le début de l'année. Ensuite, de façon régulière, des problèmes (*énoncés et corrigés*) seront déposés sur CELENE, histoire de ne pas « perdre la main » et de se préparer longtemps à l'avance au CRPE.

Bonne idée, n'est-ce pas !

PISTES de CORRECTION

EXERCICE 1

1.

	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$
$(11)_n$	3	4	5	6
$(111)_n$	7	13	21	31

2. Si $n = 8$ on a $(111)_{\text{huit}}$ s'écrit en base dix : 64 +8 + 1 = 73

3. En base dix l'égalité : $\left((11)_n\right)^2 - (111)_n = 5$ devient $(n+1)^2 - (n^2 + n + 1) = 5$; $n^2 + 2n + 1 - n^2 - n - 1 = 5$; on trouve $n = 5$

4. L'équation $\left((11)_n\right)^2 - (111)_n = (10)_n$ devient : $(n+1)^2 - (n^2 + n + 1) = n$ autrement dit $0 \times n = 0$, donc Le nombre n cherché est un entier quelconque supérieur strictement à 1.

EXERCICE 2

1. **S** s'écrit en base dix 36 + 30 + 5 =71. **S** n'est pas un multiple de 5. ***FAUX***
2. $$\begin{array}{r} {}^{1\,1} \\ 1\,5\,5 \\ +\quad 1 \\ \hline 2\,0\,0 \end{array}$$; donc ***VRAI***.
3. D'après la question 1, **S** est un nombre impair. ***VRAI***
4. $$\begin{array}{r} {}^{1\,1}\quad \\ 1\,5\,5 \\ +\; 1\,5\,5 \\ \hline 3\,5\,4 \end{array}$$ le double de **S** est $(354)_{\text{six}}$. ***FAUX***

EXERCICE 3

a) $(3241)_{\text{sept}}$ s'écrit en base dix : $3 \times 7^3 + 2 \times 7^2 + 4 \times 7 + 1 = 1156$.

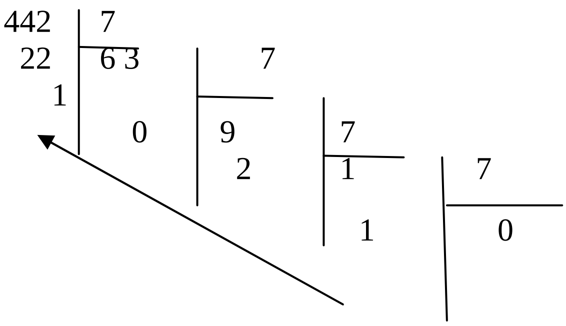
b) Le nombre qui précède $(1200)_{\text{sept}}$ est : $(1166)_{\text{sept}}$. Voir la soustraction ci-dessous.

$$\begin{array}{r} 1\,2\,0\,0 \\ -\quad {}_{1\;1}\,1 \\ \hline 1\,1\,6\,6 \end{array}$$

c) Le nombre qui suit $(4123)_{\text{sept}}$ est : $(4130)_{\text{sept}}$. En effet, voir l'addition ci-dessous.

$$\begin{array}{r} {}^{1}\quad \\ 4\,1\,2\,6 \\ +\qquad 1 \\ \hline 4\,1\,3\,0 \end{array}$$

d)



Le nombre 442, en base dix, s'écrit en base sept : $(1201)_{\text{sept}}$

EXERCICE 4

1. Remarque, on a nécessairement : $\boldsymbol{a} \geq 4$. Calcul dans la base $\boldsymbol{a}$

$$\begin{array}{r} 2\ 1 \\ +\ \ 3\ 2 \\ \hline 1\ 1\ 3 \end{array}$$

Cette addition est vraie si $\boldsymbol{a} = 4$.

