POLYTECH
ORLÉANS
École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

UE -OSSDE : Ouvrages sous sollicitations dynamiques et environnementales

Module 1 : Durabilité de matériaux et des structures

Eléments de la mécanique de rupture

Fracture mechanics

2024 - 2025

Constructions Durables (COD)
Prof. D. Hoxha

Eléments de la mécanique de rupture

- Introduction
- Défauts dans un matériau : Facteur de concentration de contrainte
- Modes de propagation de fissures
- Contraintes et déplacements autour d’une fissure
- Critères de propagation de fissures
- Endommagement
- Fracture fragile et ductile
- Fatigue
- Dimensionnement à la fatigue

POLYTECH ORLÉANS
École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

Eléments de la mécanique de rupture

- Introduction
- Défauts dans un matériau : Facteur de concentration de contrainte
- Modes de propagation de fissures
- Contraintes et déplacements autour d'une fissure
- Critères de propagation de fissures
- Endommagement
- Fracture fragile et ductile
- Fatigue
- Dimensionnement à la fatigue

Eléments de la mécanique de rupture

- *Introduction*

Objet de l'étude de la mécanique de la rupture (MLR) :

- conditions d'amorçage d'arrêt et de propagation des fissures
- évaluation de l'état de fissuration (de l'endommagement) d'une structure
- Caractérisation des matériaux et des structures vis-à-vis de la résistance à la rupture

Pourquoi ? Que y a-t-il de différent des méthodes connues de dimensionnement ?

- Citer quelque critères de dimensionnement de structures

  exemple : $\sigma <= \sigma_{limit}$, critère de Von Mises, critère de Mohr-Coulomb, …

- rupture localisée versus rupture généralisée (MLR versus MMC)

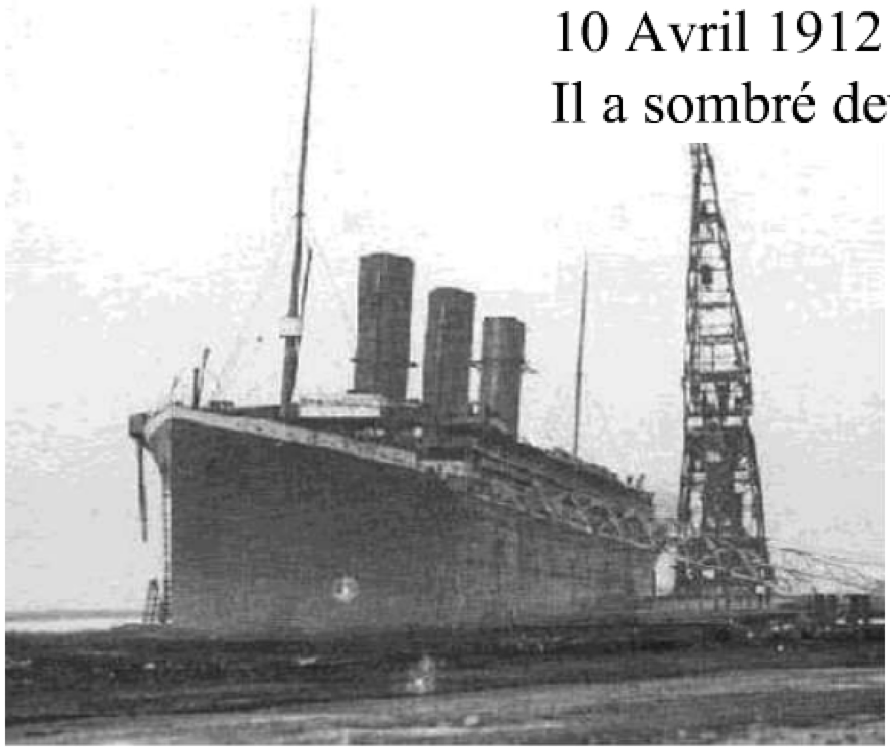
Exemples historiques

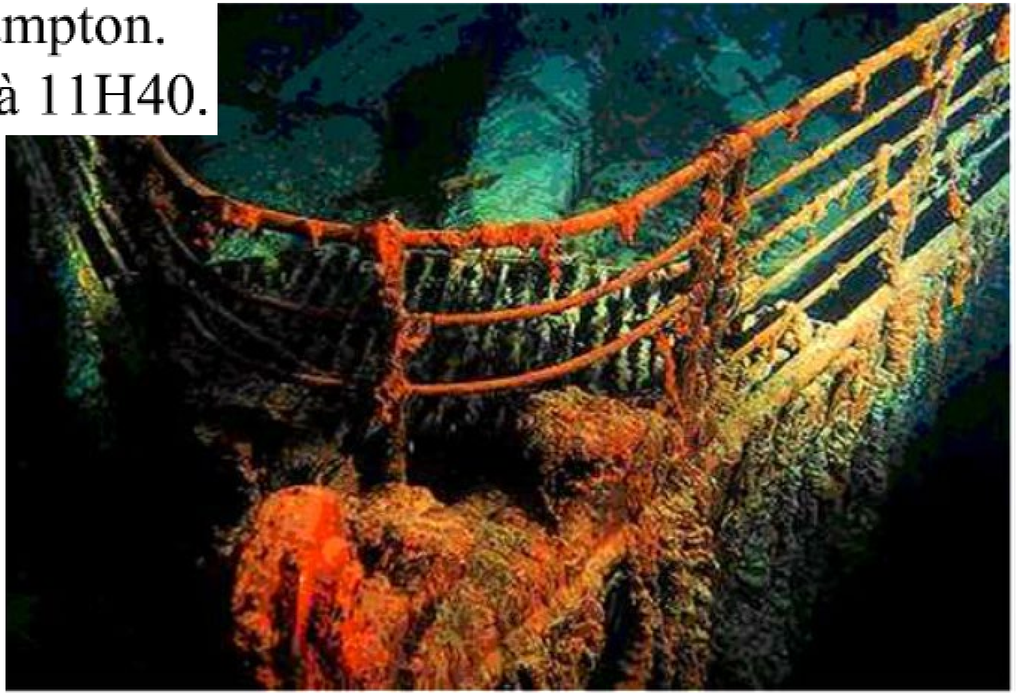
Eléments de la mécanique de rupture

- ***Introduction***

Exemples historiques : Rupture du Titanic

Le Titanic a commencé son premier et dernier voyage pour New York le 10 Avril 1912 à partir de Southampton. Il a sombré deux jours plus tard à 11H40.





10 avril 1912 .... 100 ans après

Eléments de la mécanique de rupture

- *Introduction*

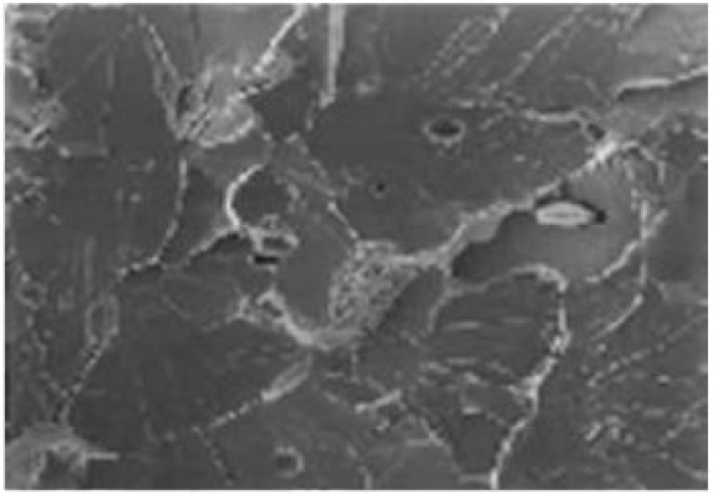
Exemples historiques : Rupture du Titanic

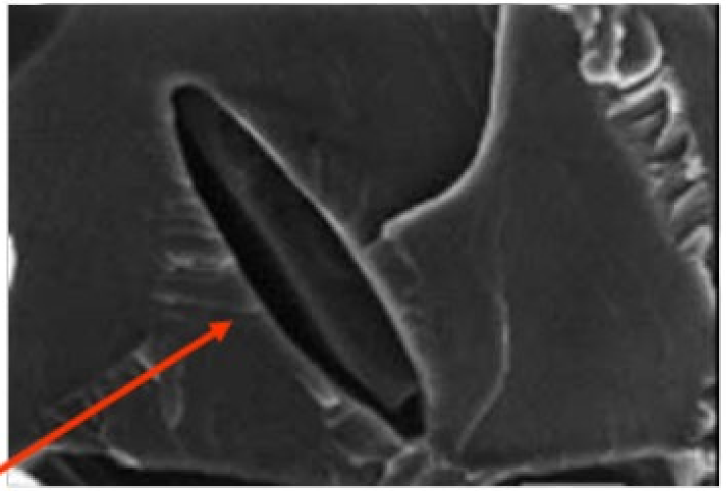
Propriétés mécaniques

	Titanic	SAE 1020
Limite d'élasticité	193.1 MPa	206.9 MPa
Résistance ultime	417.1 MPa	379.2 MPa
allongement	29%	26%
Striction	57.1%	50%

Exemples historiques : Rupture du Titanic

Facies de rupture des aciers de Titanic





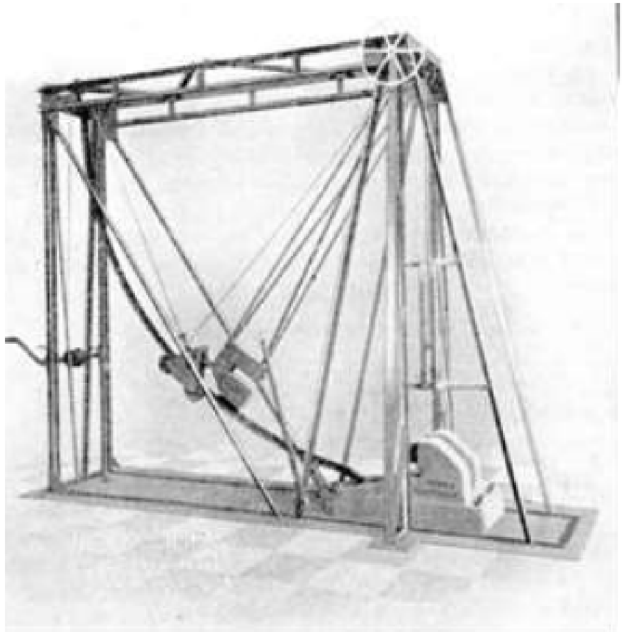
La rupture est facilement amorcée à partir d'inclusions de sulfures elliptiques.

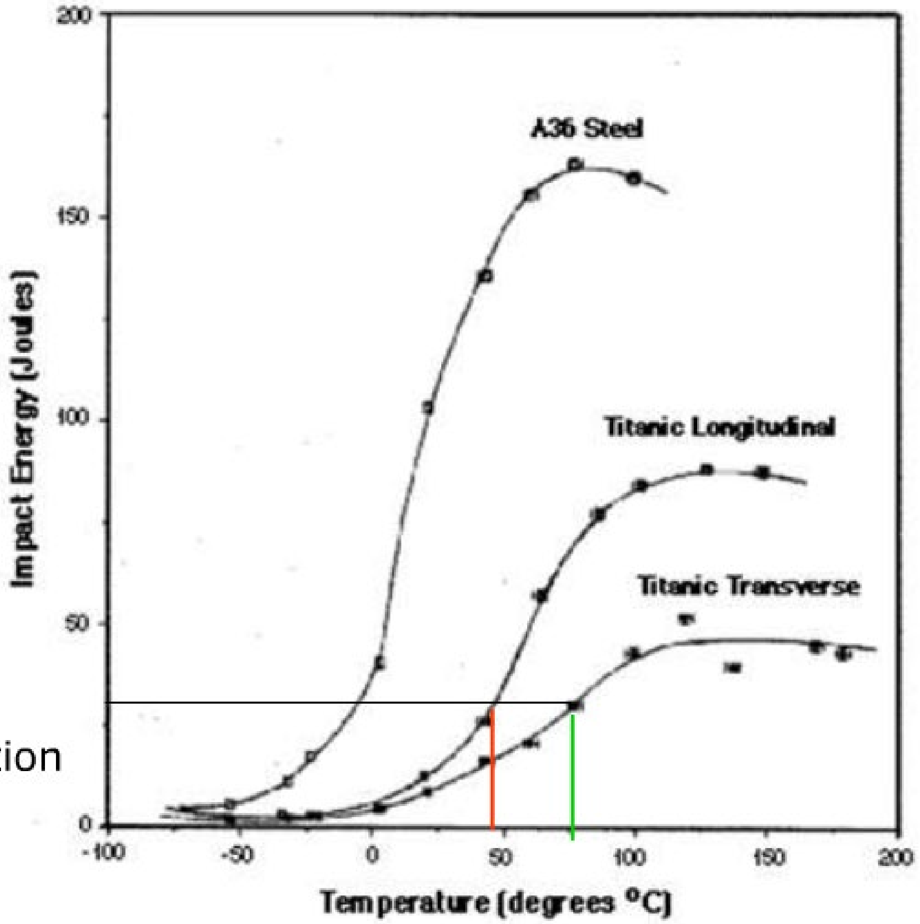
Eléments de la mécanique de rupture

- ***Introduction***

Exemples historiques : Rupture du Titanic

Résultats de test CHARPY





tion

Eléments de la mécanique de rupture

- ***Introduction***

Exemples historiques : Incident du Comet (1954)

a. CLOSE-UP OF SKIN AT BOTTOM FRONT CORNER OF ESCAPE HATCH
FIG. 15. FAILURE OF FRONT FUSELAGE AT 18.4 lb/in²
(3057 TOTAL FLIGHTS)—G-ALYU

LE NAUFRAGE DE l'ERIKA (11 DECEMBRE 1999)

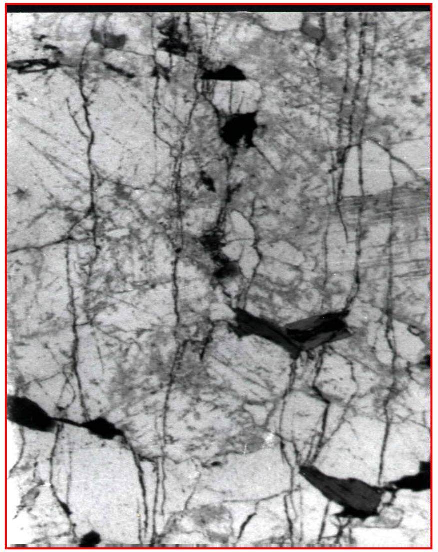
le navire se casse en deux le 11 Décembre 1999 à 8h15 (heure locale) dans les eaux internationales, à une trentaine de milles au sud de la pointe de Penmarc'h (Pointe sud du Finistère).
La quantité de mazout déversée au moment du naufrage est alors estimée entre 7 000 et 10 000 tonnes.

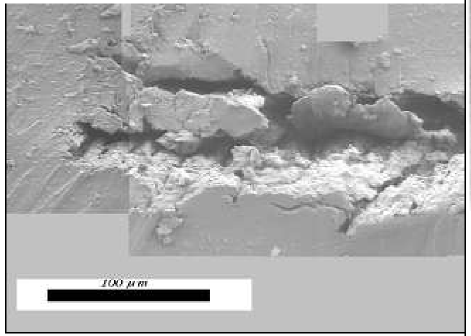
La partie avant du navire sombre dans la nuit du 12 au 13 décembre à peu de distance du lieu de la cassure.

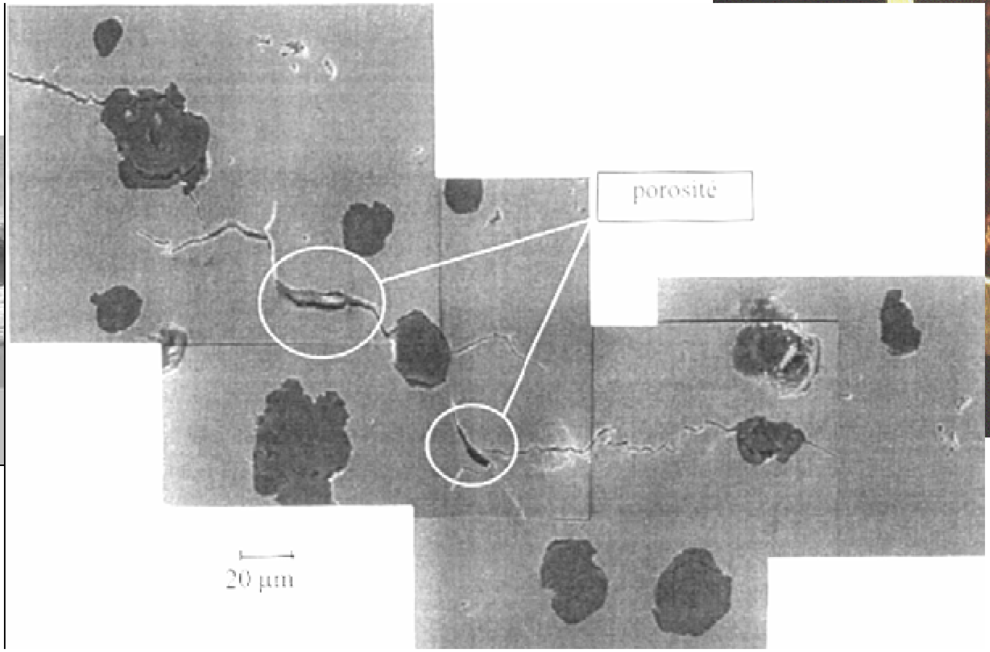
Eléments de la mécanique de rupture

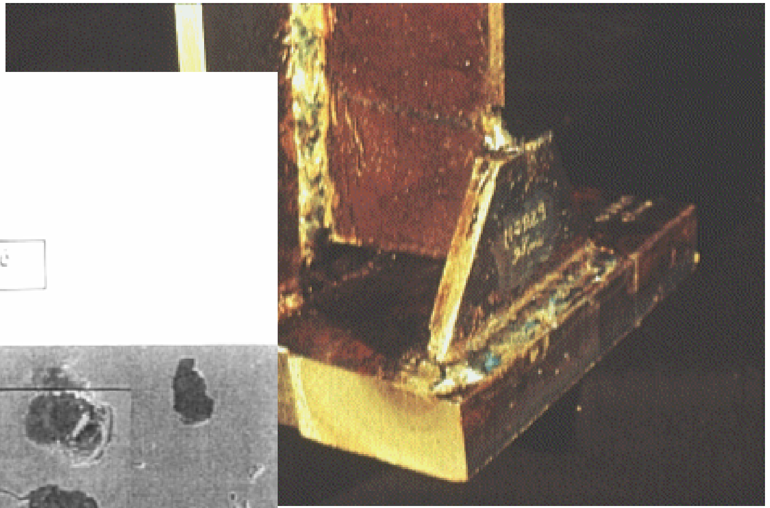
- ***Défauts de structure des matériaux***
- ***Facteur de concentration de contrainte***

A toute échelle les structures contiennent des « défauts »/hétérogenéités









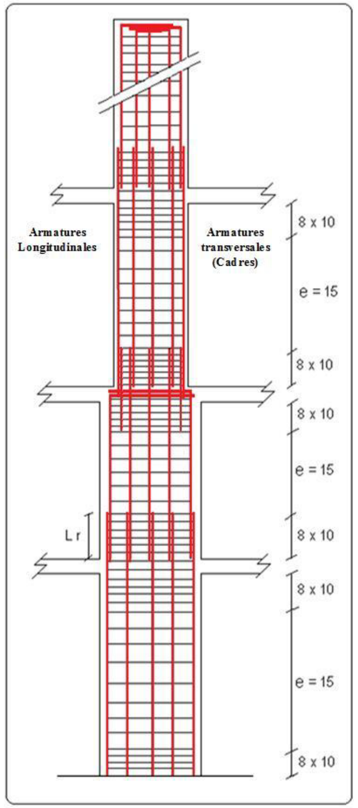
Ces hétérogénéités sont lieux de concentration des contraintes

Eléments de la mécanique de rupture

- ***Défauts de structure des matériaux***
- ***Facteur de concentration de contrainte***

A toute échelle les structures contiennent des « défauts »/hétérogenéités

Ouvertures (fenêtres) sur la façade



Changement de section

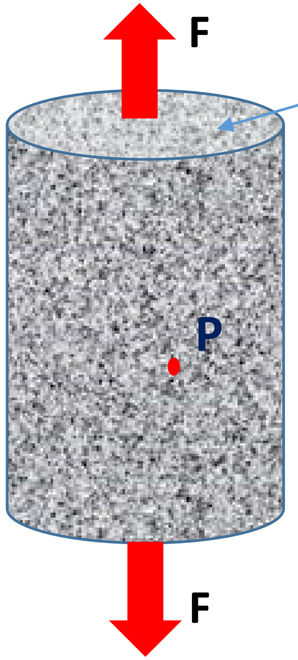
Ces hétérogénéités sont lieux de concentration des contraintes

Eléments de la mécanique de rupture

- ***Défauts de structure des matériaux***

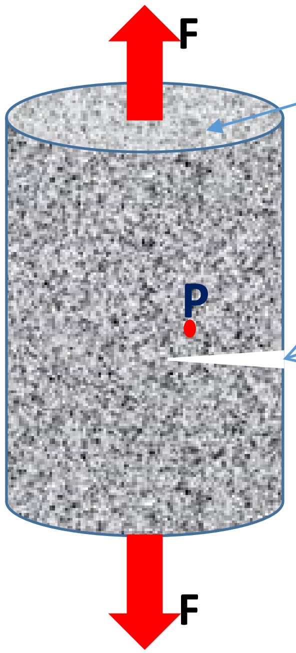
Facteur de concentration de contrainte

Facteur de concentration de contrainte à un point d’une structure est le rapport de la contrainte à ce point d’de la structure concernée avec un défaut avec la contrainte à ce même point de la contrainte de la structure sans défaut



L’aire A

$$\sigma_{P,0} = \frac{F}{A}$$



L’aire A

Entaille d’une certaine géométrie

$$\sigma_{P,1} = f(F, A, défaut, \dots)$$

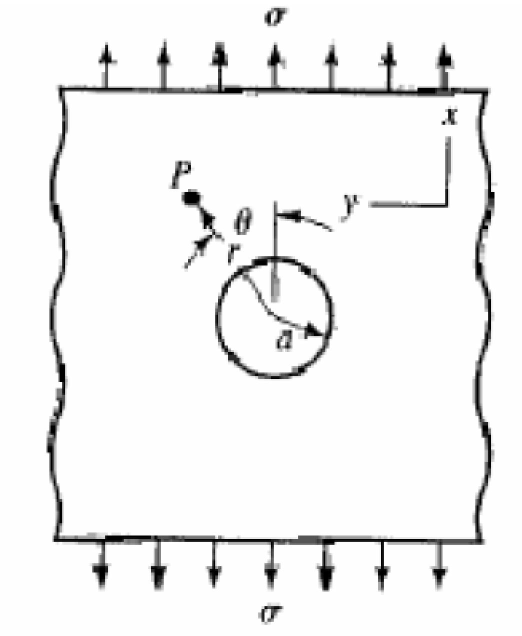
$$\boxed{\boldsymbol{\kappa = \frac{\sigma_{P,1}}{\sigma_{P,0}}}}$$

Eléments de la mécanique de rupture

- *Défauts de structure des matériaux*

Facteur de concentration de contrainte

Défaut circulaire A-Contrainte plane



$$\sigma_{rr} = \frac{\sigma}{2}\left(1-\left(\frac{a}{r}\right)^2\right) + \frac{\sigma}{2}\left(1-\left(\frac{a}{r}\right)^2\right)\left(1-3\left(\frac{a}{r}\right)^2\right)\cos 2\theta$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{\sigma}{2}\left(1+\left(\frac{a}{r}\right)^2\right) - \frac{\sigma}{2}\left(1+\left(\frac{a}{r}\right)^2\right)\left(1-3\left(\frac{a}{r}\right)^4\right)\cos 2\theta$$

$$\sigma_{r\theta} = -\frac{\sigma}{2}\left(1-\left(\frac{a}{r}\right)^2\right)\left(1+3\left(\frac{a}{r}\right)^2\right)\sin 2\theta$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma(1+2\cos 2\theta) = \kappa.\sigma$$

Pour une trou circulaire sur un mur r=a

Facteur de concentration de contrainte

$$\boxed{K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_n} = \frac{3\kappa - 1}{\kappa + 0.3}}$$

Eléments de la mécanique de rupture

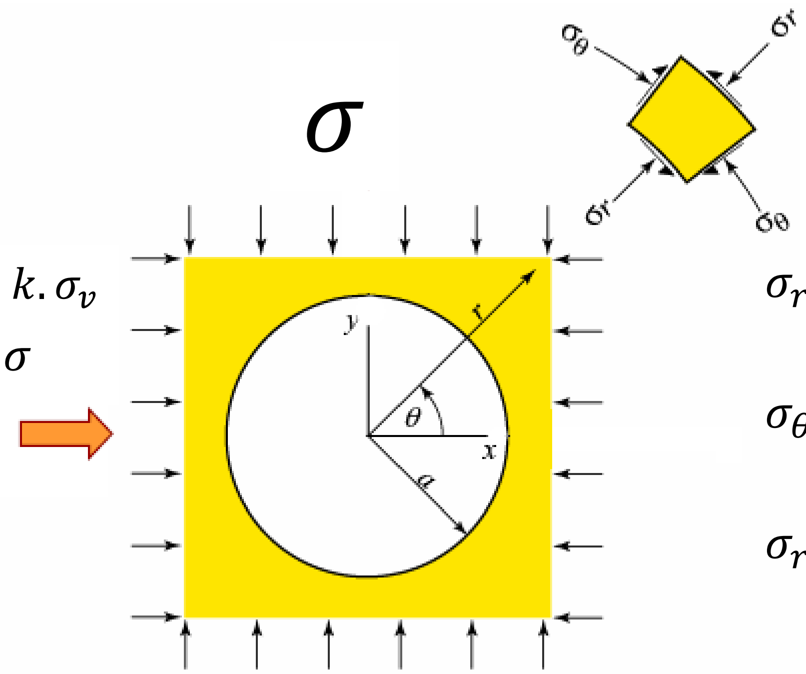
- ***Défauts de structure des matériaux***

