



POLYTECH[®]
ORLÉANS

École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

UE -OSSDE : Ouvrages sous sollicitations dynamiques et environnementales

Module 2 : Parasismique et dynamique des structure

Génie Parasismique

2021 - 2022



POLYTECH[®]
ORLÉANS

École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

PARASISMIQUE

- **Introduction**
- **Séismes , origines, caractéristiques, aléa sismique**
- **Éléments de base de dynamique de structures**
 - **Oscillateur à 1 D.D.L (SDOF)**
 - **Oscillateur à plusieurs D.D.L (MDOF)**
- **Principes de construction de spectres en accélération et déplacement, Spectres réglementaires (EC8)**
- Méthode de dimensionnement de structures selon EC8,
- Exemples de dimensionnement (4TP, 2TD)
- Protection parasismique, dispositifs constructifs
- Rénovation sismique



POLYTECH
ORLÉANS

École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

Oscillateur simple, forcé, amorti- Sollicitations harmoniques

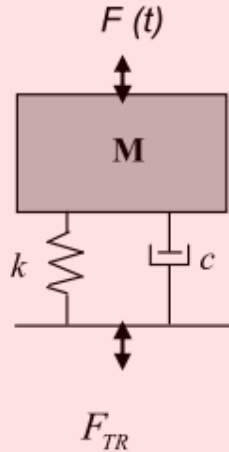
(Forced Damped system : harmonic solicitation)

**Amplification dynamique
(en déplacement)**



$$D \text{ ou } R_d = \frac{u_{dyn}^{mas}}{u_{stat}} = \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}}$$

**Amplification
dynamique (en force)**



$$F_{TR}(t) = c\dot{x}(t) + kx(t)$$

$$F(t) = m\ddot{x}(t) + F_{TR}(t)$$

$$|F_{TR-\max}| = \sqrt{c^2 \dot{x}_{\max}^2 + k^2 x_{\max}^2}$$

$$\dot{x}_{\max} = \omega x_{\max}$$

$$|F_{TR-\max}| = \sqrt{x_{\max}^2 (k^2 + \omega^2 c^2)} = x_{\max} \sqrt{k^2 + \omega^2 c^2}$$

$$R_f = \frac{F_{dyn}}{F_{st}} = \frac{x_{\max} \sqrt{k^2 + \omega^2 c^2}}{k \cdot x_{st}} = \frac{x_{\max}}{x_{st}} \frac{\sqrt{k^2 + \omega^2 c^2}}{k} = \frac{\sqrt{1 + \omega^2 c^2}}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} = \frac{1 + \xi^2 \beta^2}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}}$$