2. Remarque on a : $\boldsymbol{b} \geq 7$, pourquoi ? (*Présence d'un « 6 » dans un nombre*).

Calcul dans la base $\boldsymbol{a}$

$$\begin{array}{r} 2\ 6 \\ +\ \ 1\ 2 \\ \hline 4\ 3 \end{array}$$

Cette addition est vraie si $\boldsymbol{b} = 5$. Or, c'est impossible car $\boldsymbol{b} \geq 7$. Conclusion pas de valeur de $\boldsymbol{b}$ possible.
Remarque : toute autre technique, en particulier, celle mobilisant la notion d'équation est « bonne » ; à condition de ne pas se tromper dans la résolution des dites équations (*technique utilisée en **TD***).

EXERCICE 5

1. Les nombres s'écrivent en base huit avec les chiffres de 1 à 7. Donc le plus grand nombre de deux chiffres en base huit s'écrit $(77)_{\text{huit}}$. Son écriture en base dix est donc $7 + 7 \times 8 = 63$.

2. Pour écrire les nombres en base douze, il faut introduire deux « chiffres » supplémentaires : $\boldsymbol{a} = (10)$ et $\boldsymbol{b} = (11)$.

Le plus grand nombre qui s'écrit avec deux chiffres en base douze s'écrit donc $(\boldsymbol{bb})_{\text{douze}}$.
Son écriture en base dix est donc $\boldsymbol{b} + \boldsymbol{b}\times 12 = 11 + 11 \times 12 = 143$.

3. a) Le plus grand nombre de deux chiffres en base $\boldsymbol{n}$ s'écrit avec deux chiffres égaux à $(\boldsymbol{n} - 1)$, son écriture en base dix est donc $(\boldsymbol{n} - 1) + (\boldsymbol{n} - 1) \times \boldsymbol{n} = \boldsymbol{n}^2 - 1$.

b) Pour que le nombre 224 s'écrive avec deux chiffres en base $\boldsymbol{n}$, il doit être inférieur ou égal au plus grand nombre de deux chiffres dans cette base : on doit donc avoir, d'après a) $224 \leq \boldsymbol{n}^2 - 1$ donc $225 \leq \boldsymbol{n}^2$; or $225 = 15^2$.

Donc le plus petit entier $\boldsymbol{n}$ pour lequel le nombre 224 s'écrit avec deux chiffres en base $\boldsymbol{n}$ est le nombre 15. Vérification : $15 = 14 \times 15 + 5$.

EXERCICE 6

1. 144 en base dix s'écrit en base douze : $(100)_{\text{douze}}$.
2. $(1000)_{\text{douze}}$ s'écrit en base dix : $12^3 = 1728$.
3. $(\alpha)_{\text{douze}}$ s'écrit en base dix : 10 ; $(\beta)_{\text{douze}}$ s'écrit en base dix : 11 ; $(\alpha\beta)_{\text{douze}}$ s'écrit en base dix : $10 \times 12 + 11 = 131$. Enfin, $(\alpha)_{\text{douze}} \times (\beta)_{\text{douze}}$ s'écrit en base dix : $10 \times 11 = 110$.

Attention aux formats des écritures qui parfois sont peu rigoureuses et donc, sources d'erreurs !!!

EXERCICE 7

1. $\big((3)(0)(17)(48)\big)_{\text{soixante}}$ s'écrit en base dix : $48 + 17 \times 60 + 3 \times 60^3 = 649\,068$.

2. 54 325 432 s'écrit en base soixante $\big((4)(11)(30)(23)(52)\big)_{\text{soixante}}$. On obtient cette suite de « chiffres » en divisant 54 325 432 par 60, ce qui donne (52) comme reste et 905423 comme quotient, puis en divisant à nouveau le quotient par 60, ce qui donne (23) comme reste, etc …jusqu'au dernier quotient qui est 11 et au dernier reste qui est 4. *Calculs à contrôler et à vérifier*.