Facteur de concentration de contrainte

Défaut circulaire A-Déformation plane

(Solution de Kirsh)

$\sigma_h = k.\sigma_v$
$= k.\sigma$



$$\sigma_{rr} = \frac{\sigma}{2}\left[(1+k)\left(1-\frac{a^2}{r^2}\right)-(1-k)\left(1-4\frac{a^2}{r^2}+3\frac{a^4}{r^4}\right)\cos 2\,\theta\right]$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{\sigma}{2}\left[(1+k)\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right)+(1-k)\left(1+3\frac{a^4}{r^4}\right)\cos 2\,\theta\right]$$

$$\sigma_{r\theta} = \frac{\sigma}{2}\left[(1-k)\left(1+2\frac{a^2}{r^2}-3\frac{a^4}{r^4}\right)\sin 2\,\theta\right]$$

Pour une trou circulaire sur un mur r=a

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{\sigma}{2}[2(1+k)+4(1-k)\cos 2\,\theta] = \sigma[(1+k)+2(1-k)\cos 2\,\theta]$$

Chargement uniaxial :

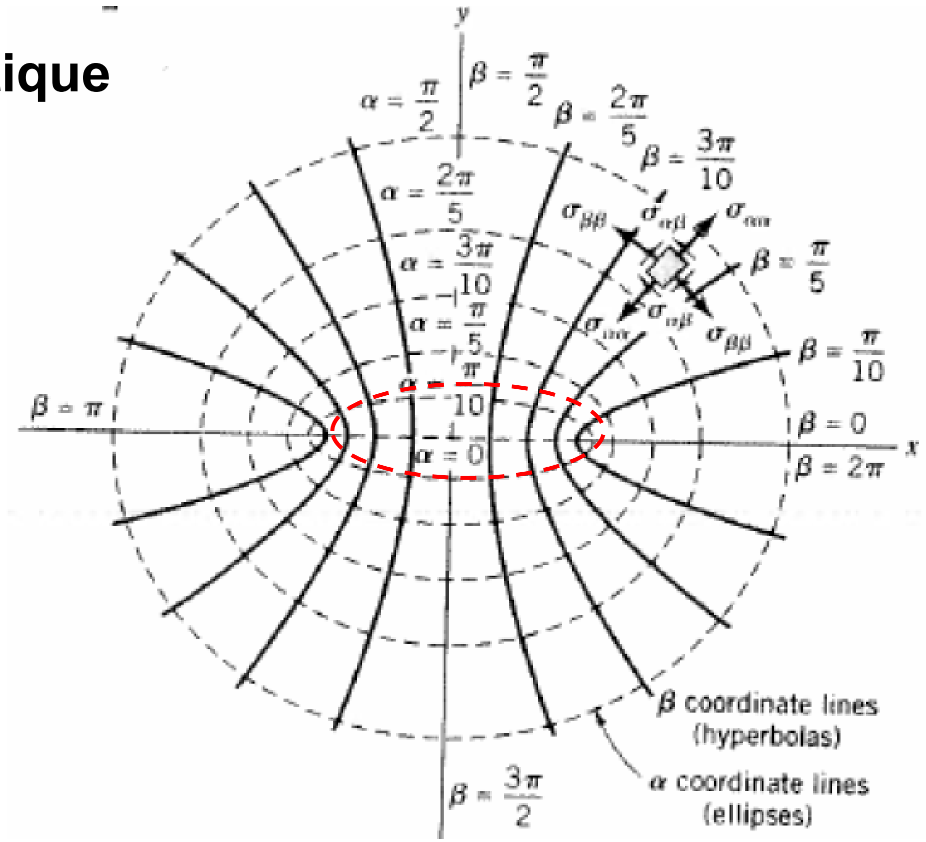
$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma(1+2\cos 2\theta) = \kappa.\sigma$$

Eléments de la mécanique de rupture

- ***Défauts de structure des matériaux***

Facteur de concentration de contrainte

Trou elliptique



$$\sigma_{\alpha\alpha}+\sigma_{\beta\beta}=\sigma e^{2\alpha 0}\left[\frac{\left(1+e^{-2\alpha 0}\right)\sinh 2\alpha}{\cosh 2\alpha-\cos 2\beta}-1\right]$$

$$\sigma_{\beta\beta}\Big|_{\alpha=\alpha 0}=\sigma e^{2\alpha 0}\left[\frac{\left(1+e^{-2\alpha 0}\right)\sinh 2\alpha_0}{\cosh 2\alpha_0-\cos 2\beta}-1\right]$$

$$\sigma_{\beta\beta}(\max)=\sigma(1+2\coth\alpha_0)=\sigma\left(1+2\frac{a}{b}\right)$$

$$\sigma_{\beta\beta}(max)=\sigma(1+2\coth\alpha_0)=\sigma\left(1+2\frac{a}{b}\right)=\sigma\boxed{\left(1+2\sqrt{\frac{a}{r}}\right)}$$

$$r=\frac{b^2}{a}$$

Eléments de la mécanique de rupture

- ***Défauts de structure des matériaux***

Facteur de concentration de contrainte

D'un défaut elliptique

$$K_t = \frac{\sigma_{\beta\beta(\max)}}{\sigma_n} = 1 + 2\sqrt{\frac{a}{\rho}}$$

À une….

$$\sigma_{yy} = \frac{\sigma\sqrt{a}}{\sqrt{2r}} \frac{1+\frac{\rho}{r}}{\left(1+\frac{\rho}{2r}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

… fissure de fond arrondie….. r=0

$$\sigma_{yy} = 2\sigma\sqrt{\frac{a}{\rho}}$$

… à une fissure pointue --- $b \rightarrow 0$

$$\sigma_{yy} = \sigma\sqrt{\frac{a}{2r}}$$

Eléments de la mécanique de rupture

- ***Défauts de structure des matériaux***

Facteur de concentration de contrainte

A retenir:

- Le facteur de concentration de contraintes Kt dépend seulement de la géométrie du défaut et du type de chargement

-Les formules théoriques ne donnent qu'une estimation : mais beaucoup de ca réel peuvent être simplifié à des cas théoriques

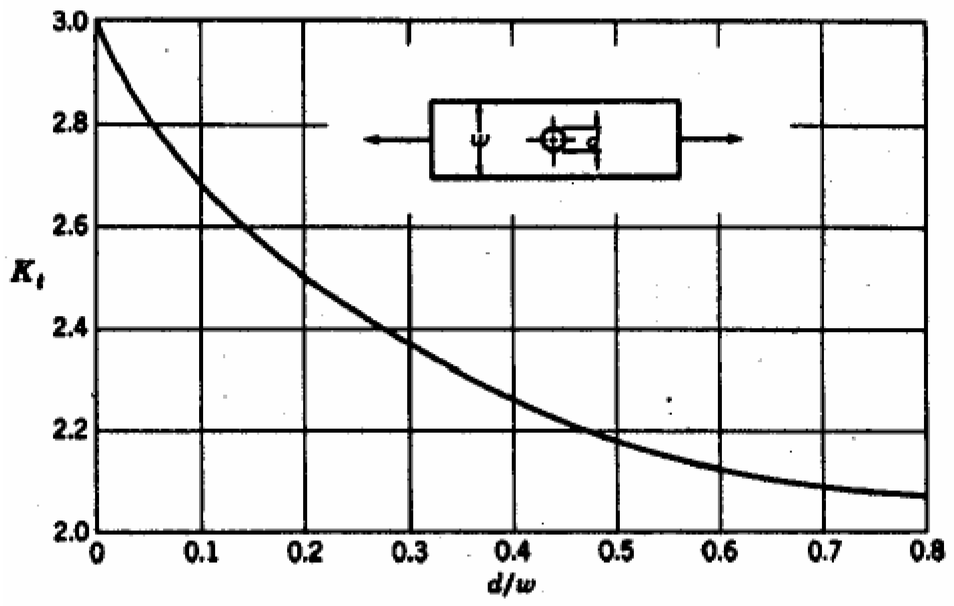


Figure C.1 — Plaque en traction ou en compression axiale simple avec un trou transversal. $\sigma_0 = F/A$, où $A = (w - d)\,t$ et t est l'épaisseur.

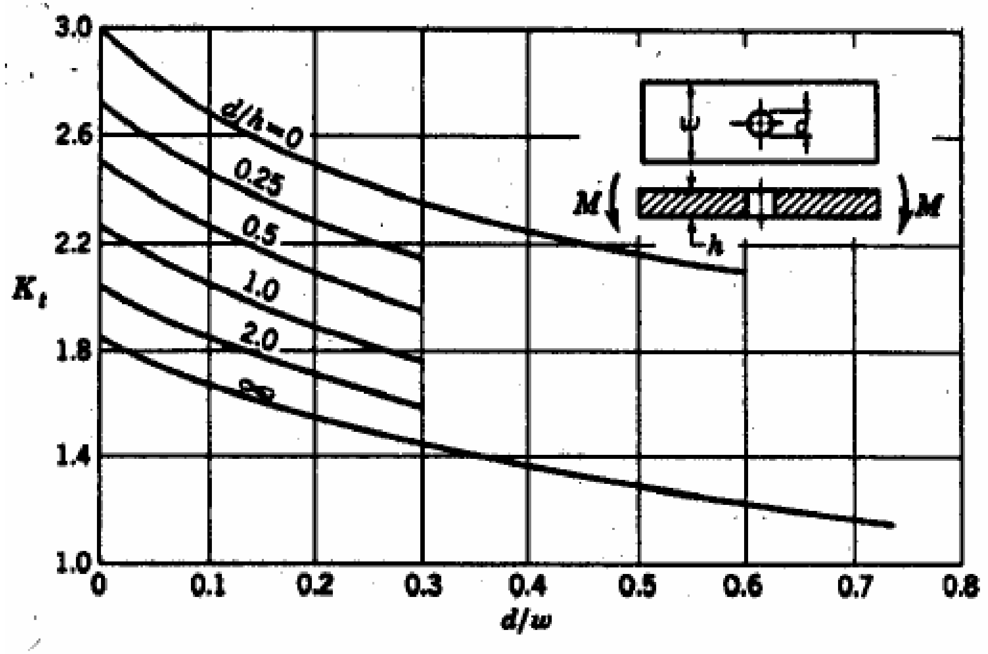


Figure C.2 — Plaque en flexion avec un trou transversal. $\sigma_0 = Mc/I$, où $I = (w - d)h^3/12$.

* Toutes les courbes sont tirées de «Stress Concentration Design Factors»

Eléments de la mécanique de rupture

- *Défauts de structure des matériaux*

Facteur de concentration de contrainte

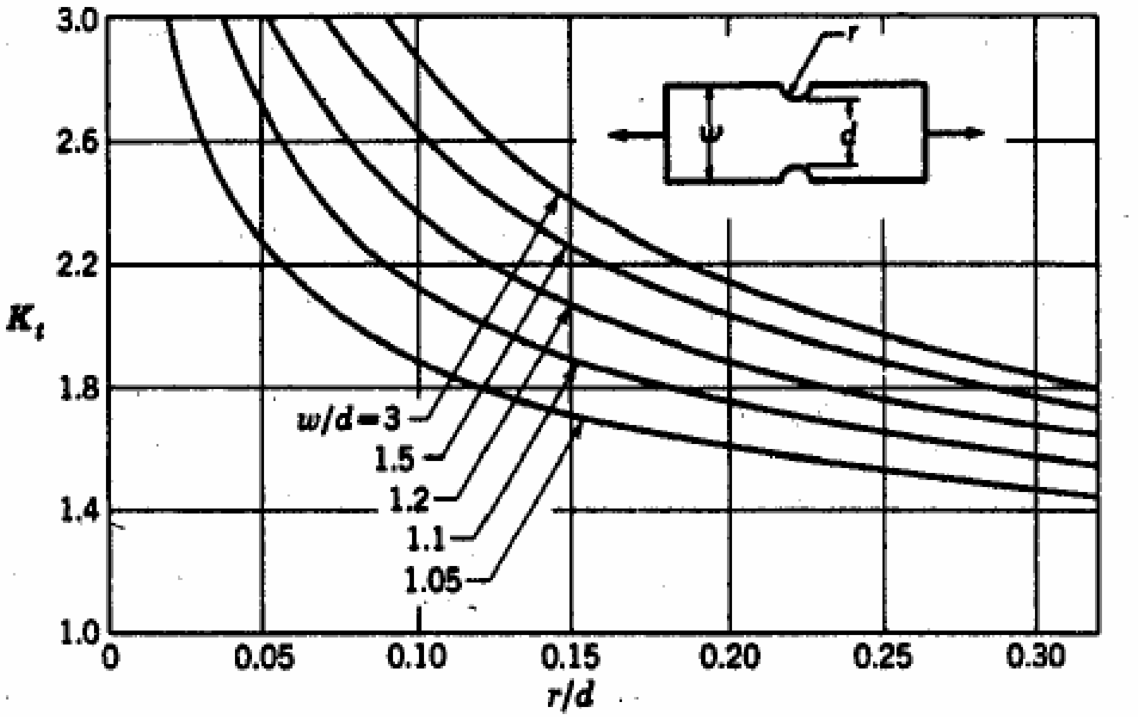


Figure C.3 — Plaque rectangulaire avec encoche soumise à une traction ou à une compression axiale simple. $\sigma_0 = F/A$, où A = dt et t est l'épaisseur.

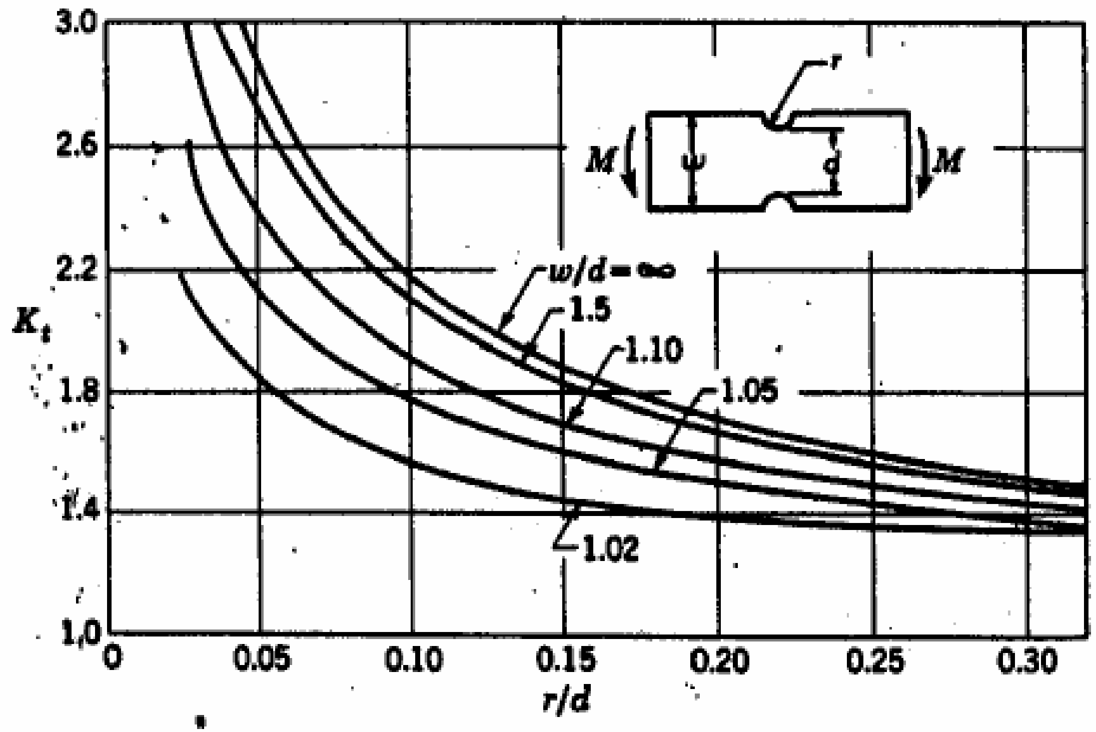


Figure C.4 — Plaque rectangulaire avec encoche soumise à une flexion. $\sigma_0 = Mc/I$, où $c = d/2$, $I = td^3/12$ et t est l'épaisseur.

Eléments de la mécanique de rupture

- *Défauts de structure des matériaux*

Facteur de concentration de contrainte

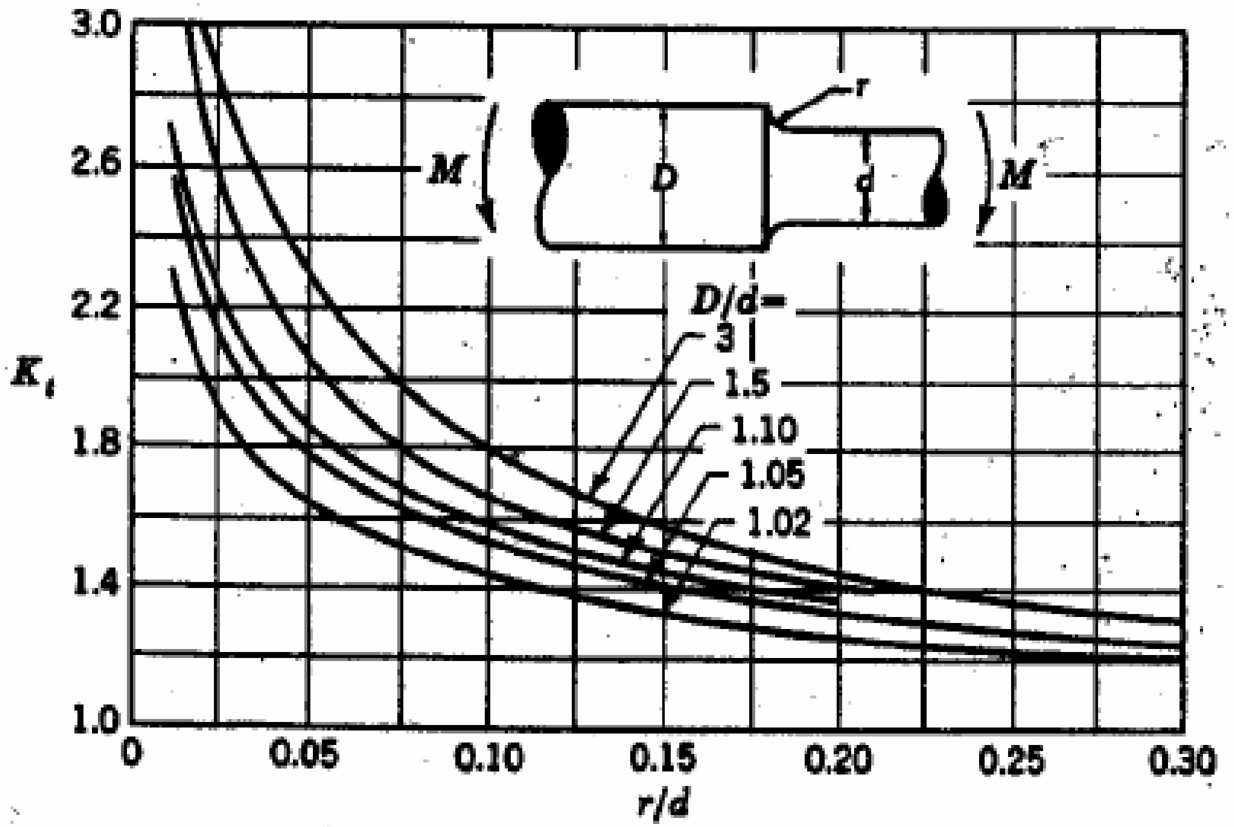


Figure C.9 — Arbre avec un épaulement soumis à une flexion. $\sigma_0 = Mc/I$, où $c = d/2$ et $I = \pi d^4/64$.

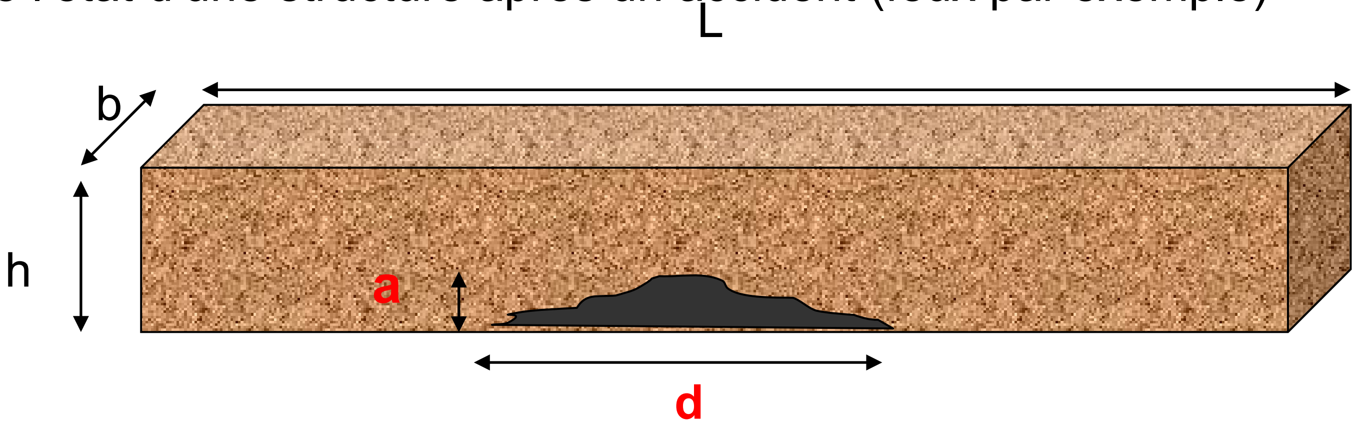
Eléments de la mécanique de rupture

- ***Défauts de structure des matériaux***

Facteur de concentration de contrainte

Application 1 :

On étudie la capacité portant d'une poutre , partiellement endommagée comme sur la figure: l'extension de l'endommagement est ***d*** et la profondeur ***a***. C'est une situation qu'on peut rencontrer en pratique dans le cas d'estimation de l'état d'une structure après un accident (feux par exemple)



a- Quelle est la charge uniformément distribuée que cette poutre peut supporter dans ces conditions connaissant les valeurs limites du matériau constituant σ_{lim}^0 et ses propriétés élastiques E^0

b- Recalculer la capacité portant de la poutre en supposant maintenant que le module de Young est actuellement juste une fraction du module de Young initial $E=k_1.E^0$ et que la résistance du matériau n'est qu'une autre fraction de la résistance du matériau $\sigma_{lim}=k_2*\sigma_{lim}^0$ (index « 0 » indique les propriétés initiales)

Eléments de la mécanique de rupture

- ***Défauts de structures et/ou de matériaux***

Facteur de concentration de contrainte

<u>A retenir:</u>

- La présence d'un défaut, d'une hétérogénéité ou d'un changement de section d'une structure conduit à une redistribution non uniforme des contraintes dans la structure. Le facteur de concentration de contrainte est le ratio entre la contrainte réelle dans la structure et la contrainte uniforme calculée

- Le facteur de concentration de contraintes Kt dépend seulement de la géométrie du défaut et du type de chargement

-Les formules théoriques ne donnent qu'une estimation : mais beaucoup de ca réel peuvent être simplifié à des cas théoriques

- Pour les « défauts » avec un rayon de courbature qui tend vers zero, le facteur de concentration de contrainte est théoriquement infinie – la contrainte serait infinie

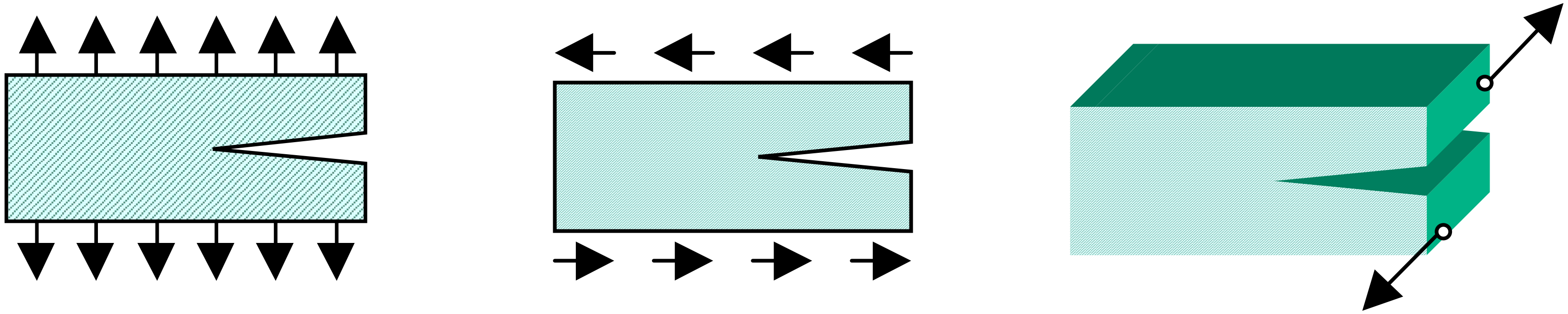
Eléments de la mécanique de rupture

- Introduction
- Défauts dans un matériau : Facteur de concentration de contrainte
- **Modes de propagation de fissures**
- Contraintes et déplacements autour d'une fissure
- Critères de propagation de fissures
- Endommagement
- Fracture fragile et ductile
- Fatigue
- Dimensionnement à la fatigue

