

## TD2 : Récursivité

- (1) Le langage des mots bien parenthésés sur l'alphabet  $\{(,)\}$  est-il récursif? Récursivement énumérable?
- (2) La fonction  $f : u_2 \# v_2 \mapsto w_2$  avec  $w = u + v$  est-elle calculable?
- (3) Soit  $\mathcal{M}$  une MT totale qui reconnaît un langage  $L$ . Donner une MT qui reconnaît le langage  $\bar{L}$ .
- (4) Soit  $L$  un langage récursif, donner une MT qui calcule la fonction

$$f : \begin{cases} u \in L & \mapsto baba \\ u \notin L & \mapsto abab \end{cases}$$

- (5) Soit  $f_1 : \Sigma_1^* \rightarrow \Sigma_2^*$  et  $f_2 : \Sigma_2^* \rightarrow \Sigma_3^*$  deux fonctions partielles calculables. Montrer que  $f_2 \circ f_1$  est partielle calculable.
- (6) Soit  $\mathcal{M}_1$  et  $\mathcal{M}_2$  deux MT. Montrer qu'il existe une MT qui reconnaît l'ensemble des mots reconnus par au moins une de ces deux MT. Que peut-on en déduire pour l'union de deux langages récursifs? Récursivement énumérables?
- (7) Soit  $L$  un langage récursivement énumérable tel que  $f : n \mapsto |\Sigma^n \cap L|$  est calculable. Montrer que  $L$  est récursif.

Soit  $P = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ est premier}\}$  et  $J = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ et } n + 2 \text{ sont premiers}\}$ .

- (8)  $P$  et  $J$  sont-ils récursivement énumérables? Récursifs?
- (9) Le langage  $P' = \{m \in \mathbb{N} : \exists n \in P, m \leq n\}$  est-il récursif?
- (10) Le langage  $J' = \{m \in \mathbb{N} : \exists n \in J, m \leq n\}$  est-il récursif?