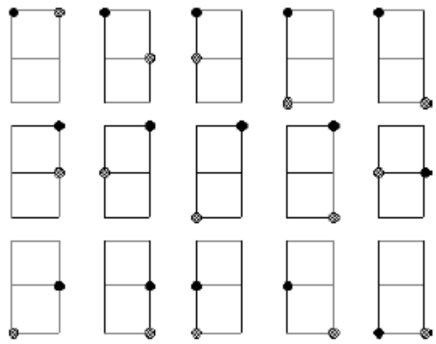
EXERCICE 8

Il faut penser à faire un arbre en numérotant les intersections, le nombre de chemins possible est 20. *Bof* !

EXERCICE 9

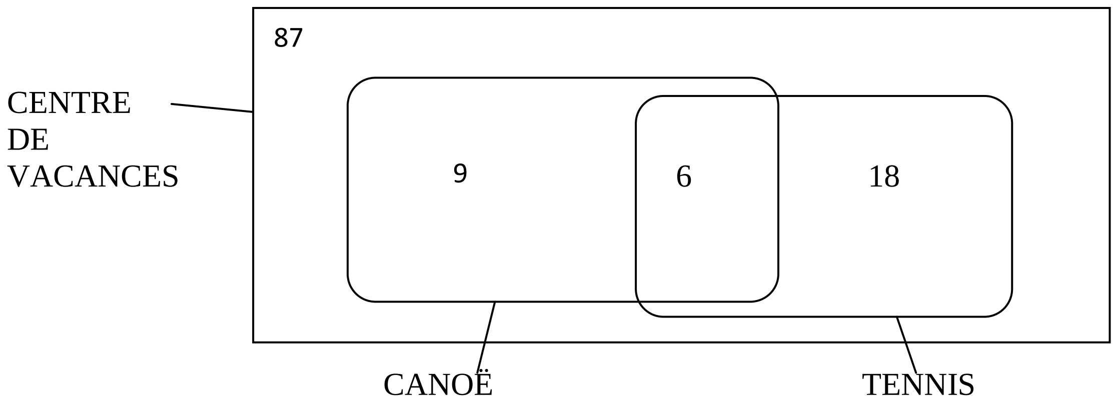
Il y a en tout 15 possibilités.
En numérotant les intersections de 1 à 6, on peut utiliser un tableau.

	1	2	3	4	5	6
1		(1 ; 2)	(1 ; 3)	(1 ; 4)	(1 ; 5)	(1 ; 6)
2			(2 ; 3)	(2 ; 4)	(2 ; 5)	(2 ; 6)
3				(3 ; 4)	(3 ; 5)	(3 ; 6)
4					(4 ; 5)	(4 ; 6)
5						(5 ; 6)
6						



EXERCICE 10

On peut schématiser la situation par un diagramme de Venn (parfois nommé « *diagramme – patates* »)



Il y a donc 87 personnes qui ne pratiquent aucun des deux sports (tennis ou canoë).

EXERCICE 11

On peut compléter au fur et à mesure les données dans le tableau ci-dessous.

	Garçons	Filles	Total
Elèves blonds	14	6	20
Elèves bruns	3	7	10
Total	17	13	30

Il y a donc sept filles brunes dans la classe.

EXERCICE 12

1. A l'aide d'un arbre, on a $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$ possibilités. On peut ou on doit simuler la situation en « vraie » !
2. Si on distingue les deux lettres « **A** », nous avons $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ possibilités.

Et sans distinguer les deux lettres « **A** », on a $\frac{120}{2} = 60$ possibilités : on divise par deux.

Si on distingue les deux « **A** » : on a donc deux lettres, $\mathbf{A_1}$ et $\mathbf{A_2}$, dans ce cas, les mots « TA_1BA_2C » et « TA_2BA_1C » sont donc distincts. Si $\mathbf{A_1}$ « = » $\mathbf{A_2}$, les deux mots précédents n'en font qu'un, d'où la division par deux.

EXERCICE 13

Il y a 10 possibilités pour la première molette, 10 possibilités pour la deuxième et 10 possibilités pour la troisième. Au total, il y a $10^3 = 1000$ codes différents.