POLYTECH
ORLÉANS
École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

Eléments de la mécanique de rupture

• *Modes de propagation de fissures*



a) Mode I
Traction directe

b) Mode II
Cisaillement dans le plan

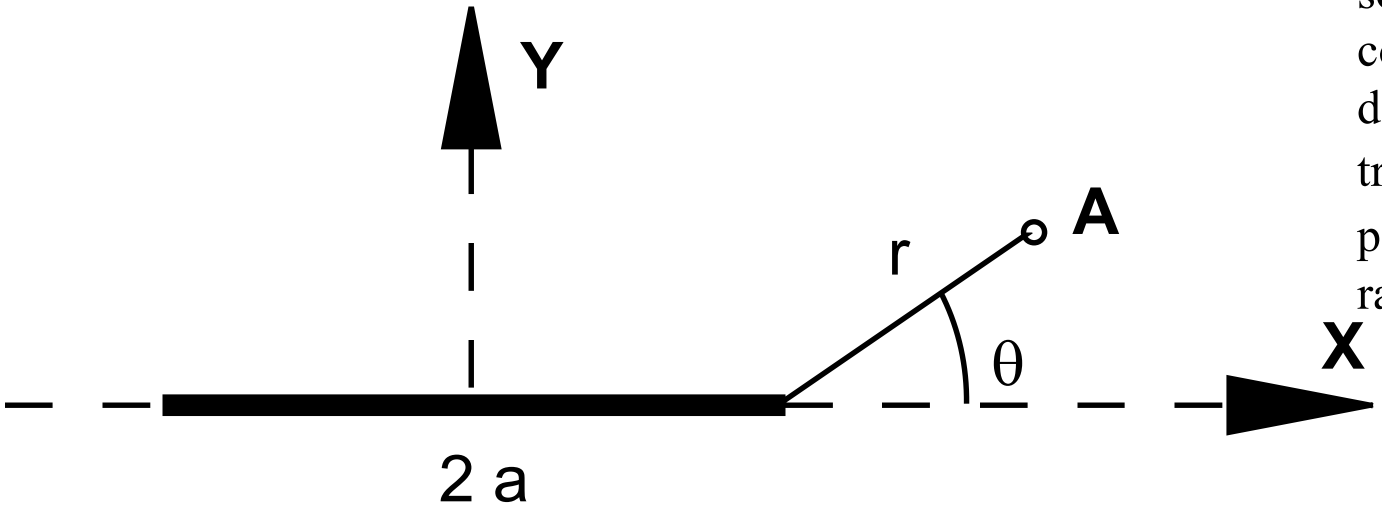
c) Mode III
Cisaillement antiplan

En pratique on trouve une combinaison de ce type de propagation

Eléments de la mécanique de rupture

- ***Facteur d'intensité de contrainte (Stress Intensity factor SIF)***

Contraintes autour d'une fissure plane

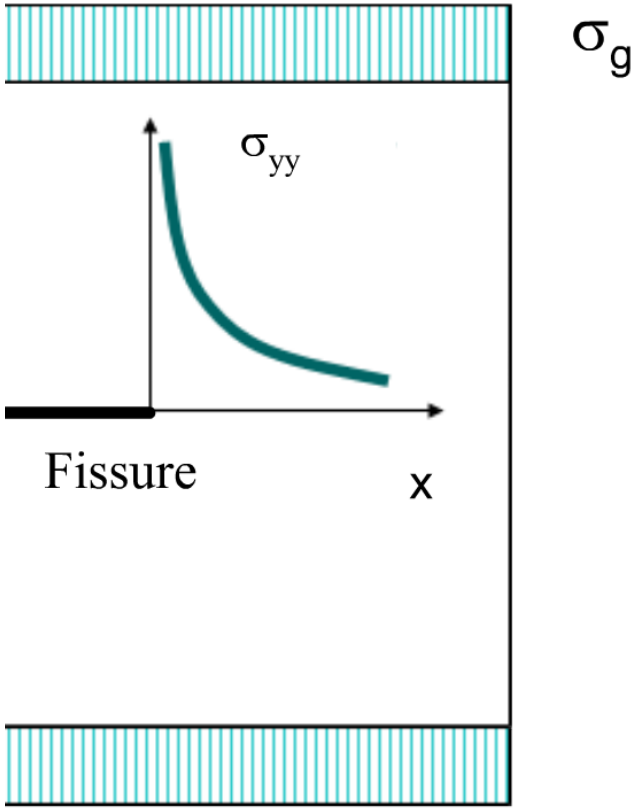


Une fissure plane de longueur 2a, dans un plan infini. À l'infini le solide est soumis à un état de contrainte uniforme. On s'intéresse de la contrainte en un point A, se trouvant à une distance ***r*** de la pointe de la fissure en angle θ par rapport au plan de la fissure

Eléments de la mécanique de rupture

• *Contraintes autour des fissures*

La distribution des contraintes d'ouverture peut être représentée par une distribution en $1/\sqrt{x}$



(Solution de Westergaard)

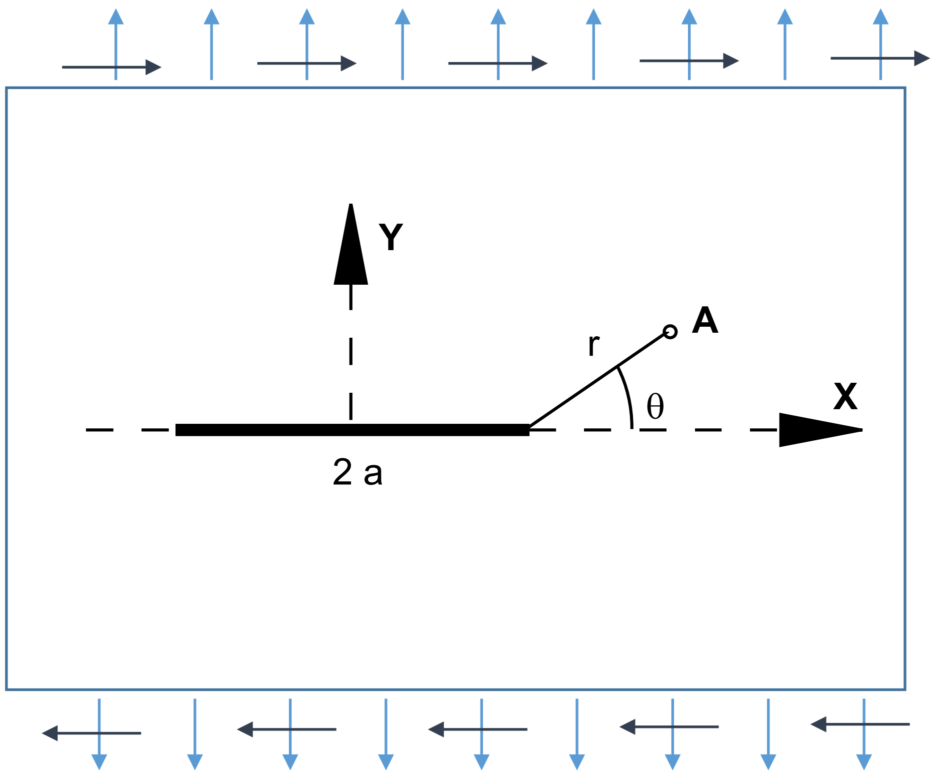
$$\sigma_{yy} = \frac{\sigma_g . x}{\sqrt{x^2 - a^2}}$$

Eléments de la mécanique de rupture

- ***Facteur d'intensité de contrainte***

Mode I

Contraintes autour d'une fissure plane



$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\left[1-\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right]$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\left[1+\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right]$$

$$\sigma_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)$$

Stress Intensity Factor (SIF)

$$\left.\begin{matrix} K_I(\pm l) \\ K_{II}(\pm l) \end{matrix}\right\} = \frac{1}{\sqrt{\pi l}}\int_{-l}^{l}\sqrt{\frac{(l\pm\xi)}{(l\mp\xi)}}\begin{Bmatrix} p(\xi) \\ \tau(\xi) \end{Bmatrix} d\xi$$

Eléments de la mécanique de rupture

- ***Facteur d'intensité de contrainte***

Mode I

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\left[1-\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right]$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\left[1+\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right]$$

$$\sigma_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)$$

Mode II

$$\sigma_{xx} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\left[2+\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right]$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}}\left[\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right]$$

$$\sigma_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\left[1-\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right]$$

Stress Intensity Factor (SIF)

Mode III

$$\sigma_{xz} = \frac{-K_{III}}{\sqrt{2\pi r}}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$\sigma_{yz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

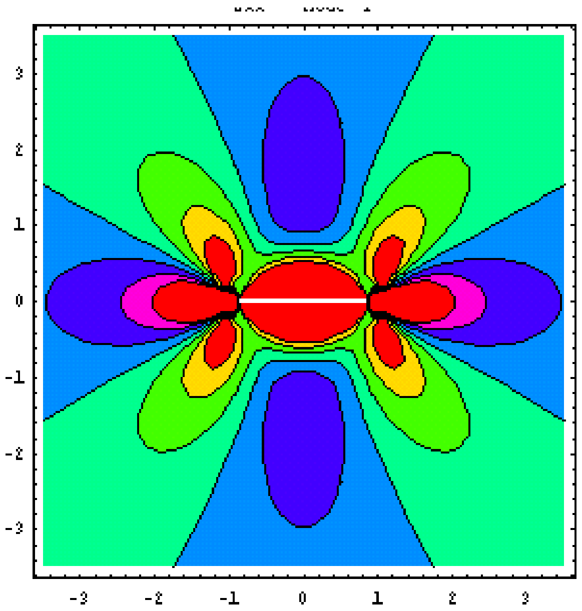
$$\left.\begin{matrix} K_I(\pm l) \\ K_{II}(\pm l)\end{matrix}\right\} = \frac{1}{\sqrt{\pi l}}\int_{-l}^{l}\sqrt{\frac{(l\pm\xi)}{(l\mp\xi)}}\left\{\begin{matrix} p(\xi) \\ \tau(\xi)\end{matrix}\right\}d\xi$$

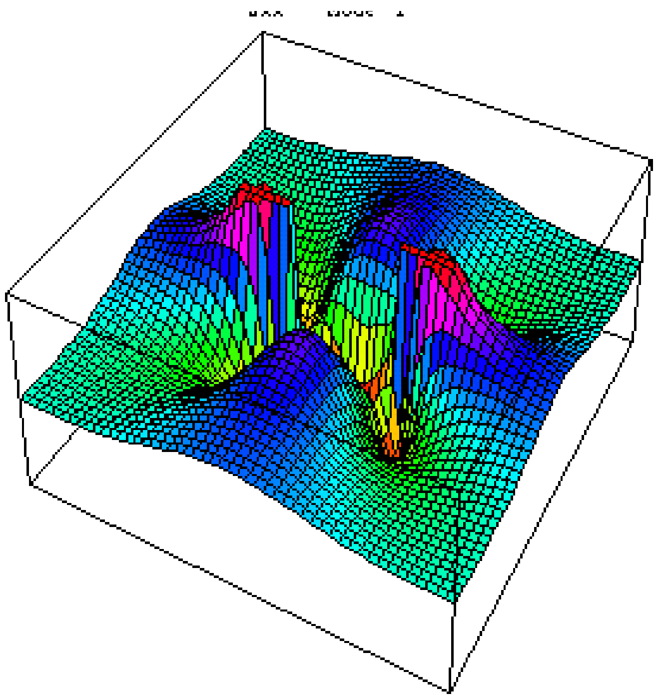
Eléments de la mécanique de rupture

- *Contraintes autour des fissures*

MODE I

σxx stress





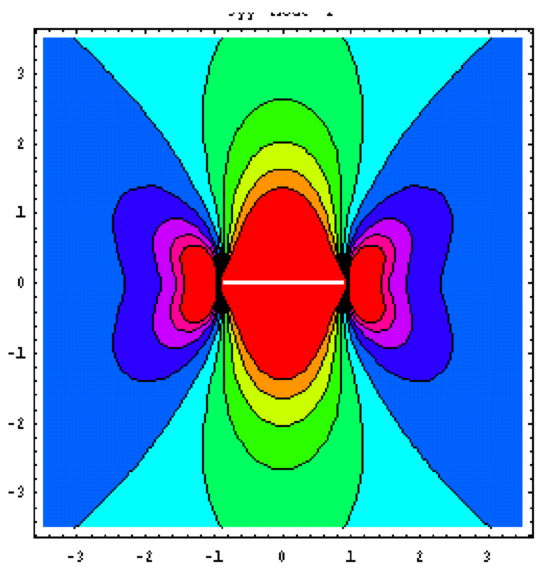
POLYTECH ORLÉANS
École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

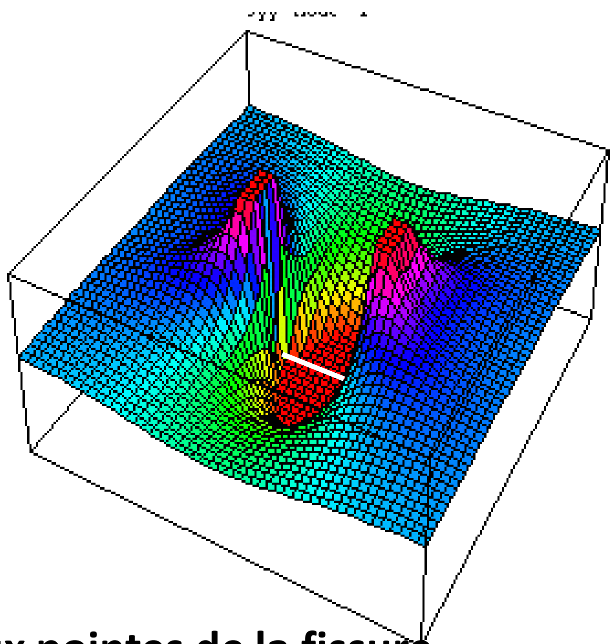
Eléments de la mécanique de rupture

- *Contraintes autour des fissures*

MODE I

σyy stress





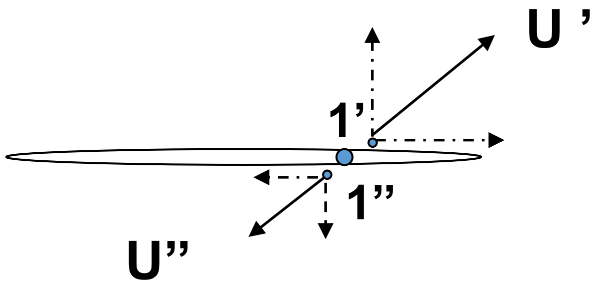
« Paysage » très accidenté, avec des pics de contraintes infinies aux pointes de la fissure

$$\boxed{\sigma_{ij} = \frac{K_i}{\sqrt{2\pi r}} f(\theta)}$$

La contrainte ~ $\frac{K_i}{\sqrt{2\pi r}}$

Eléments de la mécanique de rupture

- ***Discontinuité des déplacements***



$$[u_x] = u_x(r,\pi) - u_x(r,-\pi)$$
$$[u_y] = u_y(r,\pi) - u_y(r,-\pi)$$

$$[u_n(r)] = \frac{8(1-\nu^2)}{E} K_I \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \qquad [u_t(r)] = \frac{8(1-\nu^2)}{E} K_{II} \sqrt{\frac{r}{2\pi}}$$

$$\boxed{\langle [\underline{u}] \rangle = \frac{\pi l}{E'} \underline{t}}$$

Sens physique des facteurs d'intensité des contraintes

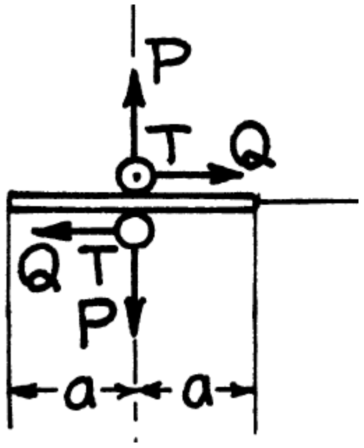
Le facteur d'intensité des fissures (SIF) représente la sévérité de la discontinuité des déplacements à travers une fissure

Eléments de la mécanique de rupture

- ***Facteur d'intensité de contrainte***

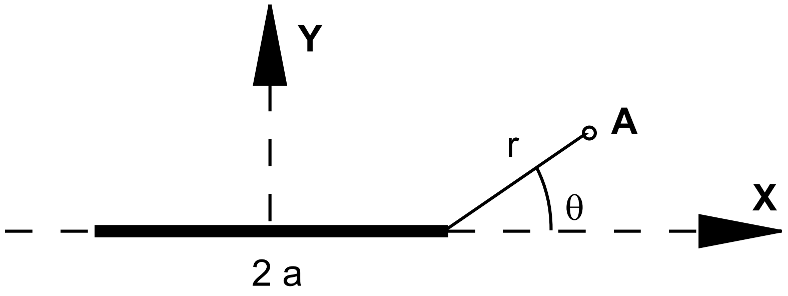
SIF pour quelques cas particuliers :

1) Fissure plan , chargée au centre



$$\begin{Bmatrix} K_I \\ K_{II} \\ K_{III} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{\pi a}} \begin{Bmatrix} P \\ Q \\ T \end{Bmatrix}$$

2) Fissure plan , chargée à l'infini



$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a}$$

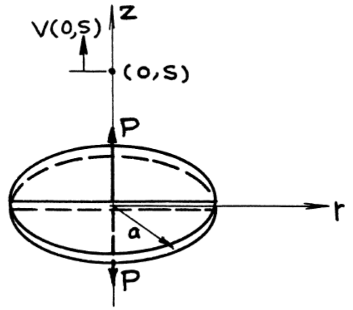
Eléments de la mécanique de rupture

• *Facteur d'intensité de contrainte*

SIF pour quelques cas particuliers :

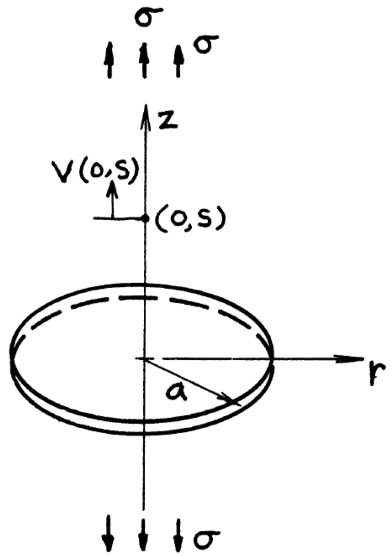
3) Fissure en forme de disk (penny chape) , chargée au centre

$$K_I = \frac{P}{(\pi a)^{3/2}}$$



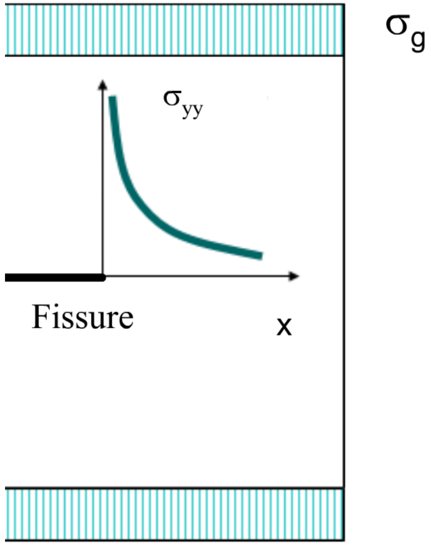
4) Fissure de disk (penny chape) , chargée à l'infini

$$K_I = \frac{2}{\pi} \sigma \sqrt{\pi a}$$



Facteur de correction pour géométrie finie de la structure:

La distribution des contraintes d'ouverture peut être représentée par une distribution en $1/\sqrt{x}$



(Solution de Westergaard)

$$\sigma_{yy} = \frac{\sigma_g . x}{\sqrt{x^2 - a^2}}$$

Afin d'assurer la totalité de la force transmise, la distribution des contraintes pour une structure de dimensions finies est modifiée de la façon suivante:

La singularité de contraintes en $1/\sqrt{r}$ est conservée.

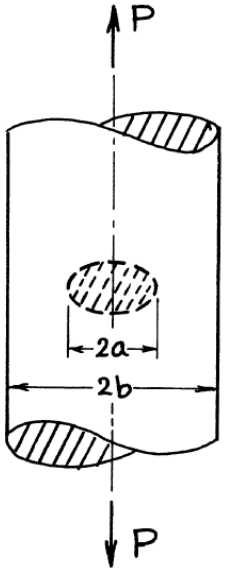
Le facteur d'intensité de contraintes qui fixe l'amplitude de la distribution est amplifié par un facteur de correction $F_\sigma(a/W)$ appelé facteur de correction géométrique.

$$K = \sigma_g \sqrt{\pi a}\, F_\sigma\left(a/W\right)$$

Eléments de la mécanique de rupture

• *Facteur d'intensité de contrainte*

SIF pour quelques cas particuliers :



$$\sigma = \frac{P}{\pi b^2}$$

$$K_I = \frac{2}{\pi}\sigma\sqrt{\pi a} \cdot F\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$F\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{1 - \frac{1}{2}\frac{a}{b} + .148\left(\frac{a}{b}\right)^3}{\sqrt{1 - \frac{a}{b}}}$$

$$\sigma_N = \frac{4Ma}{\pi(b^4 - a^4)}$$

$$K_{I_A} = \sigma_N\sqrt{\pi a}\, F_1(a/b)$$

$$= \sigma_N\sqrt{\pi(b-a)}\, F_2(a/b)$$

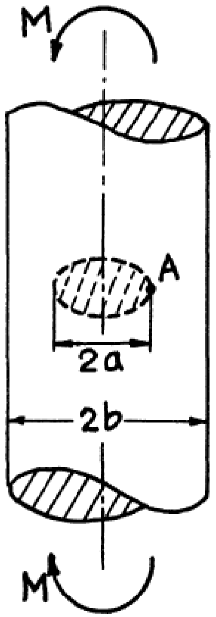
$$= \sigma_N\sqrt{\pi b}\, F_3(a/b)$$

$$G(a/b) = \frac{F_1(a/b)}{\sqrt{1 - a/b}} = \frac{F_2(a/b)}{\sqrt{a/b}} = \frac{F_3(a/b)}{\sqrt{a/b\,(1 - a/b)}}$$

$$G(a/b \to 0) = 4/(3\pi)$$

$$G(a/b \to 1) = 2/\sqrt{\pi^2 - 4}$$

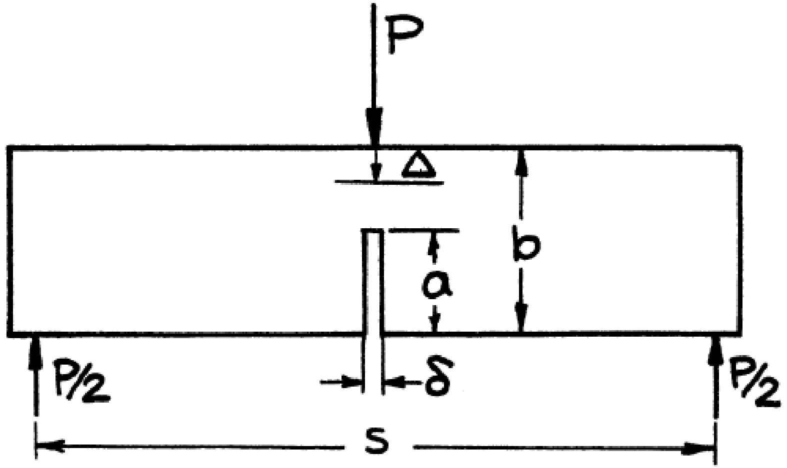
$$G(a/b) = \frac{4}{3\pi}\left\{1 + \frac{1}{2}\frac{a}{b} + \frac{3}{8}\left(\frac{a}{b}\right)^2 + \frac{5}{16}\left(\frac{a}{b}\right)^3 - \frac{93}{128}\left(\frac{a}{b}\right)^4 + 0.483\left(\frac{a}{b}\right)^5\right\}$$



Eléments de la mécanique de rupture

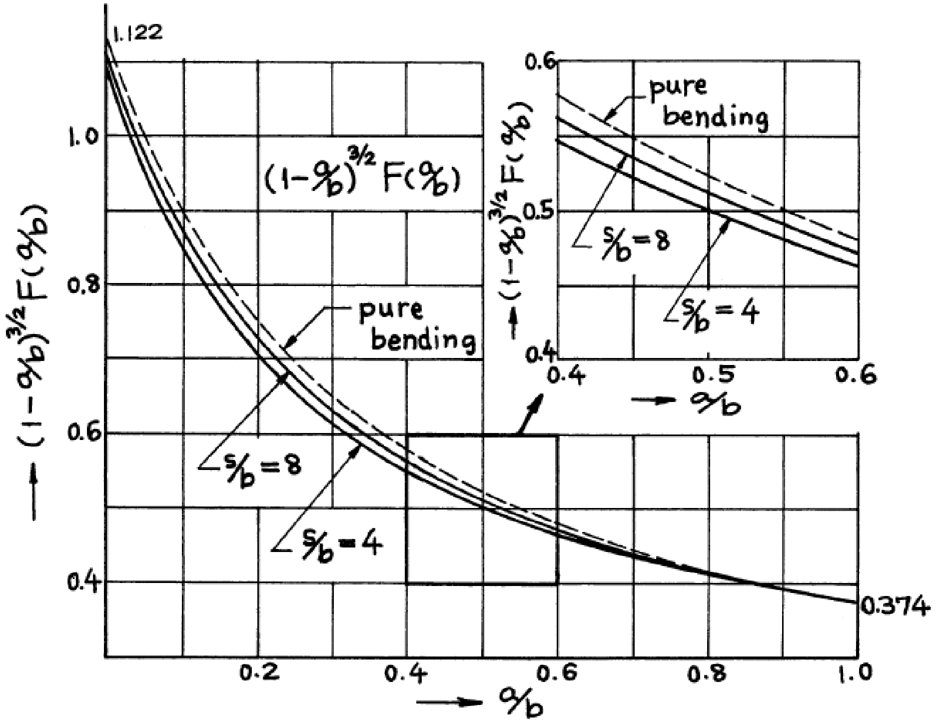
- ***Facteur d'intensité de contrainte***

SIF pour quelques cas particuliers :



$$\sigma = \frac{6M}{b^2} \left(M = \frac{Ps}{4} \right)$$

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} F\left({}^{a}/_{b} \right)$$



For ${}^{s}/_{b} = 8$,

$$F\left({}^{a}/_{b} \right) = 1.106 - 1.552\left({}^{a}/_{b} \right) + 7.71\left({}^{a}/_{b} \right)^2 - 13.53\left({}^{a}/_{b} \right)^3 + 14.23\left({}^{a}/_{b} \right)^4$$

Eléments de la mécanique de rupture

- ***Contraintes et facteur d'intensité de contrainte***

Exercice 2:

a. Calculer le facteur d'intensité de contrainte d'une fissure se trouvant au milieu d'une barre de section circulaire de rayon r encastré d'une coté et étirée dans l'autre coté par une force P. La fissure est supposé circulaire de rayon a

Application : r=2cm, a=0.2mm P=750kN

b) Dans les conditions de l'exercice précédent on suppose que la fissure forme un angle α avec l'axe de la barre.