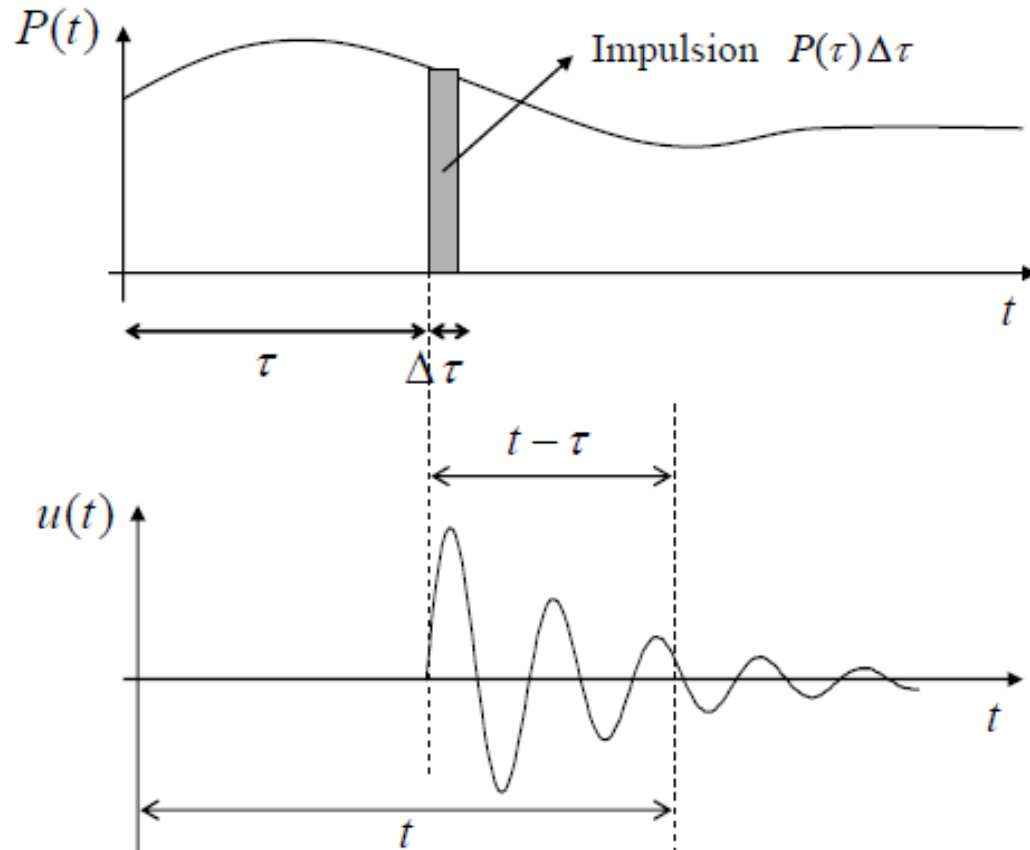
Rappels



- *Bases de la dynamique des structures*

Séisme simplifié : systèmes 1DDL

ARBITRAIRE



Principe: considérer la charge $P(t)$ comme une succession d'impulsions de durée $\Delta\tau$

Déplacement en t sous l'effet d'une impulsion en τ :

$$\Delta u(t, \tau) = P(\tau) \Delta\tau h(t - \tau)$$



Déplacement total en t = somme des contributions impulsionnelles appliquées entre 0 et t :

$$\begin{aligned} u(t) &= \sum_i \Delta u(t, \tau_i) \\ &= \sum_i P(\tau_i) \Delta\tau_i h(t - \tau_i) \end{aligned}$$

Rappels



La réponse impulsionnelle n'est rigoureuse que si $\Delta\tau \rightarrow 0$

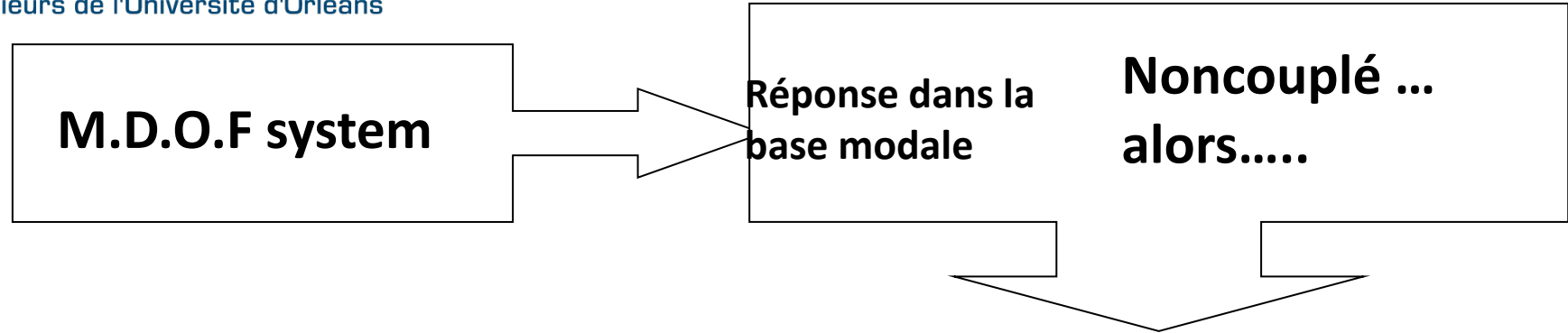
$$\Rightarrow u(t) = \int_0^t P(\tau) h(t-\tau) d\tau \quad = \textit{convolution de } P \textit{ par } h$$

$$= \frac{1}{M \omega_D} \int_0^t P(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin[\omega_D(t-\tau)] d\tau$$