EXERCICE 14

On doit remonter 11 bouteilles. (Avec 10 bouteilles remontées, on peut avoir 2 bouteilles de chaque catégorie, il manque finalement celle de la troisième catégorie qui est alors la onzième bouteille).

***PM** et **PW** ne comprennent pas pourquoi cet exercice pose tant de soucis !!!*

~~EXERCICE 15~~

~~On ne peut pas savoir. VU, exercice à oublier !!!~~

EXERCICE 16

Il a 15 possibilités pour choisir un tee-shirt, 4 possibilités pour choisir un pantalon et 3 possibilités pour choisir un pantalon. Au total, il y a : $15 \times 4 \times 3 = 180$ possibilités. (*On peut éventuellement s'aider d'un arbre de choix ou arbre des possibilités*).

EXERCICE 17. Déjà donné dans un TD précédent (*voir le TD : oui, mais lequel ?*)

EXERCICE 18

Soient **J** le nombre de bonnes réponses et **F** le nombre de mauvaises réponses.
On a : $7 \times \mathbf{J} - 2 \times \mathbf{F} = 87$. Une bonne piste : $7 \times \mathbf{J}$ est un multiple de 7, on cherche un multiple de sept « voisin » de 87, puis on joue avec les points négatifs. On commence avec 84, 91, 98, 105, 112, … Par tests et essais – erreurs : on trouve **J** = 13 et **F** = 2, ce qui correspond à quinze questions. Remarque : on n'a donc pas besoin du nombre de questions du questionnaire, en le connaissant, cela simplifie le problème. Solution à rédiger.

EXERCICE 19. Déjà donné dans un TD précédent (oui, mais lequel ?)

1. Recensement des différentes étapes.

1ère étape : 1 triangle ; *2ème étape* : 3 triangles ; *3ème étape* : 6 triangles
4ème étape : 10 triangles ; *5ème étape* : 15 triangles

2. Il y a $\frac{11\times10}{2} = 55$ triangles (Choix de deux points parmi onze, sans ordre)
3. Le numéro du dernier point est 14. En effet, il y a 15 points avec ordre il y a 15×14 possibilités pour choisir deux points avec ordre et sans ordre, il y a $\frac{15\times14}{2} = 105$ triangles.
4. $3321 \times 2 = 6682$ or $6682 = 81 \times 82$. Il y a 82 points donc le dernier numéro est 81.

EXERCICE 20

1. Moins de 20 ans : $\frac{31125}{149400} = \frac{5}{24}$; en %, arrondi au centième, on obtient : 20,84% ;

   Entre 20 et 60 ans : $\frac{68475}{149400} = \frac{11}{24}$; en % on obtient : 45,83% ;

   Plus de 60 ans : $\frac{49800}{149400} = \frac{1}{3}$; en % on obtient : 33,33%. (Preuve : somme des %...).

2. La construction est laissée au lecteur.

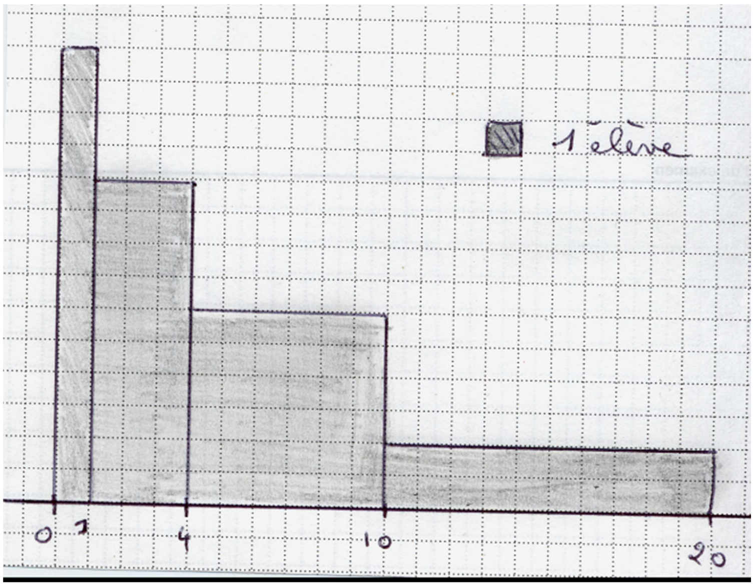
L'angle de 60° se construit à l'aide d'un triangle équilatéral.
L'angle de 15° se construit comme quart d'un angle de 60°. On construit la bissectrice d'un angle de 60°, puis celle de l'un des angles de 30° ainsi obtenu.
L'angle de 45° se construit comme moitié d'un angle de 90°. On construit la bissectrice d'un angle de 90°.