-Quelles modes de chargements sont susceptibles de se manifester

-Calculez les facteurs d'intensité de contrainte respectives à chaque mode

Eléments de la mécanique de rupture

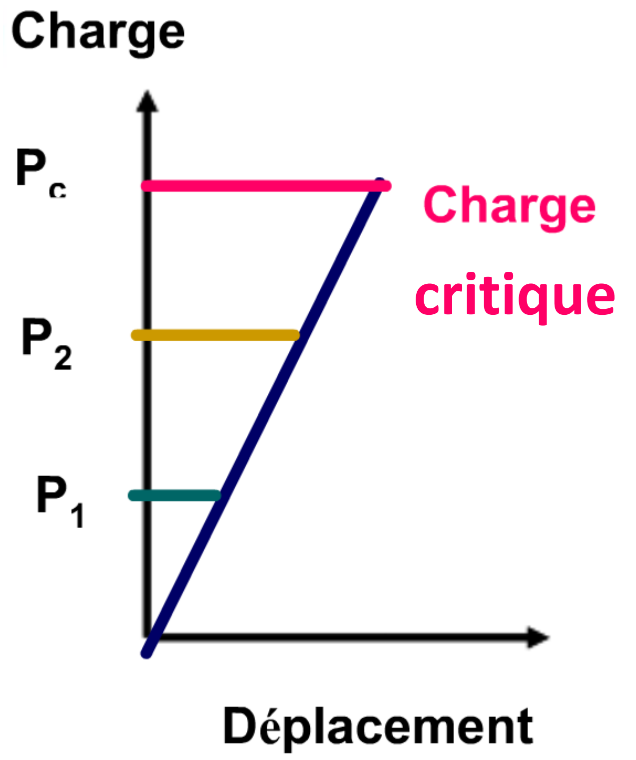
- Introduction
- Défauts dans un matériau : Facteur de concentration de contrainte
- Modes de propagation de fissures
- Contraintes et déplacements autour d'une fissure
- **Critères de propagation de fissures**
- Endommagement
- Fracture fragile et ductile
- Fatigue
- Dimensionnement à la fatigue

Eléments de la mécanique de rupture

• *Critère de propagation*

Approche classique (continue) de dimensionnement

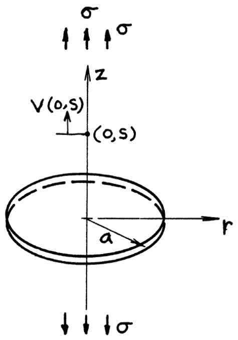
$$\sigma <= \sigma_{lim}$$



Problème dans le cas des fissures : la contrainte à la pointe de la fissure est illimitée !!

Eléments de la mécanique de rupture

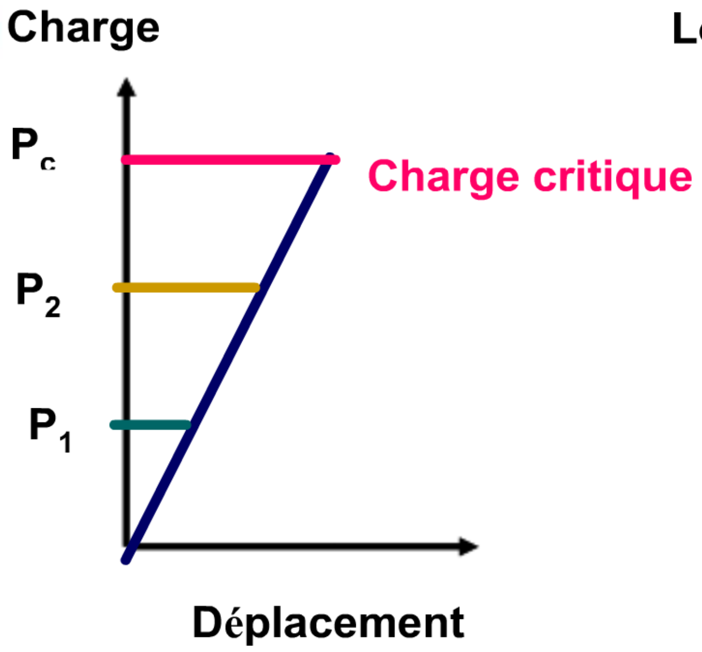
- ***Critère de propagation***



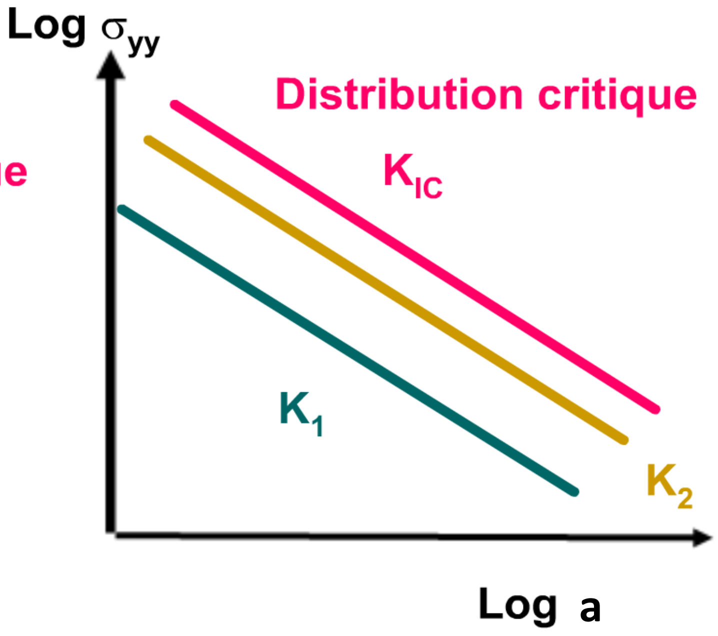
$$K_I = \frac{2}{\pi}\,\sigma\sqrt{\pi\,a}$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\left[1+\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right]$$

Approche continue

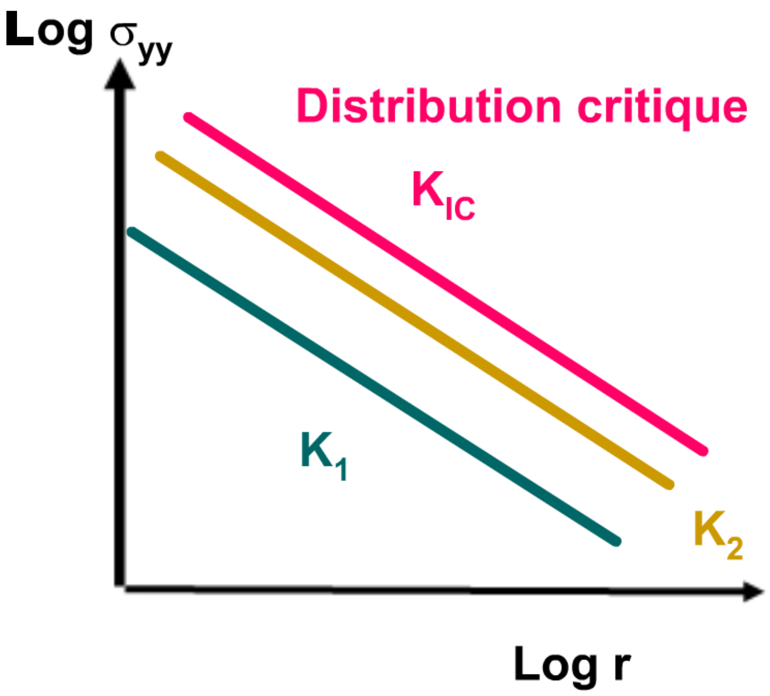


Fissure



Eléments de la mécanique de rupture

• *Critère de propagation*



La rupture se produit lorsque le facteur d'intensité de contraintes K atteint une valeur critique

en déformations planes K_{IC}, **(ténacité)**

en contraintes planes K_c.

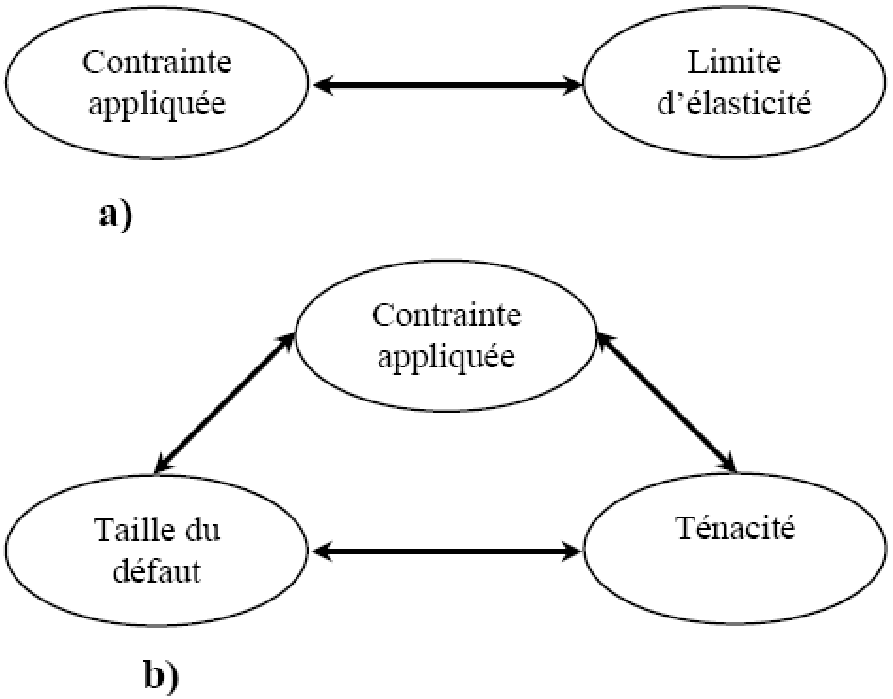
$$K_{Ic} = \sigma_g^c \sqrt{\pi a} . F_\sigma \left(a/_W \right)$$

Eléments de la mécanique de rupture

• *Critère de propagation*

<u>A retenir :</u>

-Nécessité d'une approche différente de l'approche classique dans l'estimation de l'état limite et de l'état de service



$\sigma <= \sigma_{lim}$

$K_I <= K_{IC}$

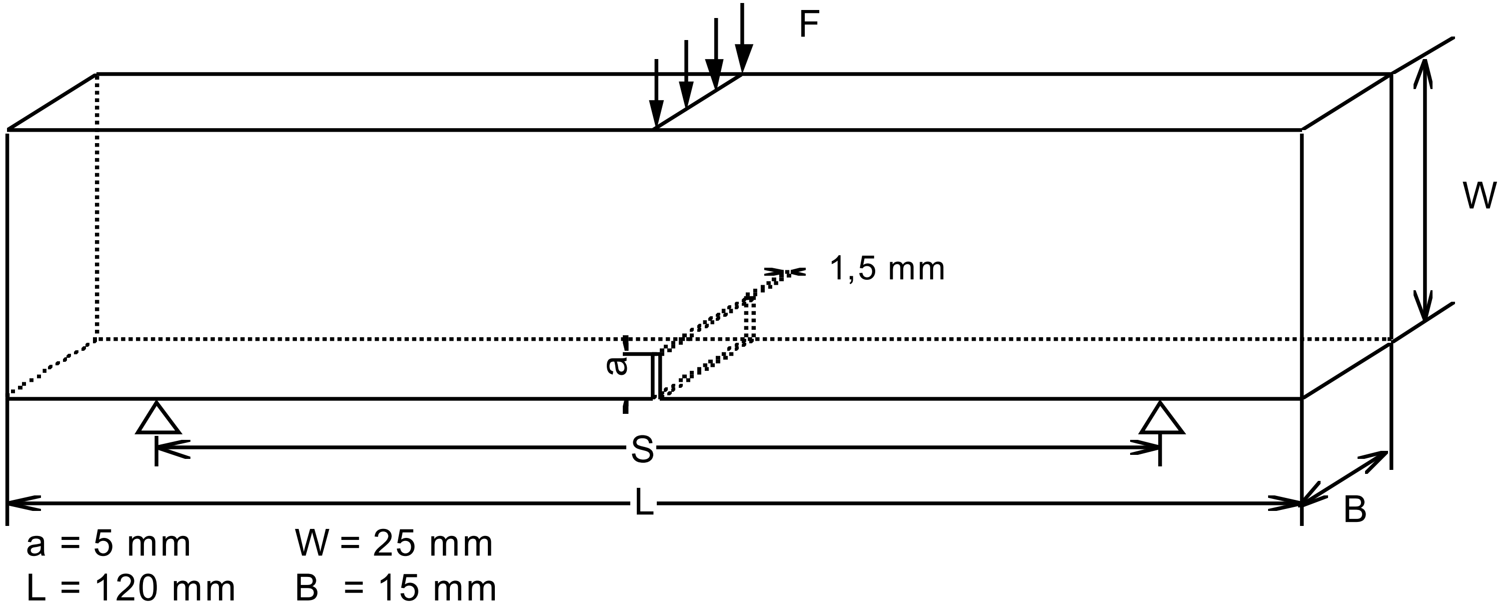
- Facteur d'intensité de contrainte $\mathbf{K_I}$ dépendant de la géométrie de défaut et du chargement

Eléments de la mécanique de rupture

• *Critère de propagation*

Ténacité (K_{IC}) : propriétés intrinsèques d'un matériau, unités (MPa.m ½)

Essai de flexion 3 points



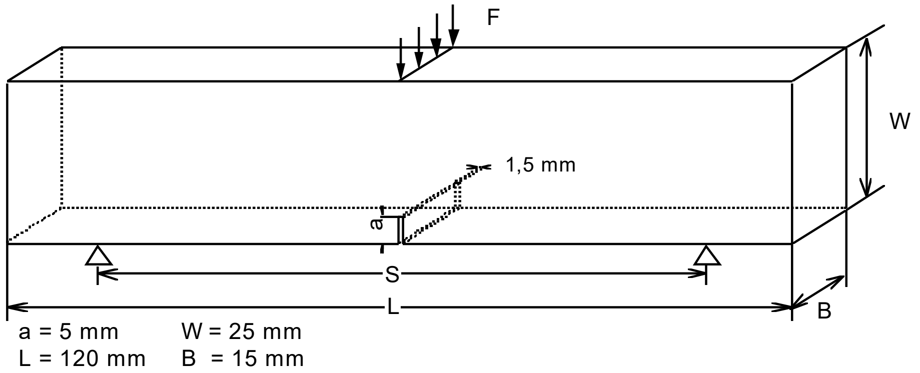
$$K_{IC} = \frac{3F_c S\sqrt{a}}{2W^2 B}\left(1{,}93 - 3{,}07L + 14{,}53L^2 - 25{,}11L^3 + 25{,}80L^4\right)$$

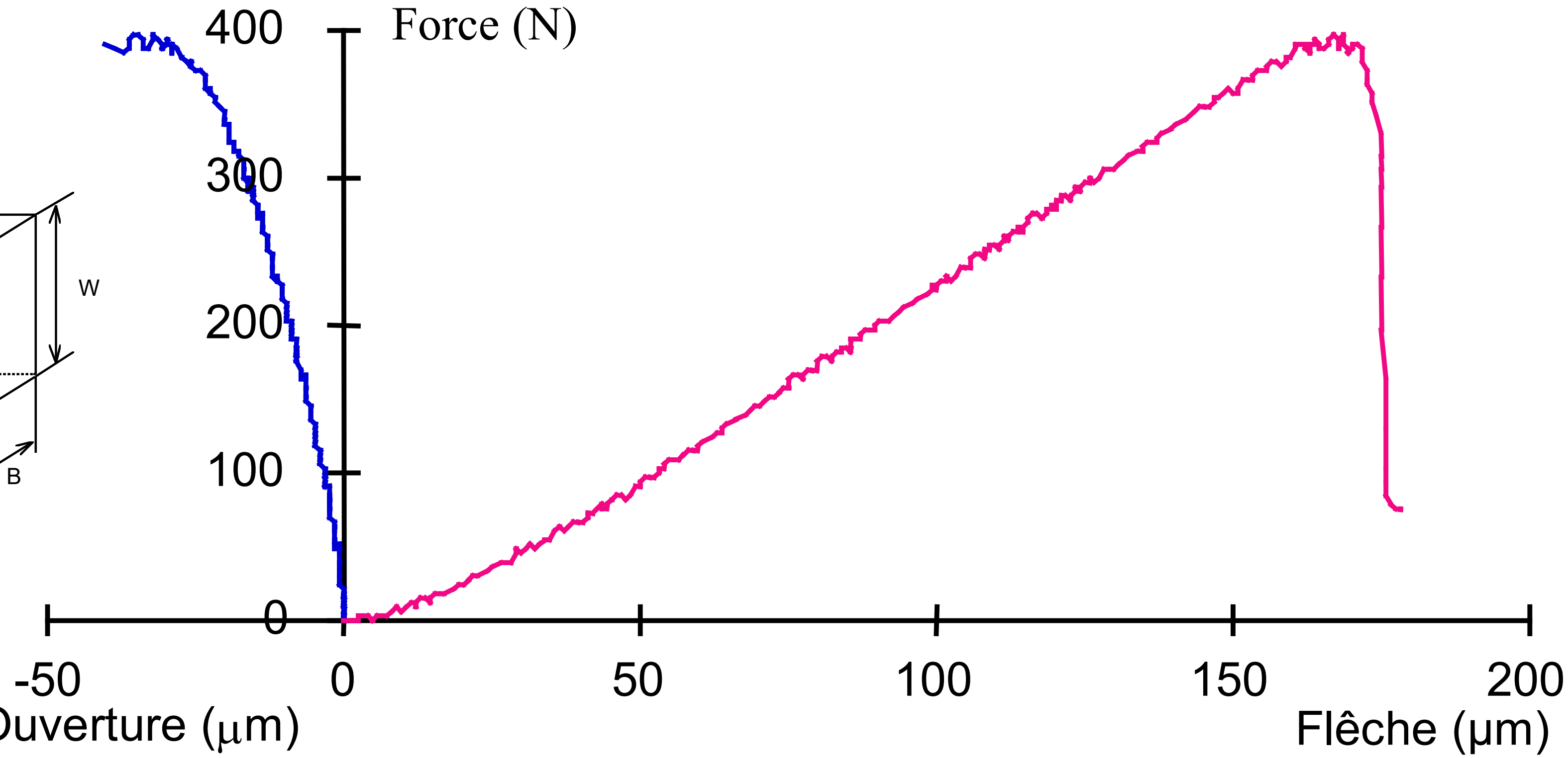
Eléments de la mécanique de rupture

- ***Critère de propagation***

Ténacité (K_{IC}) : propriétés intrinsèques d’un matériau, unités (MPa.m ^{½})

Essai de flexion 3 points



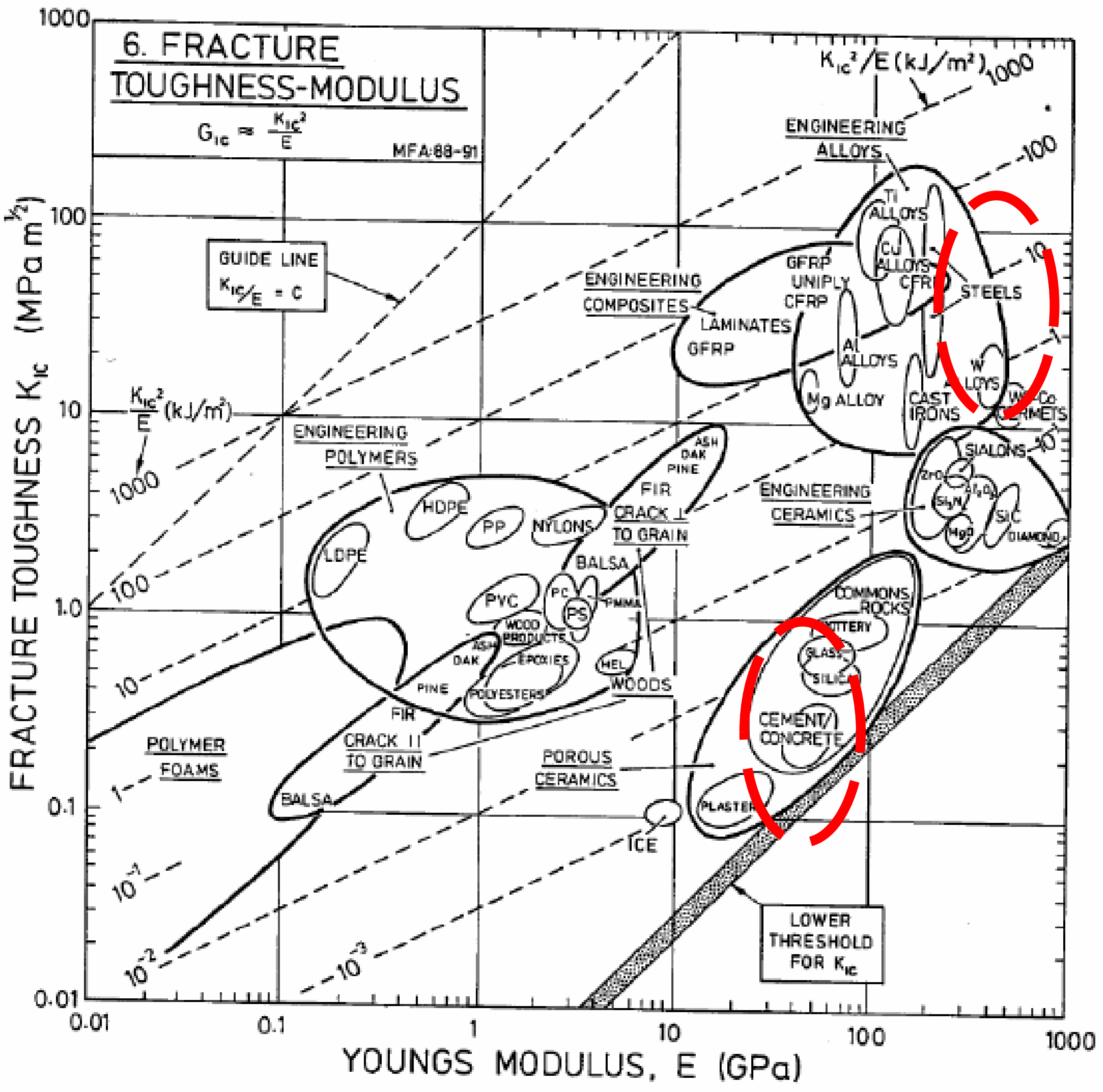


Constructions Durables (COD)
Prof. D. Hoxha

POLYT
ORLÉANS
École d'Ingénieurs de

ıpture
ɔpagation

Quelques valeurs typique de la ténacité de certains matériaux

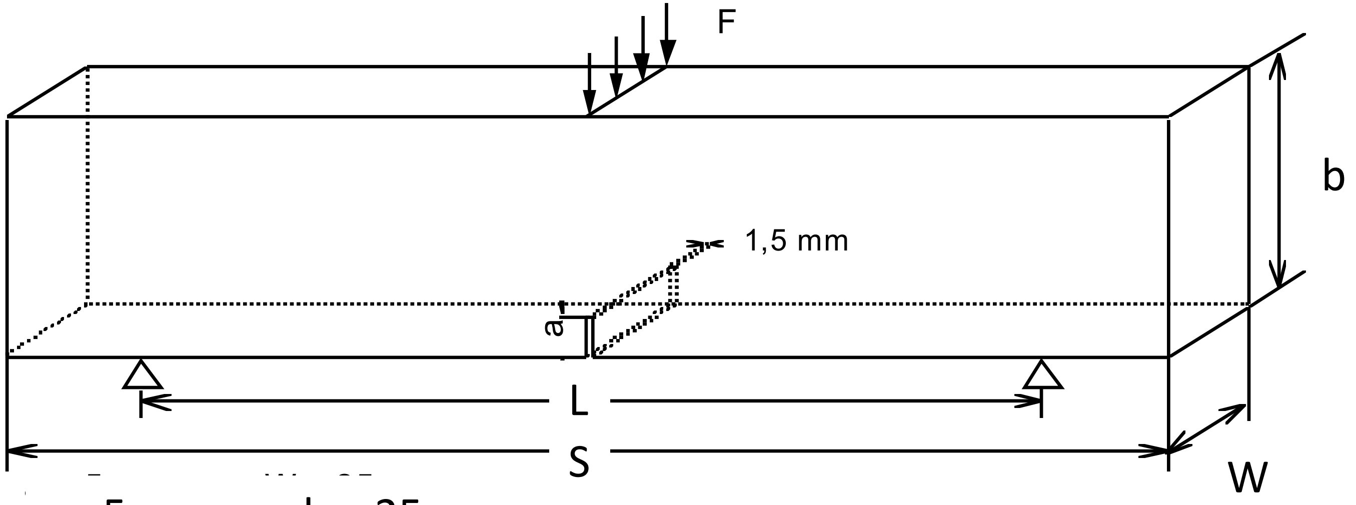


Eléments de la mécanique de rupture

• *Critère de propagation*

Ténacité (K_{IC}) : propriétés intrinsèques d'un matériau, unités (MPa.m ½)

Exercices 3 : En utilisant le graphique force-fleche d'un essai de flexion en 3 points standardisé réalisé sur un béton, identifier sa ténacité K_{IC} , sachant que la force maximale est de 400N.



a= 5mm b = 25 mm
L=120 mm W=15mm

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a}F\left({}^{a}/_{b}\right)$$

Pour L/b=8

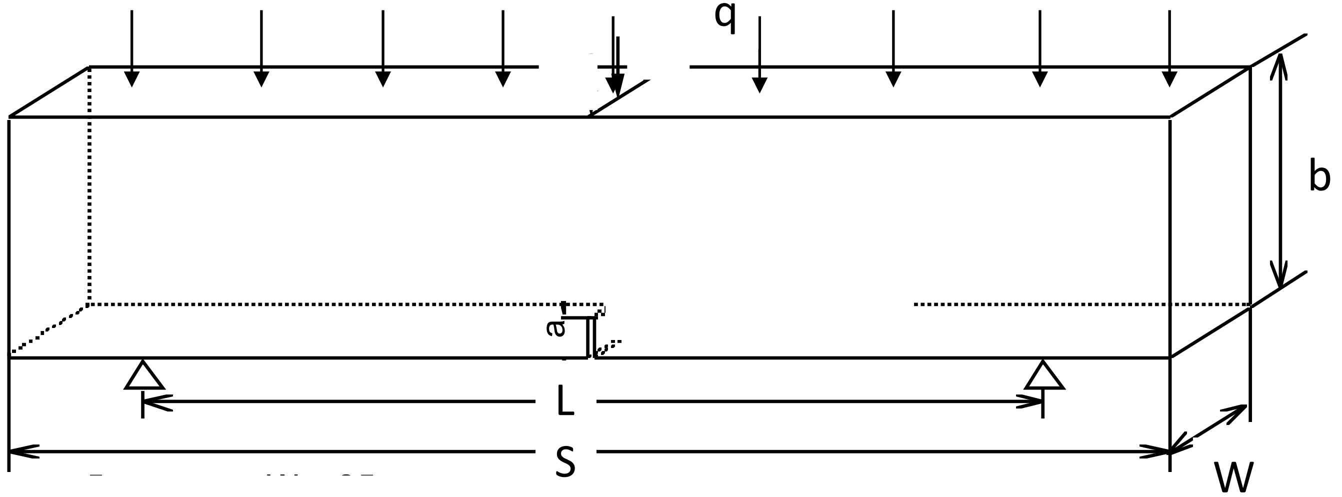
$$F\left({}^{a}/_{b}\right) = 1.106 - 1.552\left({}^{a}/_{b}\right) + 7.71\left({}^{a}/_{b}\right)^2 - 13.53\left({}^{a}/_{b}\right)^3 + 14.23\left({}^{a}/_{b}\right)^4$$

Eléments de la mécanique de rupture

• *Critère de propagation*

Ténacité (***K_{IC}***) : propriétés intrinsèques d'un matériau, unités (MPa.m ½)

Exercices 4 : Evaluer la capacité portante d'une poutre (en termes de la charge uniforme q) de dimensions 40 cmx 40cm et longueur entre les appuies (simples) de 5m. Faite cette même évaluation en considérant l'existence d'une fissure sur toute la largeur de la poutre selon deux approches :



- Approche classique avec réduction de la section
- Approche de MLR

Les propriétés du matériau constituant

K_{IC}= 0.8 MPa.m ½ σ_{lim}=4MPa

a= 1 cm b = 30 cm

L=5 m W=30 cm

Matériaux fissurés

Deux types de problèmes :

Problèmes globaux : propriétés effectives des matériaux fissurés

Problèmes locaux : quand et comment les fissures vont elles se propager ?

Problèmes globaux

Différents schéma de homogénéisation

Schéma autocohérent (self consistent)

Schéma différentiel

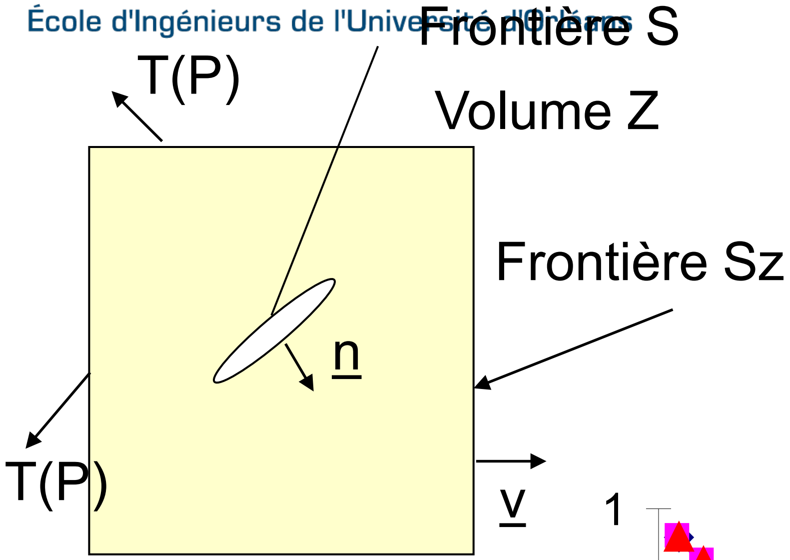
Schéma des fissures non-interactives

Schéma de Mori-Tanaka

Schéma de Ponte-Castaneda-Willis (PCW)

Contraintes et déformations macroscopiques du VER

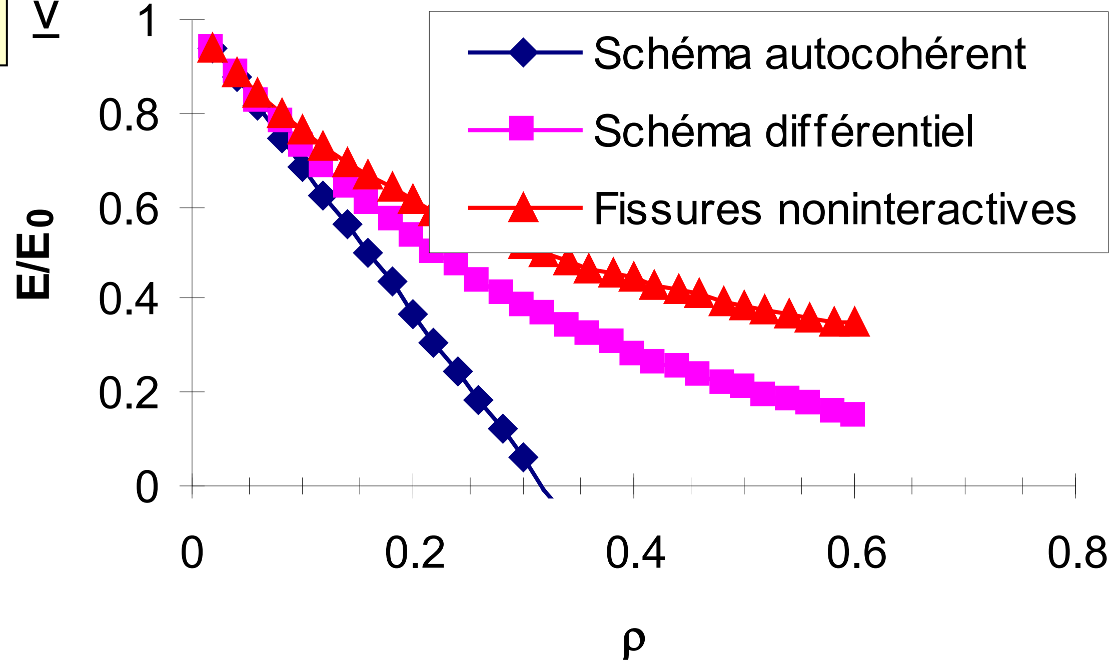
Problème d'Eshelby, 1957



$$\underline{\underline{\Sigma}} = \left\langle \underline{\underline{\sigma}} \right\rangle = \frac{1}{V}\int_V \underline{\underline{\sigma}}(x)dV$$

$$V\underline{\underline{\Sigma}} : \underline{\underline{E}} = \int_S \underline{\underline{\sigma}}(x)\underline{u}(x).\underline{v}dS$$

$$\underline{\underline{E}} = \left\langle \underline{\underline{\varepsilon}} \right\rangle + \left\langle \underline{\underline{\varepsilon}}^{Fiss} \right\rangle$$



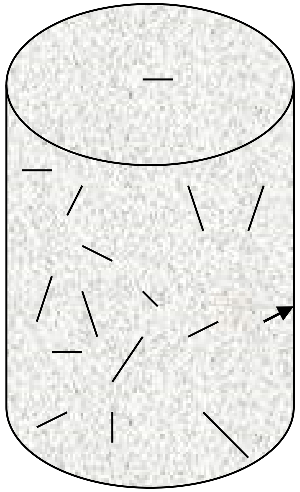
Quelques résultats pour les propriétés effectives via les techniques de changement d'échelle

POLYTECH ORLÉANS
École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

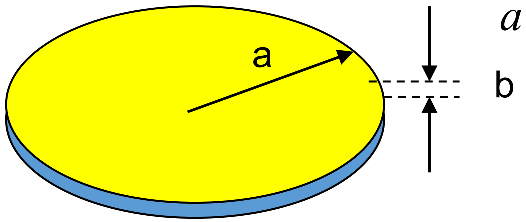
Densité de fissuration

$$d = \sum_{i=1}^{N} a^3$$

$$\varphi = \frac{4}{3}\pi \varepsilon d$$



$$\varepsilon = \frac{b}{a} << 1$$



<u>Schéma dilué (fissures ouvertes)</u>

$$\frac{k(d)}{\tilde{k}_0} = 1 - \frac{16}{9}\frac{\left(1-\tilde{\nu}_0^2\right)}{\left(1-2\tilde{\nu}_0\right)}d, \quad \frac{\mu(d)}{\tilde{\mu}_0} = 1 - \frac{32}{15}\frac{\theta\left(1-\tilde{\nu}_0\right)}{\left(2-\tilde{\nu}_0\right)}d, \quad \theta = \frac{5-\tilde{\nu}_0}{3}$$

<u>Schéma dilué (fissures fermées)</u>

$$\frac{k(d)}{\tilde{k}_0} = 1, \quad \frac{\mu(d)}{\tilde{\mu}_0} = 1 - \frac{32}{15}\frac{\left(1-\tilde{\nu}_0\right)}{\left(2-\tilde{\nu}_0\right)}d$$

POLYTECH ORLÉANS
École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

Ponte-Castaneda-Willis (PCW)

Fissures ouvertes

$$\frac{k(d)}{\tilde{k}_0} = 1 - \frac{16\left(1-\tilde{\nu}_0^2\right)d}{9\left(1-2\tilde{\nu}_0\right) + \frac{16d}{9}\left(1+\tilde{\nu}_0\right)^2},$$

$$\frac{\mu(d)}{\tilde{\mu}_0} = 1 - \frac{480d\left(1-\tilde{\nu}_0\right)\theta}{225\left(2-\tilde{\nu}_0\right) + 64d\left(4-5\tilde{\nu}_0\right)\theta}, \quad \theta = \frac{5-\tilde{\nu}_0}{3}$$

PCW scheme for closed crack:

$$\frac{k(d)}{\tilde{k}_0} = 1, \quad \frac{\mu(d)}{\tilde{\mu}_0} = 1 - \frac{480d\left(1-\tilde{\nu}_0\right)}{225\left(2-\tilde{\nu}_0\right) + 64d\left(4-5\tilde{\nu}_0\right)}$$

– **Schéma Mori-Tanaka :**

pour un système de fissures ouvertes

$$\frac{E^s}{E_1} = 1 + \frac{16}{3}[1 - (\nu^s)^2]d; \qquad \frac{\mu^s}{\mu^{12}} = \frac{\mu^s}{\mu^{13}} = 1 + \frac{16(1-\nu^s)}{3(2-\nu^s)}d$$

et pour un système de fissures fermées :

$$\frac{E^s}{E_1} = 1; \qquad \frac{\mu^s}{\mu^{12}} = \frac{\mu^s}{\mu^{13}} = 1 + \frac{16(1-\nu^s)}{3(2-\nu^s)}d$$

POLYTECH ORLÉANS
École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

Aspects pratiques des problèmes globaux

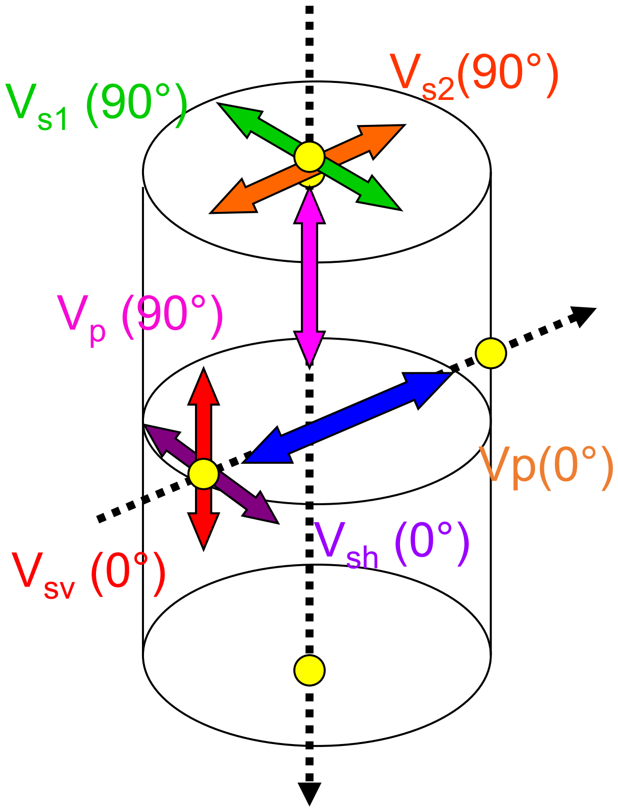
Évaluation par mesure acoustique de l'état de fissuration

$$\begin{pmatrix}\sigma_{11}\\ \sigma_{22}\\ \sigma_{33}\\ \sigma_{23}\\ \sigma_{13}\\ \sigma_{12}\end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0\\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0\\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\varepsilon_{11}\\ \varepsilon_{22}\\ \varepsilon_{33}\\ 2\varepsilon_{23}\\ 2\varepsilon_{13}\\ 2\varepsilon_{12}\end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}\varepsilon_{11}\\ \varepsilon_{22}\\ \varepsilon_{33}\\ \varepsilon_{23}\\ \varepsilon_{13}\\ \varepsilon_{12}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{13}}{E_1} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{23}} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{13}} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1+\nu_{12})}{E_1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sigma_{11}\\ \sigma_{22}\\ \sigma_{33}\\ \sigma_{23}\\ \sigma_{13}\\ \sigma_{12}\end{bmatrix}$$

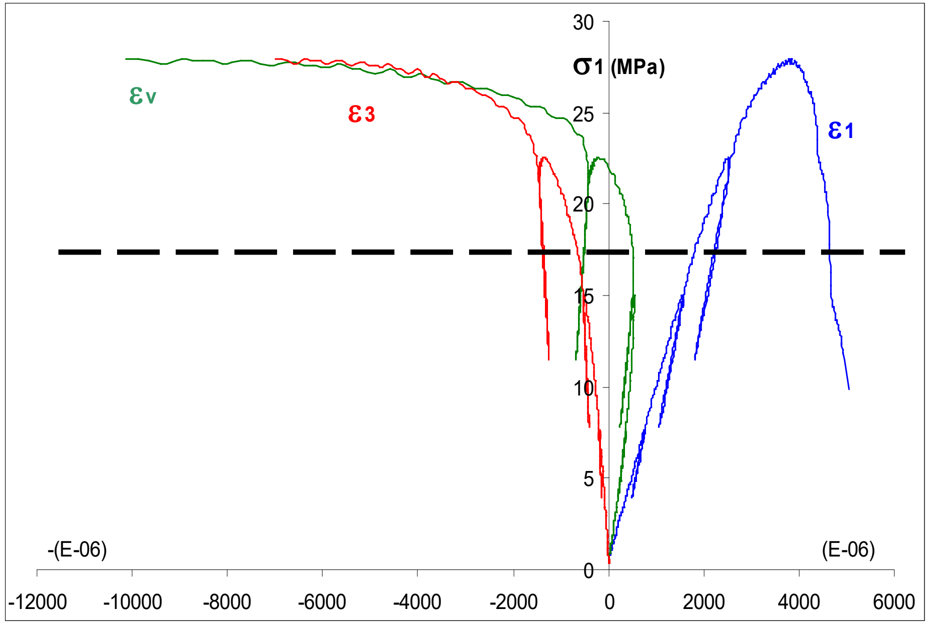
$$C_{33} = \rho V_P^2(90^\circ), \qquad C_{11} = \rho V_P^2(0^\circ),$$

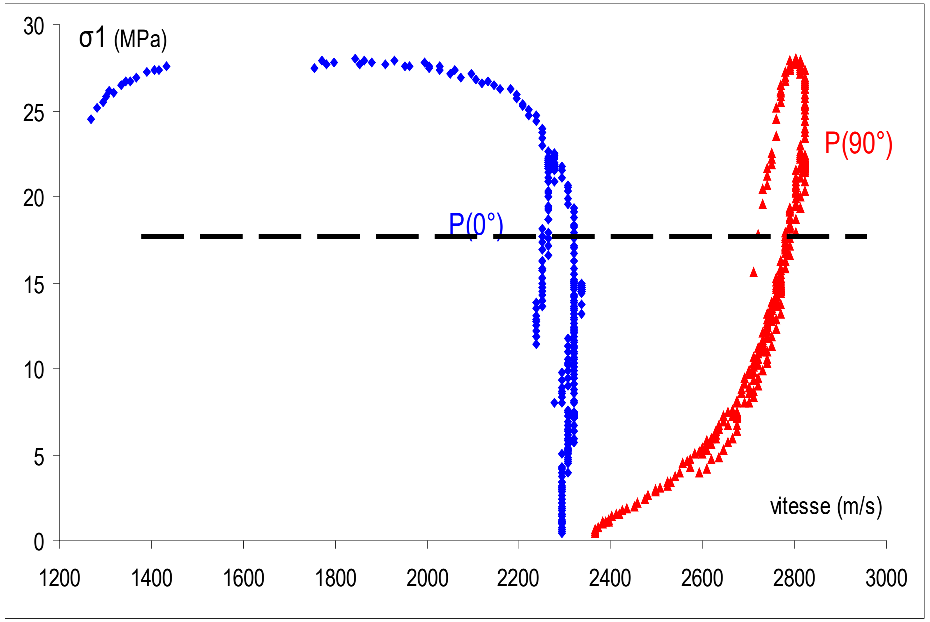
$$C_{66} = \rho V_{SH}^2(0^\circ), \qquad C_{44} = \rho V_{SV}^2(0^\circ),$$

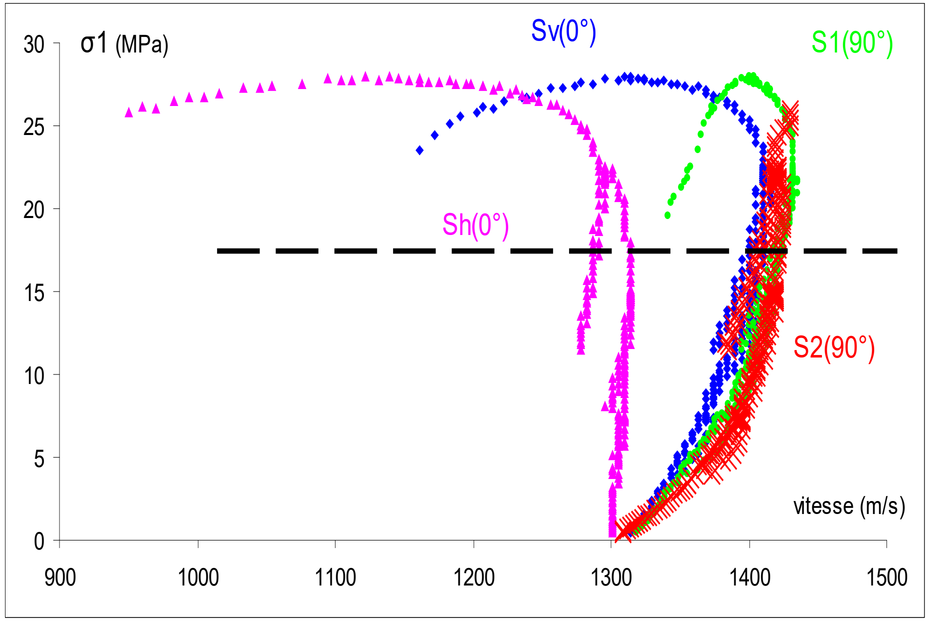


Les ondes ultrasonores

Variation des vitesses des ondes ultrasonores pendant un essai uniaxial (minerai de fer)





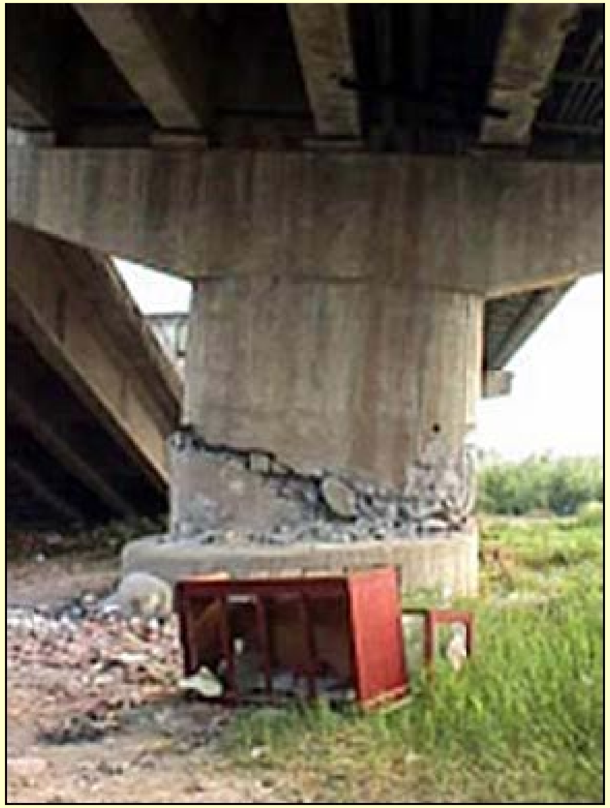


POLYTECH ORLÉANS
École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

Exercice 5

- On étudie l'état de fissuration du mur d'une enceinte nucléaire en effectuant des mesures de vitesses des ondes ultrasonores. La valeur moyenne des vitesses des ondes P dans la direction perpendiculaire avec le mur est de 3400 m/s tandis que la vitesse des ondes S selon cette même direction est de 1800m/s. En connaissant les propriétés initiales du mur en béton (E=35GPa ν=0.25) faites une estimation de l'état de fissuration du mur. Quel est l'état de fissuration (fissures plutôt ouvertes ou fermées ?)