3. Nous savons qu'un pourcentage de 100 % « correspond » à un angle de 360°.

Donc un pourcentage égal à 20,84% correspond à un angle de $\frac{20{,}84\times360}{100}\approx 75°$. Un pourcentage égal à 45,83% correspond à un angle de $\frac{45{,}83\times360}{100}\approx 165°$. Enfin, un pourcentage égal à 33,33% correspond à un angle de $\frac{33{,}33\times360}{100}\approx 120°$. A partir de la question 2, on peut construire le « camembert ». *A faire !*

EXERCICE 21

<u>Attention</u> : lorsqu'on construit un histogramme, l'effectif est proportionnel à l'aire du rectangle qui le représente. Définition tout à fait formelle en mathématiques, pas toujours « comprise » telle quelle dans les autres disciplines utilisant des histogrammes.



La ***population*** est représentée par les 100 élèves du lycée. Le ***caractère*** étudié est la distance, en km, entre le domicile et le lycée. Il est ***quantitatif*** (***mesurable***) et ***continu*** (il peut prendre toutes les valeurs entre 0 et 1).

EXERCICE 22

1. On replace dans l'ordre les valeurs, on obtient :

Nids de roitelets	19,8 – 20,3 – 20,8 – 20,9 –20,9 – 21 – 21 – 21,2 – 21,5 – 22 – 22 – 22,1 – 22,3
Nids de fauvettes	20,9 – 21,7 – 22 – 22,8 – 23 – 23,1 – 23,1 – 23,5 – 23,8 – 23,8 – 23,9 – 24 – 24,9

La ***moyenne*** de la première série est (*environ*) : 21,2. *Calculs à effectuer…*

N = 13 et $\frac{N+1}{2}=7$, la ***médiane*** est située à la septième « place » donc la ***médiane*** est égale à 21.

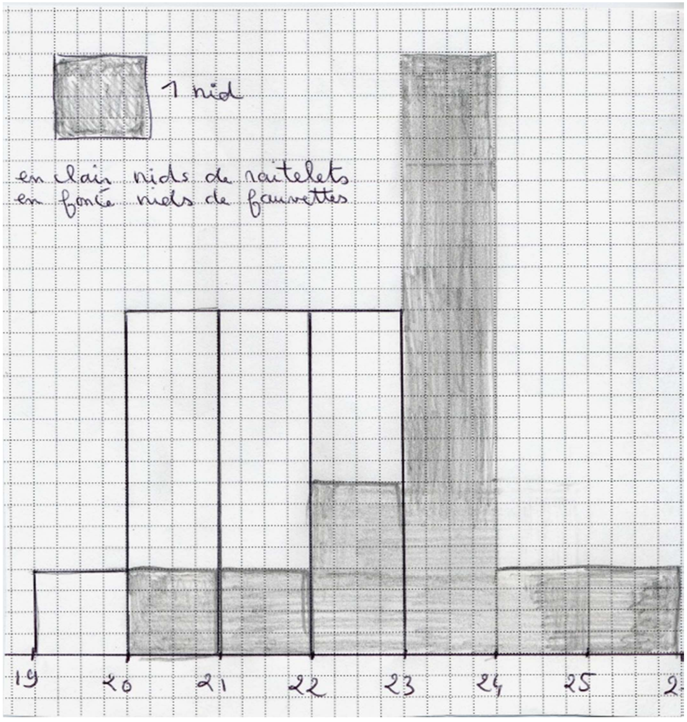
L'***étendue*** est 22,3 – 19,8 = 2,5 (*différence entre le « sup » et « l'inf »*). La ***moyenne*** de la deuxième série est (*environ*) : 23,1.