Rupture fragile et ductile



Discordance de la théorie avec les effets observés

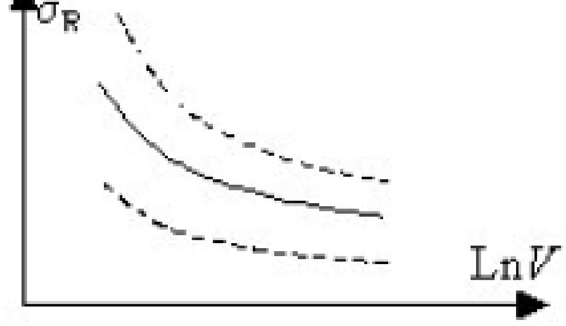
Résistance théorique (ex. verre)

γ= 0.56N.m^{-1} , E = 62000 MPa a= 2 A°

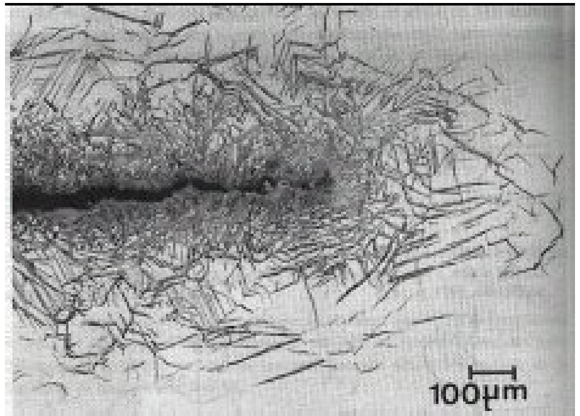
$$\sigma_{th} = \sqrt{\frac{\gamma E}{a}} = 1,3.10^4 \text{ MPa}$$

Matériaux	γ (J.m^{-2})	E (Gpa)	σ_{th} (Gpa)
Fer	2,0	210	46
Cuivre	1,65	120	31
Zinc	0,75	90	18
Aluminium	0,90	73	18
Tungstène	3,0	360	73
Diamant	5,4	1200	180
Chlorure de sodium	0,115	43	6,2
Oxyde d'aluminium	4,6	420	67
Verre ordinaire	0,54	70	14

Effet d'échelle



Effet de «zone »

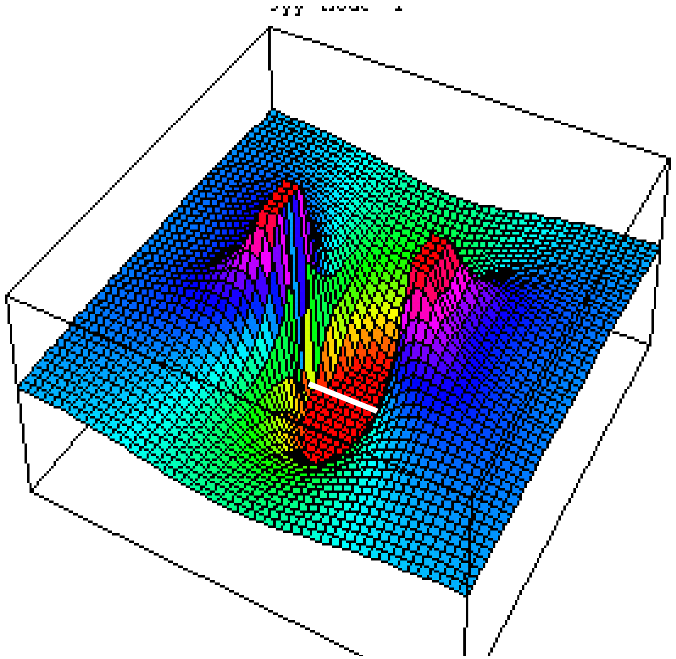


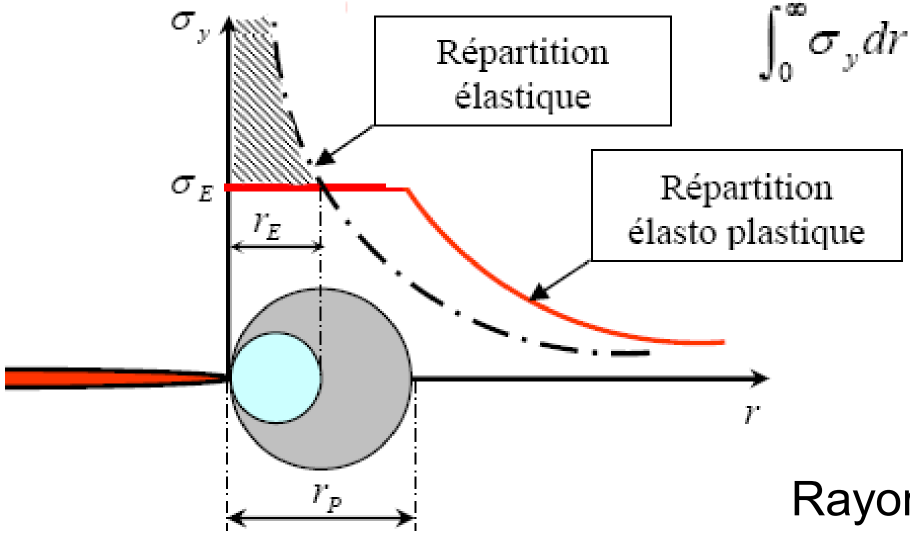
Correction élasto-plastique

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right]$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\left[1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right]$$

$$\sigma_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)$$





$$\int_0^{\infty} \sigma_y dr = \sigma_E . r_P + \int_{r_E}^{\infty} \sigma_y dr \quad \Rightarrow \quad \sigma_E . r_P = \int_0^{r_E} \sigma_y dr$$

$$r_P = \frac{1}{\pi}\left(\frac{K_I}{\sigma_E}\right)^2 = 2 r_E$$

Rayon plastique à la pointe d'une fissure

Rupture fragile et ductile

Rupture fragile = Propagation instable de fissures

Peu de déformations avant la rupture

Appréciée sur certain structures

Rupture ductile = Nucléation de fissures et rupture par leur coalescence

Des déformations irreversibles avant la rupture

- Utile dans les structures urbaines

<u>Théorie du « maillot faible » (Weibull)</u>

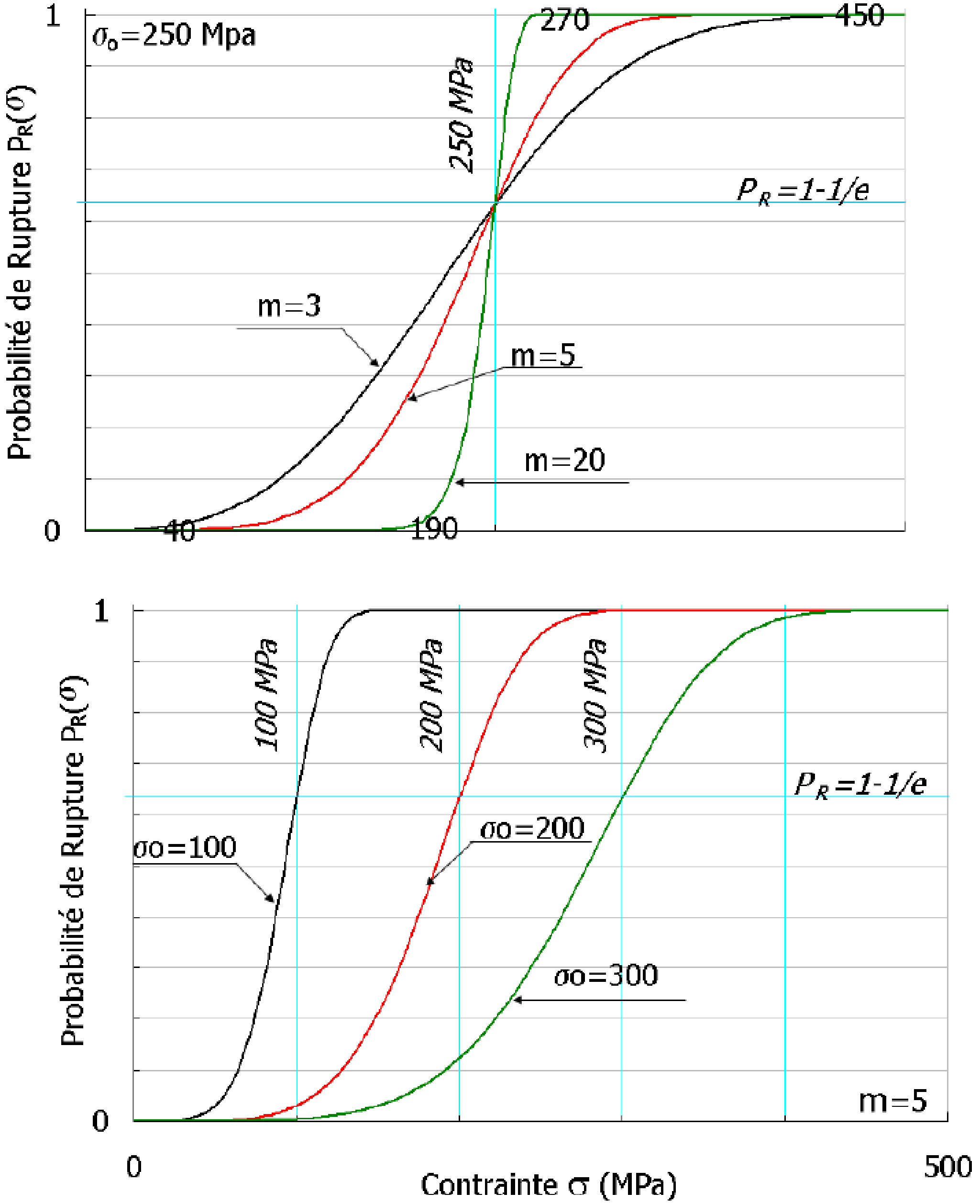
$$P_R(\sigma) = 1 - Exp\left[-\left(\frac{\sigma}{\sigma_o}\right)^m\right]$$

1) Effet d'échelle

$$P_R(\sigma)^V = 1 - Exp\left[-\frac{V}{V_o}\left(\frac{\sigma}{\sigma_o}\right)^m\right]$$

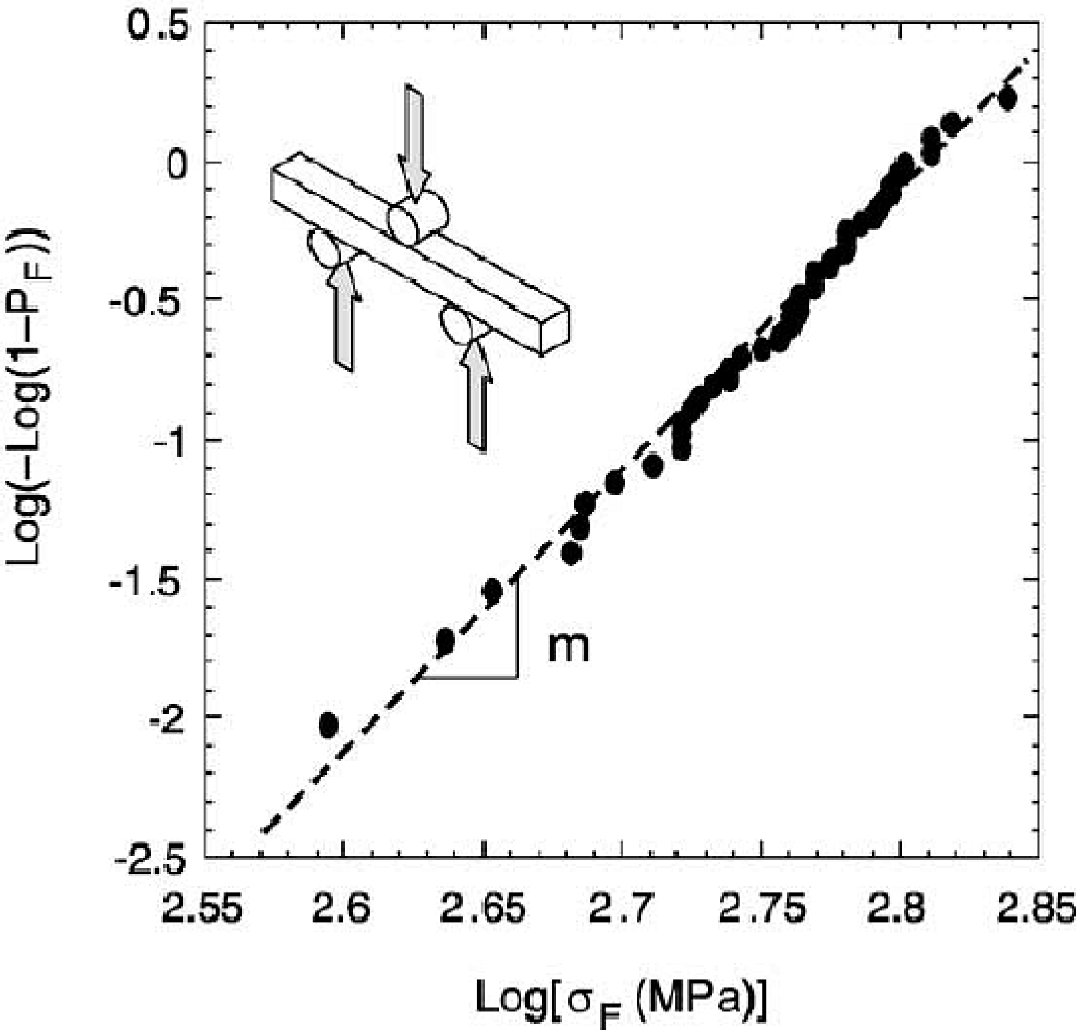
2) Effet du chargement non-uniforme

$$P_R^{\ V} = 1 - Exp\left[-\frac{V_{eff}}{V_o}\left(\frac{\sigma_{max}}{\sigma_o}\right)^m\right]$$

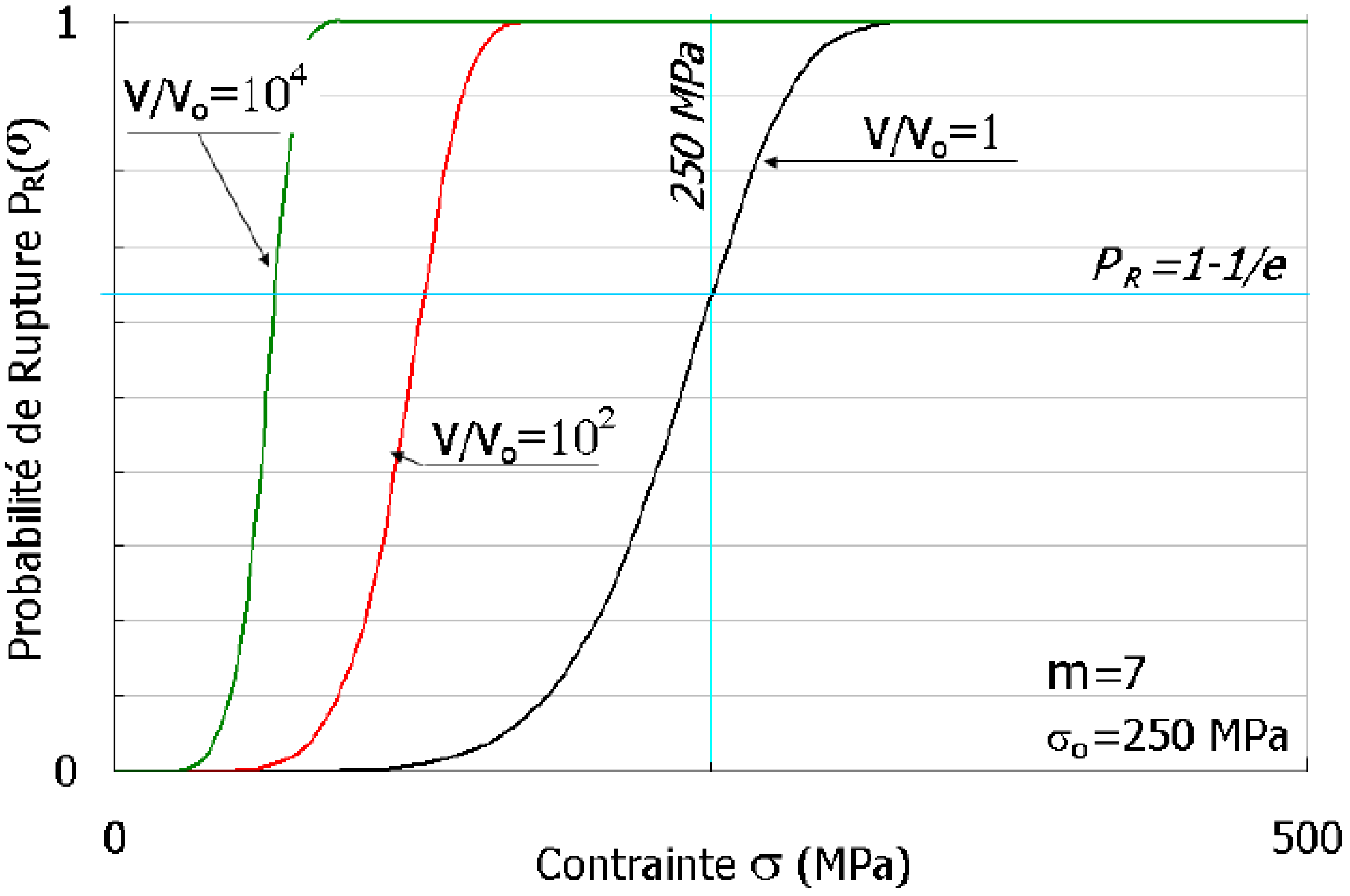


1
0
σ_o=250 Mpa
250 MPa
270
450
P_R=1-1/e
m=3
m=5
m=20
40
190
Probabilité de Rupture $P_R(\sigma)$
1
0
100 MPa
200 MPa
300 MPa
P_R=1-1/e
σo=100
σo=200
σo=300
m=5
0
500
Contrainte σ (MPa)
Probabilité de Rupture $P_R(\sigma)$

Identification des paramètres



Effet d'échelle

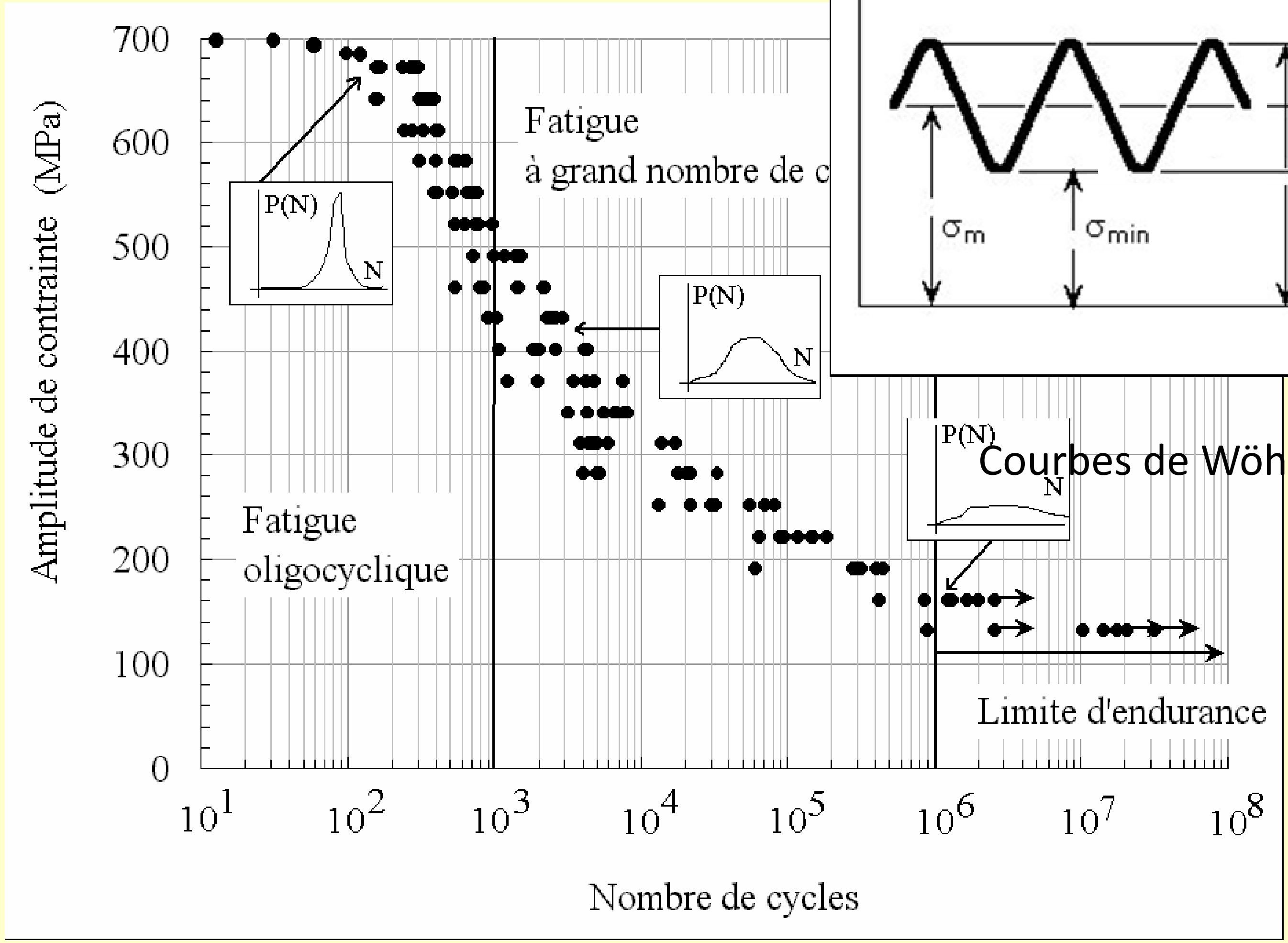


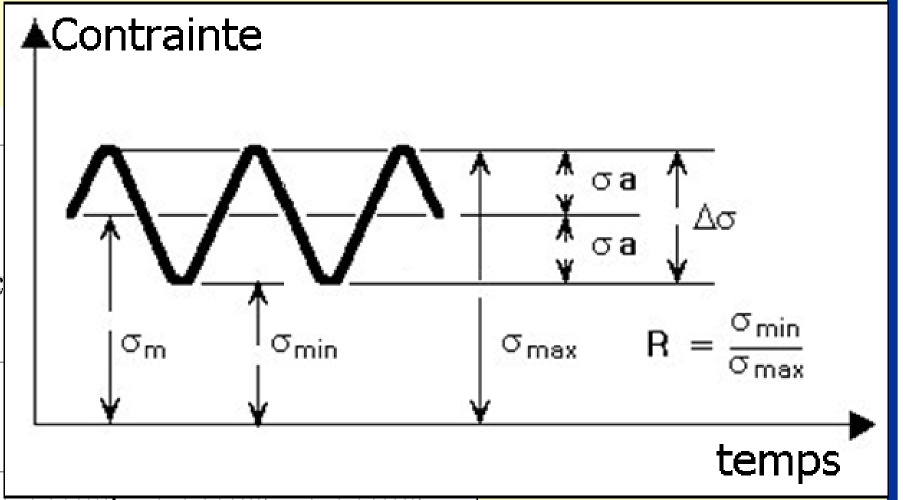
École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

Eléments de la mécanique de rupture

Théorie de FATIGUE

Rupture différée sous chargement cyclique

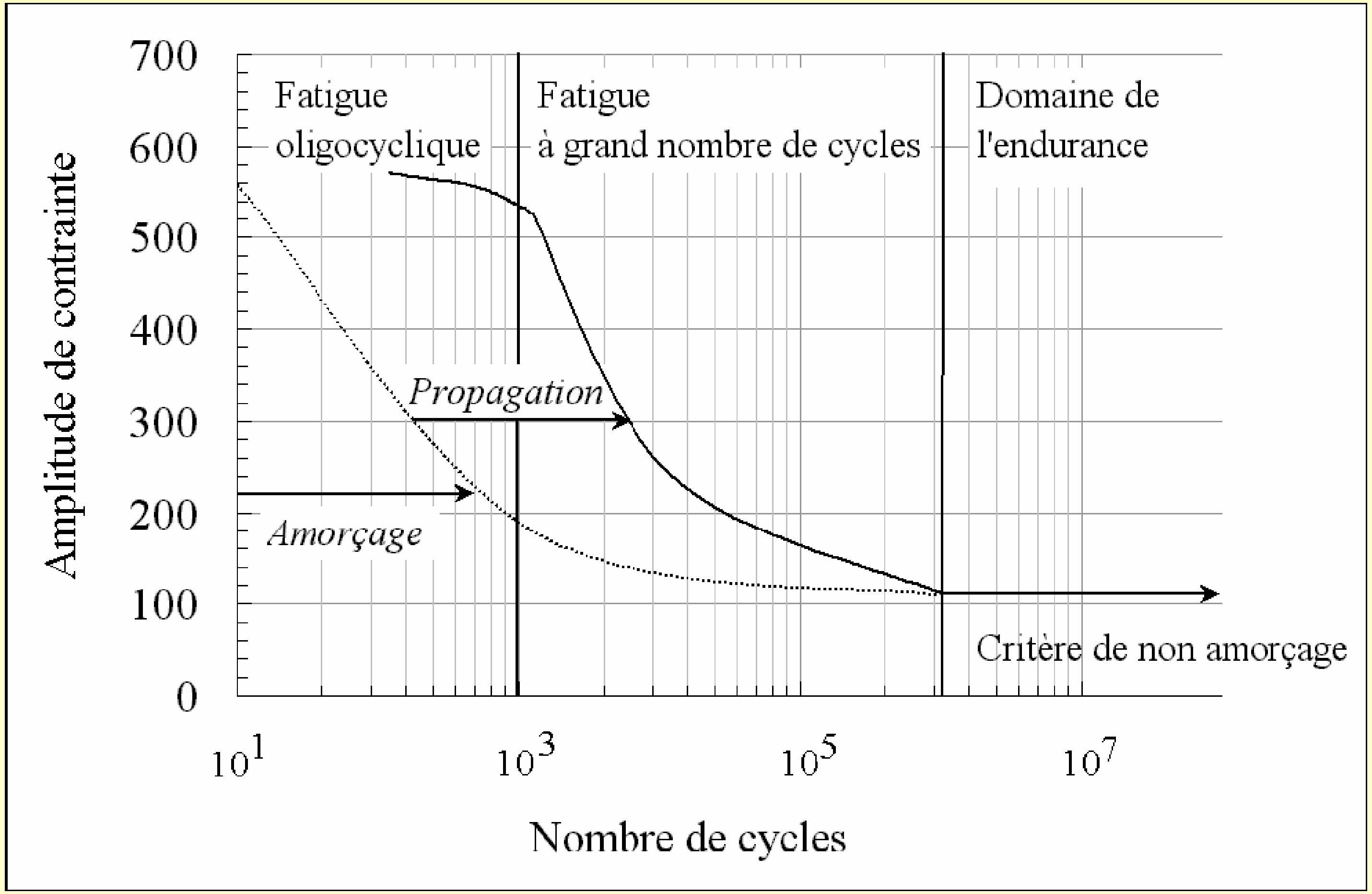




Courbes de Wöhler, courbes S-N

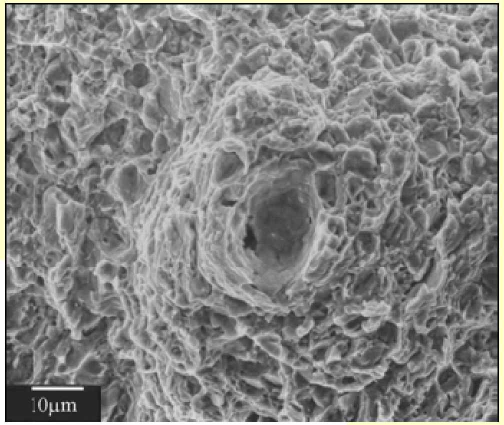
Théorie de FATIGUE

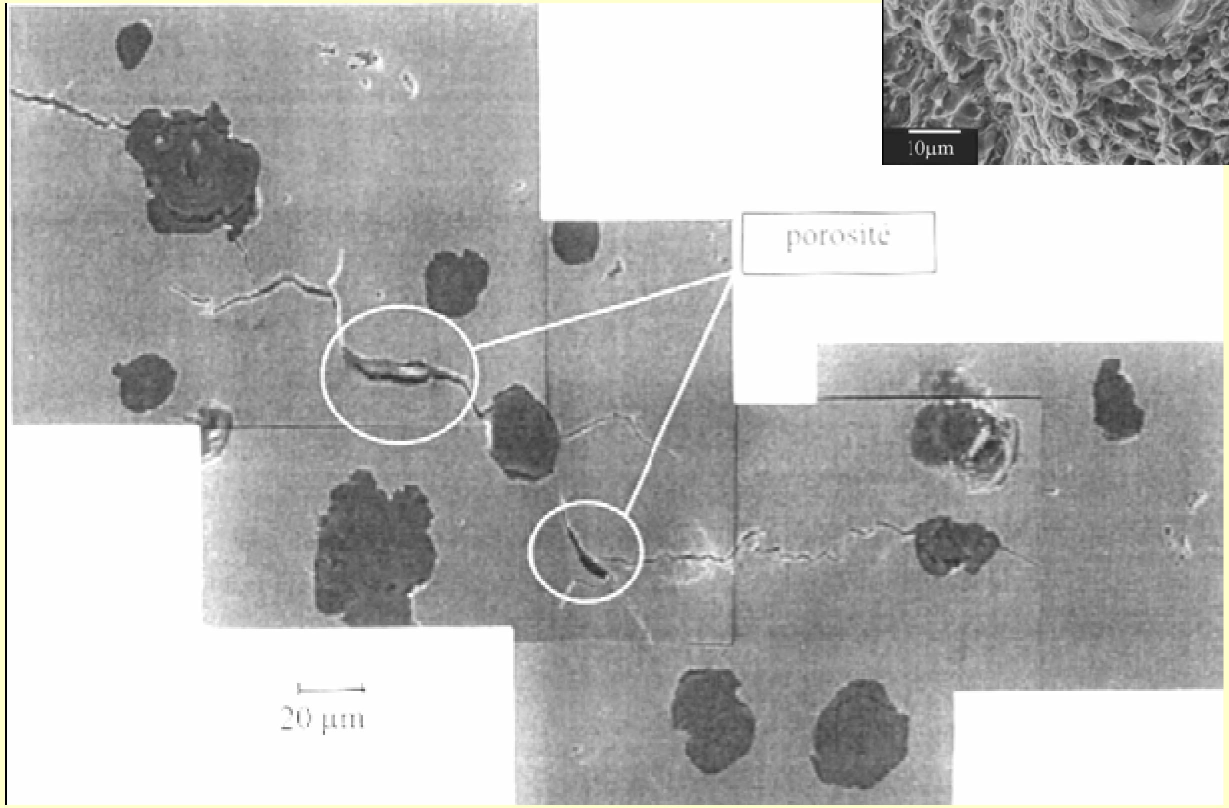
Rupture différée sous chargement cyclique



Théorie de FATIGUE

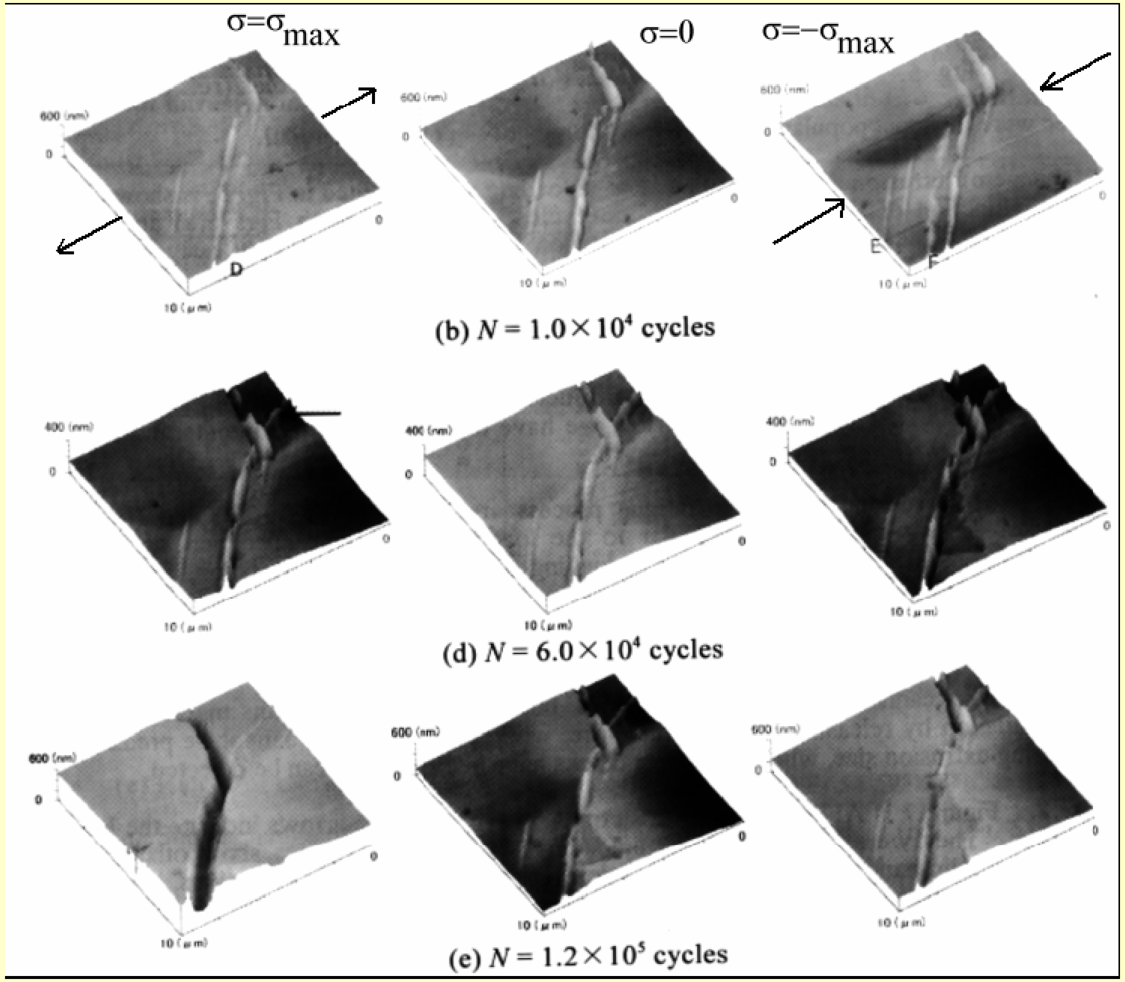
Observations : Amorçage des défauts



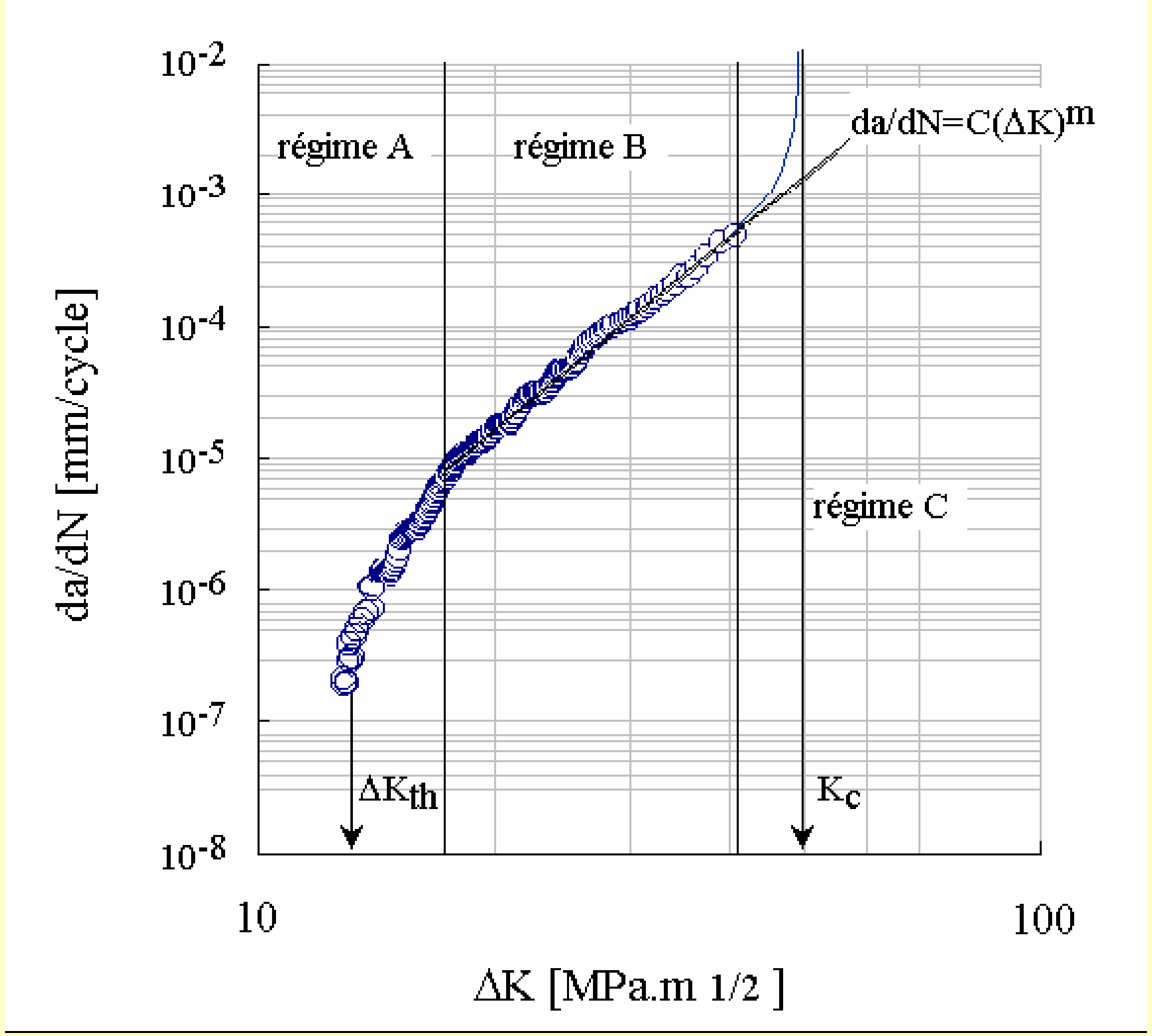


Théorie de FATIGUE

Propagation :



Fatigue : Critère de Paris



Fatigue : Critère de Paris

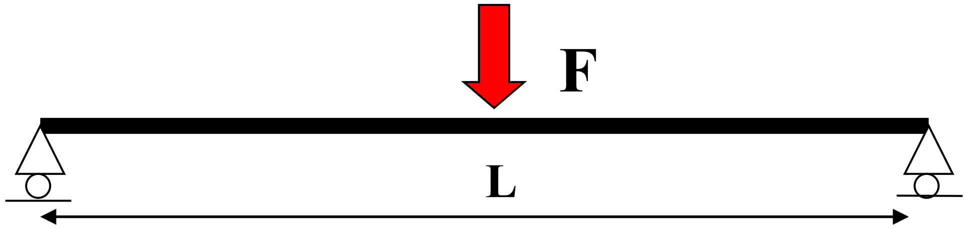
Utilisation :

$$K = K_c \Rightarrow S_y\sqrt{\pi a_c}$$

$$\underbrace{K_c \Rightarrow a_c = \frac{1}{\pi}\left(\frac{K_c}{S_y}\right)^2}_{\text{Calcul de la dimension du défaut critique}}$$

$$\underbrace{\frac{da}{dN} = C.\Delta K^m}_{\text{Loi de Paris}} \Rightarrow \underbrace{N = \int_{a=a_o}^{a=a_c} \frac{da}{C.\left(\Delta S_y\sqrt{\pi a}\right)^m}}_{\substack{\text{Calcul de la durée de vie par intégration} \\ \text{de la loi de Paris entre } a_o \text{ et } a_c}}$$

POLYTECH ORLÉANS
École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans



Exercice:

Une poutre est chargée comme dans la figure. L'inspection à l'œil et par un contrôle non destructif par ultrasons ont donnés des résultats négatifs : aucune fissuration n'a pu être détectées.

a) Sachant que la taille minimale d'une fissure qui peut être détectée par cette technique est de 2 mm calculer la charge critique de la poutre par rapport à une propagation instable d'une fissure cachée.

Données b=20cm, h=50cm, E=120 000 MPa, K_{IC}=96MPa.m1/2

L=24 m

b) On considère que la poutre de l'exercice précédent fait partie d'un pont et on considère dans un premier temps uniquement le poids des camions (en négligeant le point des tabliers). En plus, on assimile la charge d'un camion par une force ponctuelle cyclique (calcul simplifié). On demande de déterminer le poids maximal autorisé des camions qui peuvent traverser le pont, sachant que le nombre attendu des camions est de 850/jours et que le pont sera en exploitation pendant 75 ans. On précise que les paramètres de la loi de Paris sont respectivement C=2.4*10-10 m/cycles et m=2.5.

c) Inversement , si le poids des camions est donnée quel est la taille des fissures que la structure peut tolérer sans risque de rupture soudaine

POLYTECH ORLÉANS
École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

Corrigé :

Influence of environment on fatigue crack growth rate and threshold

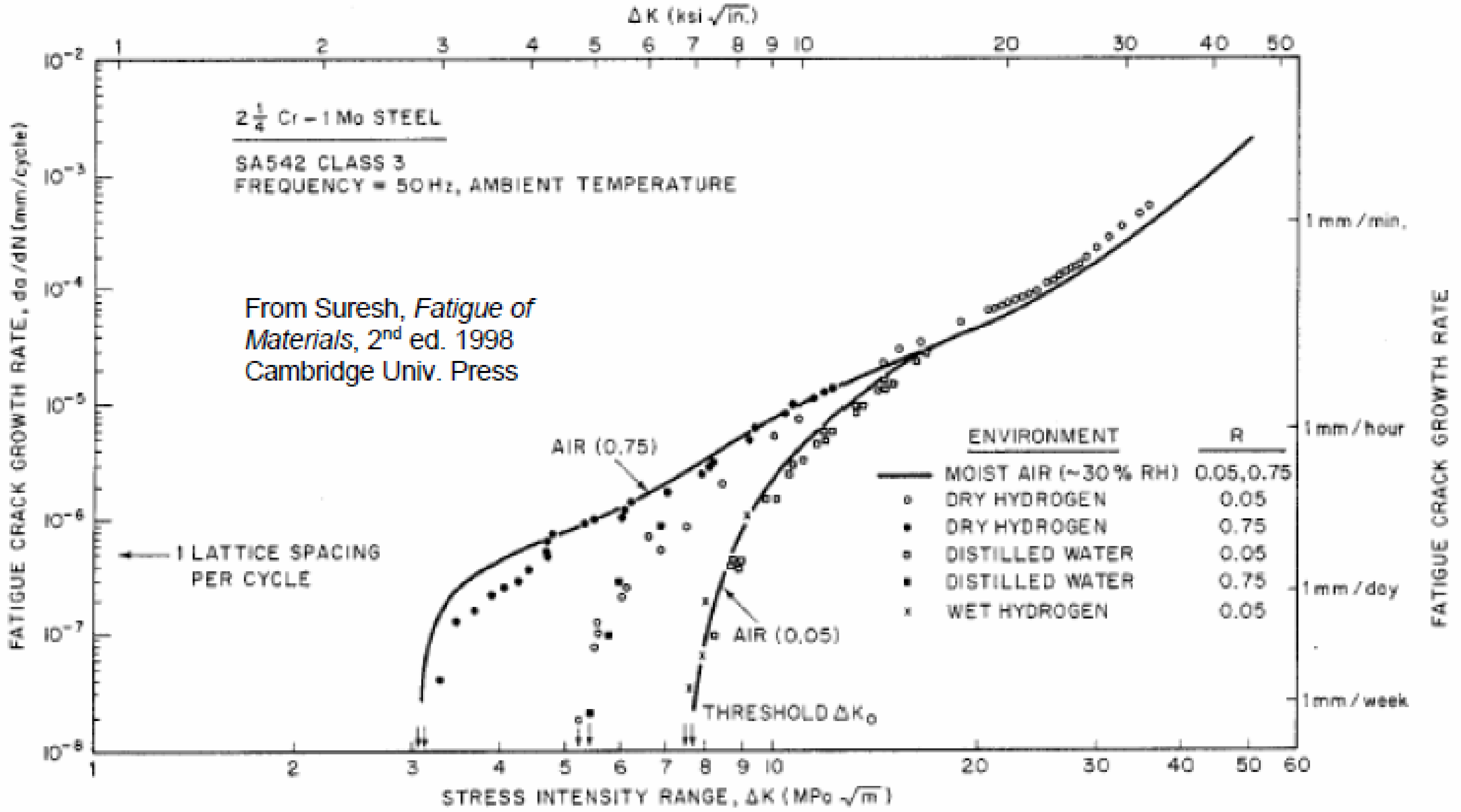
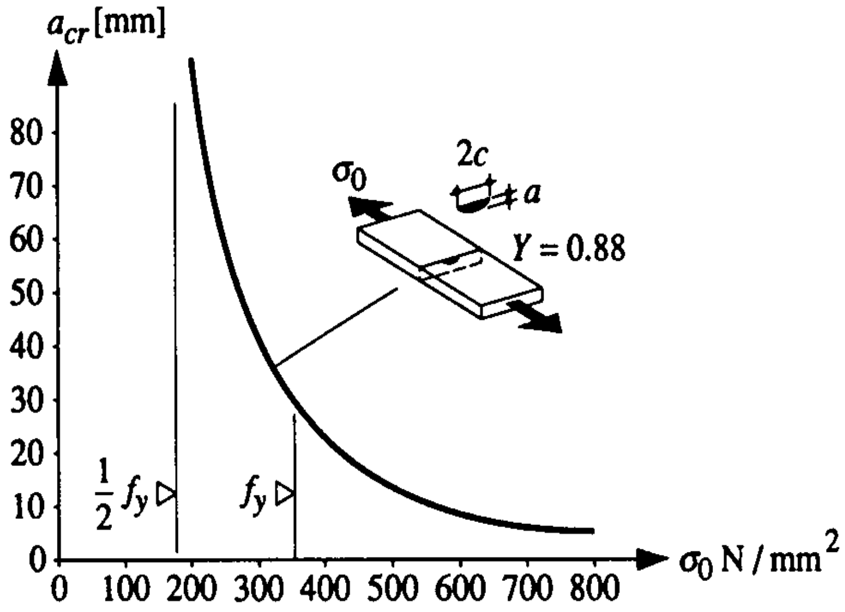
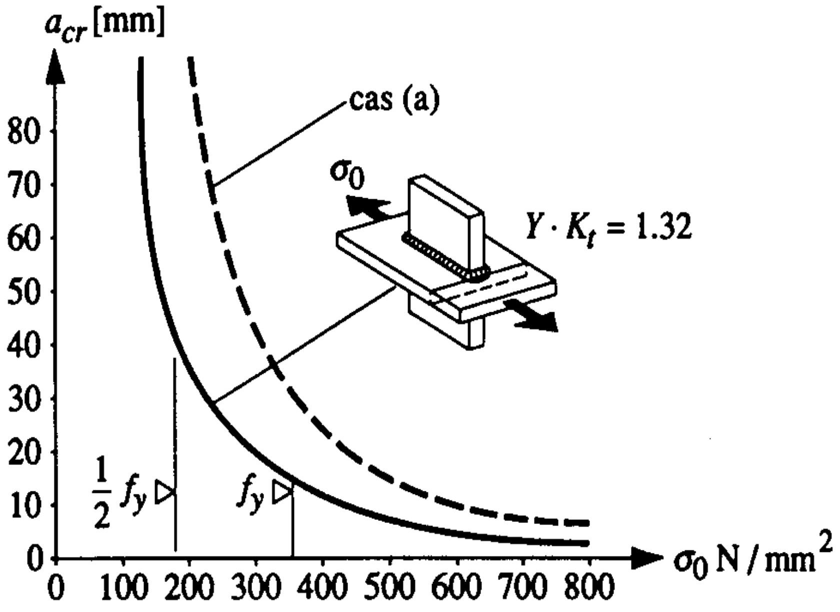


Figure 13.3 Influence of environment on near-threshold fatigue-crack growth in SA542-3 tested at $R = 0.05$ and 0.75. Room temperature moist-air data are compared with data for wet and dry gaseous hydrogen and distilled water environments.



(a) Plaque fissurée.



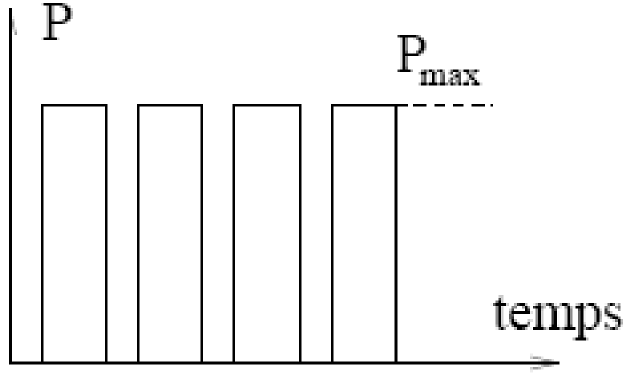
(b) Influence de la concentration de contrainte.

si σ0 = fy/2 ➔ acr > 80 mm
➔plastification de la section nette avant rupture fragile.

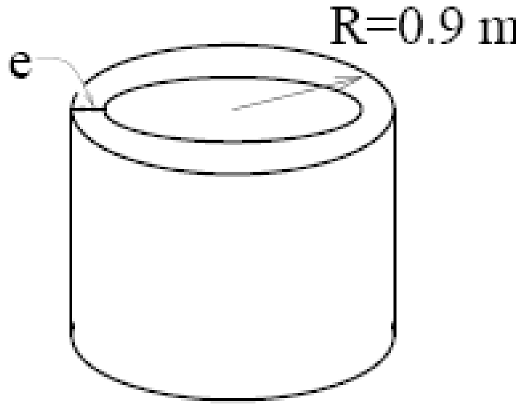
pièce soudée
➔contraintes résiduelles
➔ s0=fy ➔ acr= 15 mm

POLYTECH ORLÉANS
École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

Exercice:



Au sein d'un central électrique une vingtaine de cylindres sont soumis à des cycles de pression interne. La pression maximum en service *P*max est de 50 bars. Notons que le contrôle de fissuration à résolution de 2.5mm ne relève aucun défaut. On cherche à dimensionner les cylindres, c'est-à-dire à déterminer l'épaisseur optimale du tube qui n'entraîne aucun risque de rupture possible pour une pression test de deux fois la pression de service. Pour cela on analysera les différents risques de rupture suivants :
1. rupture par charge limite 2. rupture par fissuration critique 3. propagation de fissure par fatigue.