N = 13 et $\frac{N+1}{2} = 7$, la ***médiane*** est située à la septième « place » donc la ***médiane*** est égale à : 23,1.

L'***étendue*** est 25 – 20,9 = 4,1.

Nids de roitelets	[19 ; 20[	[20 ; 21[	[21 ; 22[	[22 ; 23[
Effectifs	1	4	4	4
Fréquence en %	7,6	30,8	30,8	30,8

Nids de fauvettes	[20 ; 21[	[21 ; 22[	[22 ; 23[	[23 ; 24[	[24 ; 25]	[25 ; 26[
Effectifs	1	1	2	7	1	1
Fréquence en %	7,7	7,7	15,4	53,8	15,4	



On constate donc que statistiquement les œufs déposés dans les nids des fauvettes sont plus gros. Il existe donc un lien entre la taille des nids et celle des œufs déposés.

EXERCICE 23

1. La ***classe modale*** est la classe qui a le plus grand effectif. Donc ici la ***classe modale*** est : [80 ; 90[.

2. La vitesse moyenne est :

$$\frac{3\times 55 + 17\times 65 + 40\times 75 + 131\times 85 + 122\times 95 + 56\times 105 + 25\times 115 + 5\times 125 + 1\times 135}{400} = \frac{36510}{400} \approx 91{,}3 \text{ km/h.}$$

3. La médiane est située entre la 200$^{\text{ième}}$ et la 201$^{\text{ième}}$ valeur. Elle est située dans la classe [80 ; 90[. Par conséquent, il y a moins de 50% des automobilistes en infraction. *Ah zut, petite erreur de lecture des correcteurs, c'est dans <u>l'intervalle suivant</u> qu'il faut chercher la* ***médiane*** *; la conséquence est fausse aussi, au lecteur sérieux de corriger ! Si on ne peut plus faire confiance au corrigé, « ouvaton, Léon ? ».*

4. 56 + 25 + 5 + 1 = 87 personnes en infraction. Ce qui représente $\frac{87}{400} \times 100 = 21{,}75\%$ d'automobilistes sanctionnés. *Et vous, avez-vous déjà été sanctionné ?*

EXERCICE 24

Soit $\boldsymbol{P}$ l'âge de Papy et $\boldsymbol{M}$ l'âge de Mamie. On a : $\dfrac{\mathbf{P + M + 7{\times}9}}{\mathbf{9}} = 29$.

D'où : $\boldsymbol{P} + \boldsymbol{M} = 198$, or $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{M} + 4$. Donc $2 \times \boldsymbol{M} = 194$. <u>*Conclusion*</u> : $\boldsymbol{M} = 97$ et $\boldsymbol{P} = 101$.

EXERCICE 25

1. 12% de 6% représentent : $\dfrac{12}{100} \times \dfrac{6}{100} = \dfrac{0{,}72}{100}$; autrement dit 0,72%, indépendamment de toute grandeur qui est implicitement sous-entendue. *On travaille avec les* ***NOMBRES***.

2. On remarque que $\dfrac{276}{12} = 23$. Donc, il y a $14 \times 23 = 322$ garçons pour $12 \times 23 = 276$ filles. Autrement dit, il y a 322 garçons.

3. Le débit étant de 30m^3 en 10 heures, pour 1000m^3 il faudra : $\dfrac{1000{\times}10}{30}$ heures. Autrement dit, il faudra : $(333 + \dfrac{1}{3})$ heures c'est-à-dire 13 jours, 21 heures et 20 min.