Données matériau

σ_y=1000MPa , K_{IC} =170 MPa.m$^{1/2}$

Loi de Paris : C= 2.6 10^{-13}; *m* = 4.

Sollicitations de fatigue.

- Structures soumises à des charges de fatigue :
  - Ponts-routes et ponts-rails:
    - Le comportement dynamique dépend de nombreux facteurs: fréquences propres, amortissement, caractéristiques du trafic (géométrie, répartition des charges, amortissement des véhicules, vitesse de passage).
    - On utilise un coefficient dynamique pour le calcul en fatigue et les normes définissent les modèles de charges représentant les charges d'exploitation. Le nombre de cycles à prendre en considération dépend de l'importance du trafic.
  - Ponts roulants et voies de roulement :
    - Actions de fatigue: levage des charges, accélération, freinage, mise en biais,…
    - Le nombre de cycles de levage à prendre en compte dépend de la fréquence d'utilisation➔Voir NBN E52-002 ou EC1- 5.

Sollicitations de fatigue.

– Plates-formes pétrolières :
  - Actions de fatigue : mouvements dus aux vagues;
  - N.B.: la résistance à la fatigue diminue avec la présence de l'eau salée.
– Tours, haubans, mâts et cheminées :

  ➔ ***Vent ➔ mouvements (phénomène de Von Karman)***

  ➔ $\Delta\sigma$ ➔ fatigue.

➔Les sollicitations réelles ne sont pas des <u>variations sinusoïdales des contraintes.</u>

Sollicitations de fatigue.

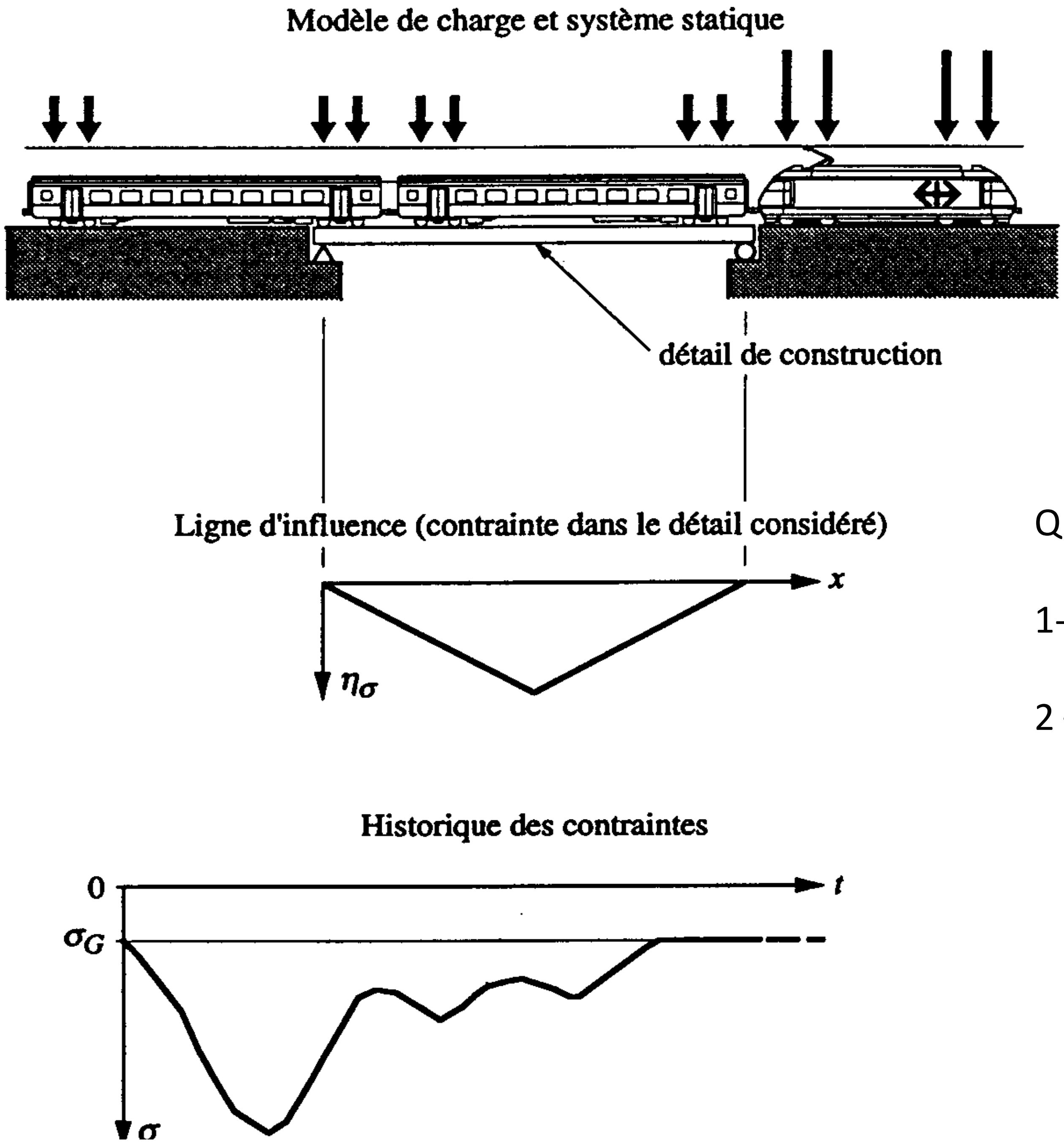


Schéma de calcul de structures en fatigue selon Eurocodes

Questions de rappel :

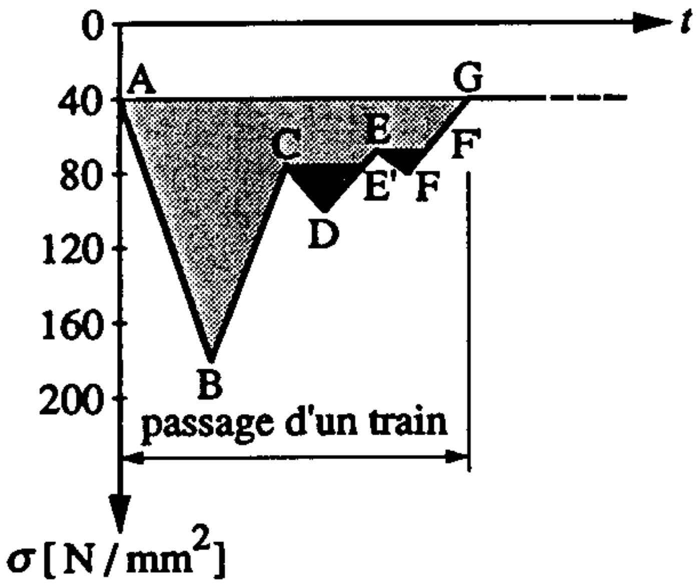
1- Qu'est ce que c'est une ligne d'influence ?

2 – Comment on construit une ligne d'influence ?

Sollicitations de fatigue.

Comment faire le lien entre les actions réelles et celles considérées par la théorie

→méthode du <u>réservoir</u>.
→méthode de la <u>goutte d'eau.</u>

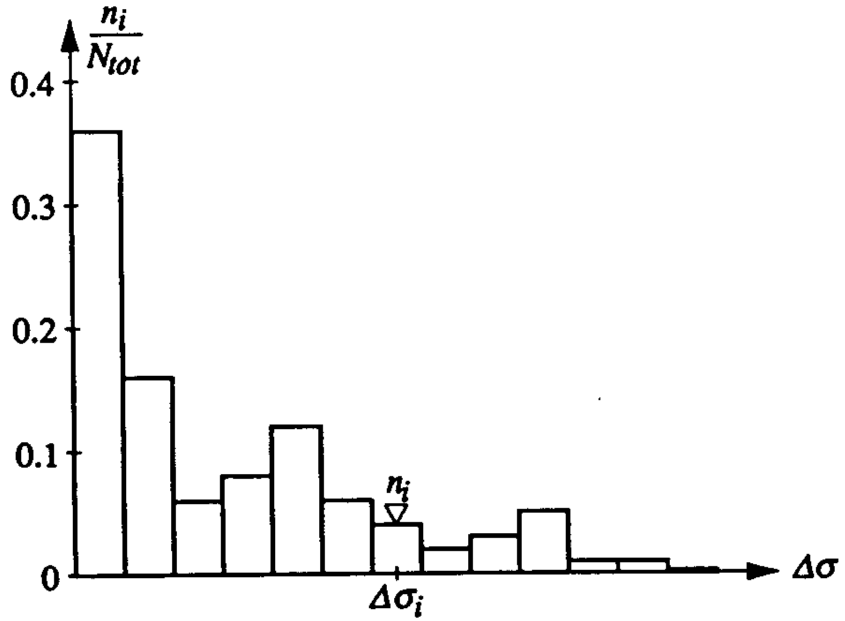


niveau-pointe	$\Delta\sigma$ [N/mm^2]
$\overline{AG}$-B	140
$\overline{CE'}$-D	24
$\overline{EF'}$-F	12

Sollicitations de fatigue.

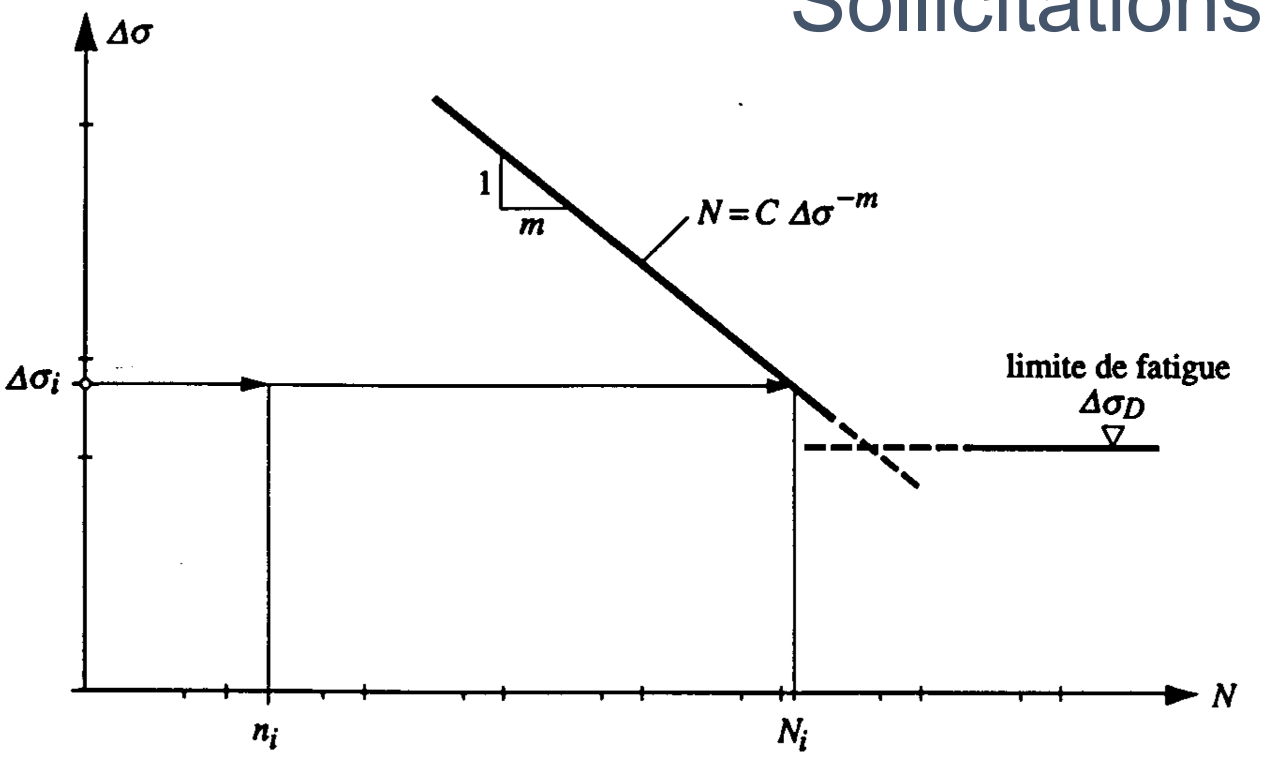
Histogramme des différences de contraintes.

Pour chaque passage de train et en fonction du nombre de passages pendant la durée de vie estimée de l'ouvrage, on définit le diagramme suivant:



$N_{tot.}$ est fonction du détail étudié.(Une entretoise subit plus de cycles qu'une poutre maîtresse.)

Sollicitations de fatigue.



- <u>Cumul des dommages individuels :</u>

➔Chaque cycle $\Delta\sigma_i$ crée un <u>dommage individuel</u> <u>d_i.</u>

➔ n_i. $\Delta\sigma_i$ crée un <u>dommage $n_i.d_i$.</u>

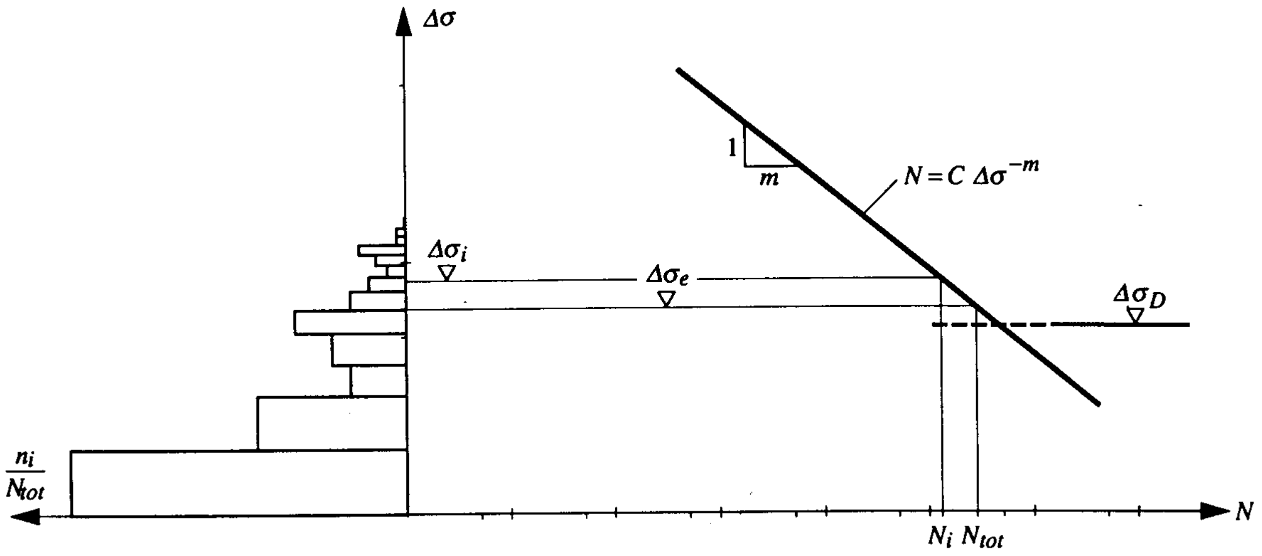
où le dommage dû à un cycle : $d_i=1/N_i$

➔Dommage dû à n_i cycles : $n_i.d_i= n_i/N_i$

Avec N_i : nombre de cycles jusqu'à la ruine pour un niveau $\Delta\sigma_i$.

Sollicitations de fatigue.

Sans limite de fatigue



➔ $D_{tot} = N_{tot.} / (C.\Delta\sigma_e^{-m})$ avec $N_{tot} = \Sigma\, n_i$

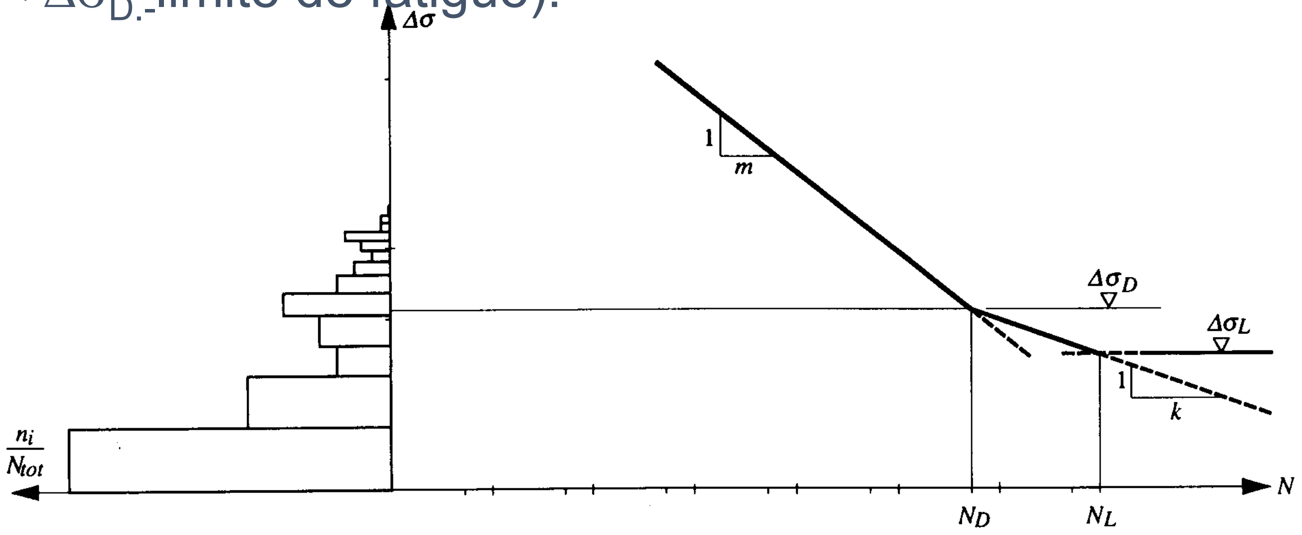
➔ $D_{tot} = \Sigma \{ n_i/(C.\Delta\sigma_i^{-m}) = N_{tot}/ (C.\Delta\sigma_e^{-m})$

➔ $\Delta\sigma_e = \{(1/N_{tot)}.\Sigma\, \Delta\sigma_i^{m}.n_i\}^{1/m}$

POLYTECH ORLÉANS
École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

Avec limite de fatigue

(Influence des $\Delta\sigma_{i.} < \Delta\sigma_{D.}$-limite de fatigue):



➔Si $\Delta\sigma_i < \Delta\sigma_D$ ➔ durée de vie infinie.(mais pour des essais à amplitude constante)

☺ si toutes $\Delta\sigma_i < \Delta\sigma_D$ alors la durée de vie > 10^8 cycles (~ infini)

➔Si une partie $\Delta\sigma_i < \Delta\sigma_D$ et une autre partie > $\Delta\sigma_D$ alors calcul pondéré

Avec limite de fatigue

Influence des $\Delta\sigma_{i.} < \Delta\sigma_{D.}$(limite de fatigue):

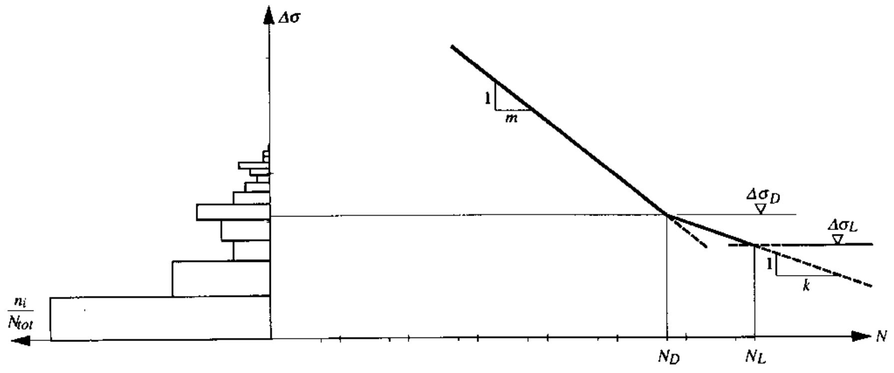
➔Si « a » atteint a_{cr} ➔ $\Delta\sigma_i < \Delta\sigma_D$ va contribuer à la propagation de la fissure ➔ il faut donc en tenir compte.

➔On définit une droite avec une pente réduite k=m+2

➔On définit une limite de troncature :

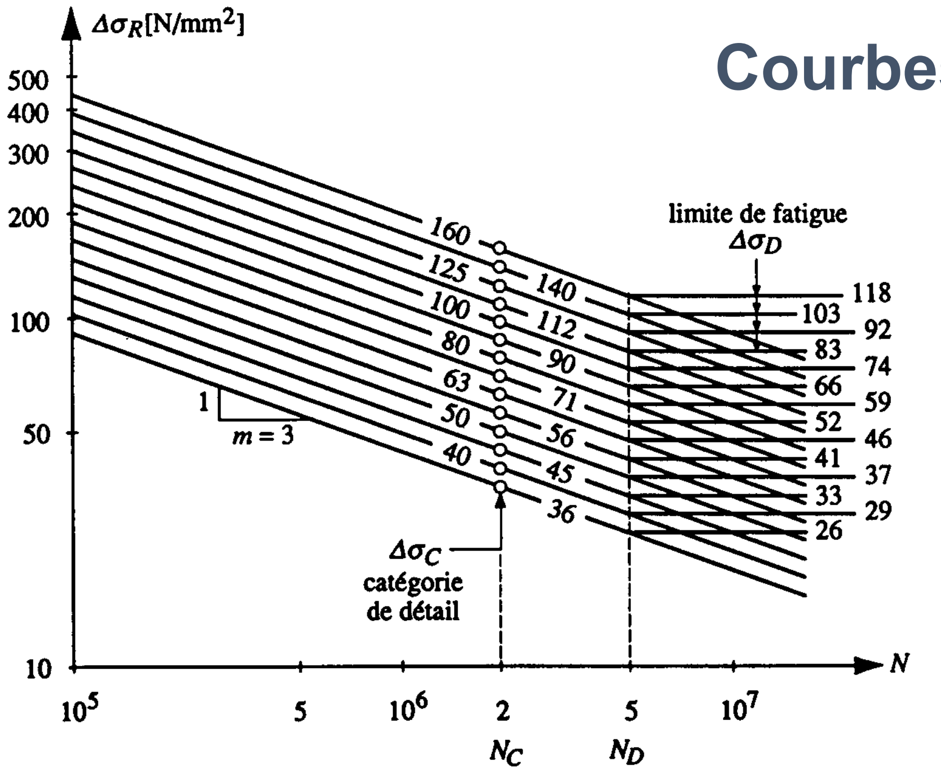
$$\Delta\sigma_L \simeq 0{,}55.\Delta\sigma_D \text{ et } N_L = 10^8$$

Pour $N_D = 5.10^6$ et k=5



Sollicitations de fatigue.

Courbes de résistance à la fatigue normalisées EC1



Chaque détail de construction correspond à une courbe de résistance

$\Delta\sigma_c$ = valeur de référence (N/mm²) à 2.10^6 cycles → **Catégorie du détail**

$\Delta\sigma_D$= limite de fatigue à 5.10^6 cycles.

Vérification de la sécurité à la fatigue.

1. Principe : $S_{fat.} \leq R_{fat.}/\gamma_{fat.}$

   S_{fat} = sollicitation de fatigue.(ELS)

2. Vérification avec limite de fatigue :

➔ $\Delta\sigma_{i,max} \leq \Delta\sigma_D / \gamma_{fat}$

avec $\Delta\sigma_{i,max}$: différence de contrainte max. de l'histogramme de $\Delta\sigma_i$ due aux charges d'exploitation.

Suivant EC3

$\gamma_{fat} = \gamma_{Mf} = 1$ ou 1,15 pour les éléments dont la ruine n'a pas de conséquence pour la structure;

$\gamma_{fat} = \gamma_{Mf} = 1{,}25$ ou 1,35 pour les éléments conduisant rapidement à la rupture de la structure.

Vérification de la sécurité à la fatigue.

POLYTECH ORLÉANS
École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

➔On définit $\Delta\sigma_e$ et $\Delta\sigma_e \leq \Delta\sigma_R(N_{tot}) / \gamma_{fat.}$

➔Si on veut se référer à $\Delta\sigma_C$, nous avons:

$$N = C.\ \Delta\sigma^{-m} \rightarrow N_{tot.} = C.[\Delta\sigma_R(N_{tot})]^{-m}$$

$$\text{et } 2.10^6 = C.\ \Delta\sigma_C^{-m}$$

➔$\Delta\sigma_R(N_{tot}) = \Delta\sigma_C.(2.10^6 / N_{tot})^{1/m}$

De $\Delta\sigma_e \leq \Delta\sigma_R(N_{tot}) / \gamma_{fat}$ $\quad \Delta\sigma_e \leq \Delta\sigma_C.(2.10^6 / N_{tot})^{1/m}.1 / \gamma_{fat.}$

$(N_{tot}/2.10^6)^{1/m}.\ \Delta\sigma_e \leq \Delta\sigma_C / \gamma_{fat.}$

➔EC3 : $\Delta\sigma_{E.2} \leq \Delta\sigma_C / \gamma_{fat.}$

Avec $\Delta\sigma_{E.2} = (N_{tot}/2.10^6)^{1/m}.\ \Delta\sigma_e$

(étendue équivalente de contrainte pour 2.10^6 cycles)