EXERCICE 26

Soit l'événement **A** : « La personne choisie est du groupe **O** », donc $\boldsymbol{p}(\mathbf{A}) = \dfrac{107}{250}$. (On utilise la formule usuelle : « *nombre de cas favorables sur nombre de cas possibles* »).

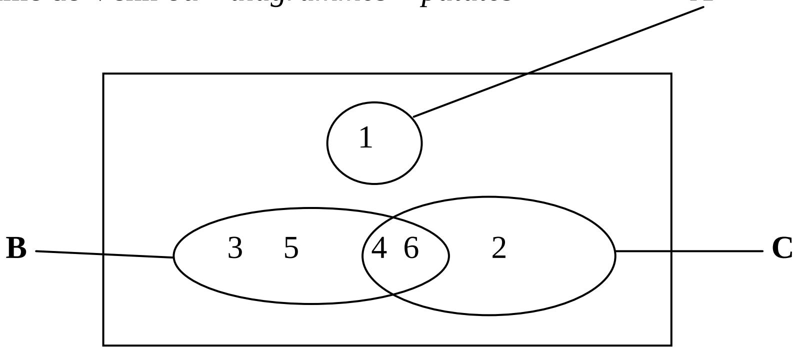
Soit l'événement **B** : « La personne choisie possède le facteur Rhésus négatif », donc $\boldsymbol{p}(\mathbf{B}) = \dfrac{38}{250} = \dfrac{19}{125}$.

Soit l'événement **C** : « La personne du groupe **O** est de facteur Rhésus négatif », donc $\boldsymbol{p}(\mathbf{C}) = \dfrac{15}{107}$.

Soit l'événement **D** : « La personne du groupe de facteur Rhésus négatif est du groupe **O** », donc $\boldsymbol{p}(\mathbf{D}) = \dfrac{15}{38}$.

EXERCICE 27

1. **A** = {1} ; **B** = {3 ; 4 ; 5 ; 6} ; **C** = {2 ; 4 ; 6}
2. Diagramme de Venn ou « *diagrammes – patates* »



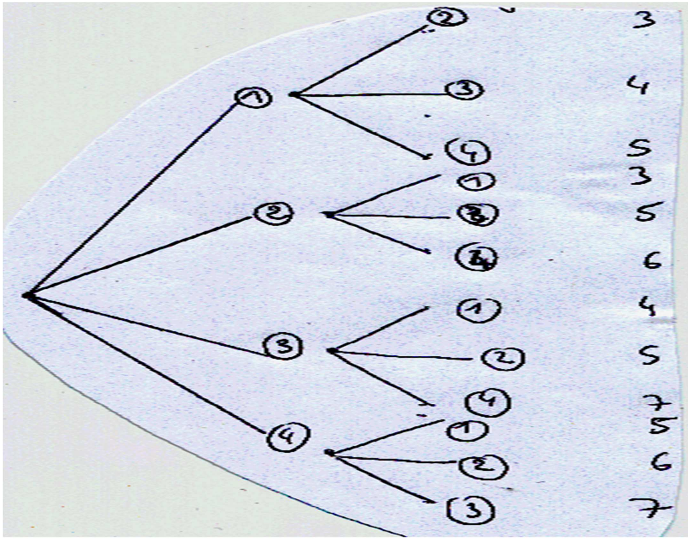
3. Evènement $\mathbf{A}\cup\mathbf{B}$: « Le nombre est différent de 2 ».

Evènement $\mathbf{B}\cap\mathbf{C}$: « Obtenir un nombre pair strictement supérieur à 2 ».

4. On a $\boldsymbol{p}(\text{A}) = \dfrac{1}{6}$; $\boldsymbol{p}(\mathbf{B}) = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$; $\boldsymbol{p}(\mathbf{C}) = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$; $\boldsymbol{p}(\mathbf{A}\cup\mathbf{B}) = \dfrac{5}{6}$; $\boldsymbol{p}(\mathbf{B}\cap\mathbf{C}) = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$.

EXERCICE 28

La situation peut se décrire avec un arbre.



Soit l'événement **A** : « Le numéro tiré en premier est 2 ou la somme des deux numéros tirés est 5 ».
L'univers est composé de 12 possibilités. Par lecture de l'arbre $\boldsymbol{p}(\mathbf{A}) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

EXERCICE 29

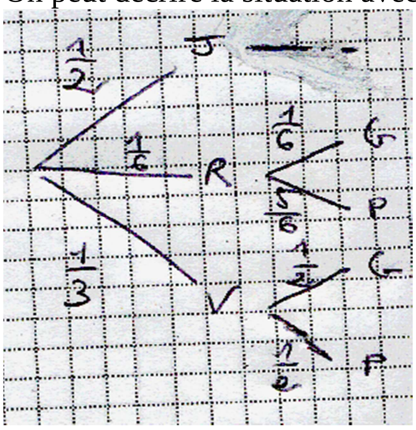
Le tableau ci-dessous nous donne le produit des numéros obtenus :

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

Soient les événements **A** : « Gagner la partie » et **B** : « Perdre la partie ».
On a : $\boldsymbol{p}(\mathbf{A}) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$ et $\boldsymbol{p}(\mathbf{B}) = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$

EXERCICE 30

On peut décrire la situation avec un arbre ou un tableau. Voir ci-dessous.



	1	2	3	4	5	6
J	(J ; 1)	(J ; 2)	(J ; 3)	(J ; 4)	(J ; 5)	(J ; 6)
J	(J ; 1)	(J ; 2)	(J ; 3)	(J ; 4)	(J ; 5)	(J ; 6)
J	(J ; 1)	(J ; 2)	(J ; 3)	(J ; 4)	(J ; 5)	(J ; 6)
V	(V ; 1)	(V ; 2)	(V ; 3)	(V ; 4)	(V ; 5)	(V ; 6)
V	(V ; 1)	(V ; 2)	(V ; 3)	(V ; 4)	(V ; 5)	(V ; 6)
R	(R ; 1)	(R ; 2)	(R ; 3)	(R ; 4)	(R ; 5)	(R ; 6)

Par lecture sur l'arbre on a :

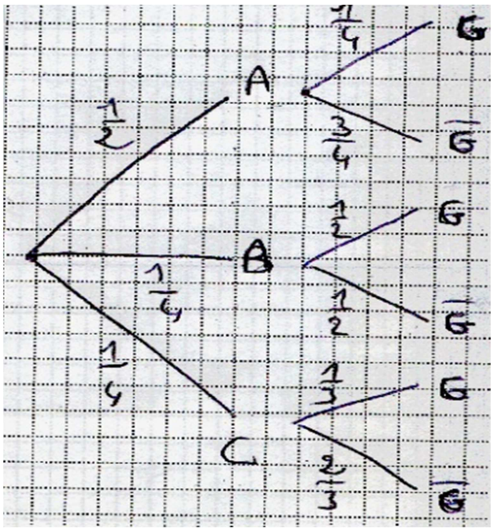
Soit l'événement **A** : « Gagner un gros lot » ; ***p*(A)** = $\frac{1}{36}$

Soit l'événement **B** : « Gagner un lot » ; ***p*(B)** = $\frac{7}{36}$

Soit l'événement **C** : « Gagner une pacotille » ; ***p*(C)** = $\frac{29}{36}$

EXERCICE 31

1. On a : ***p*(A)** = $\frac{1}{2}$; ***p*(B)** = $\frac{1}{4}$ et ***p*(C)** = $\frac{1}{4}$. On remarque que ***p*(A)** + ***p*(B)** + ***p*(C)** = 1.
2. Un arbre peut fournir une piste intéressante



3. On a : ***p*(G)** = $\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$