Intégrale de Duhamel

- Pour certaines formes simples de $P(t)$, valeurs tabulées dans des ouvrages spécialisés
- Sinon, intégration numérique (avec algorithmes adaptés)

Rappels



**Utilisons les mêmes approches
que pour SDOF!**

Solution des problèmes non couplés dans la base modale
Impulsional, frequencial, step by step (harmonic, periodic)

↳ Duhamel $h_i(t) = \frac{1}{M_i^* \omega_{D,i}} e^{-\xi_i \omega_i t} \sin \omega_{D,i} t$ avec $\omega_{D,i} = \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2}$

$[K], [M] \rightarrow \{u_i\}, \omega_i \rightarrow M_i^*, K_i^*, C_i^* (\rightarrow \xi_i), P_i^* \rightarrow \dots$

$\eta_i(t) = \int_0^t P_i^*(t) h_i(t - \tau) d\tau \Rightarrow \{q(t)\} = \dots \{u_i\}$

Rappels

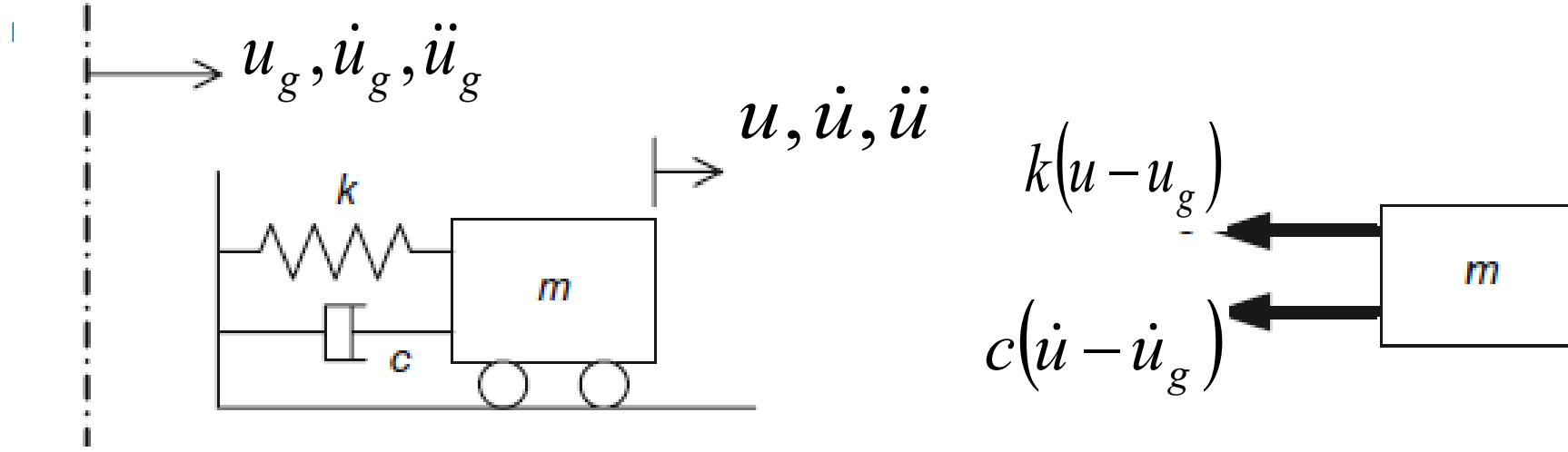
Séisme simplifié : systèmes 1DDL



POLYTECH[®]
ORLÉANS

PARASISMIQUE
• *Spectre de réponse*

Pas de force imposée,
Déplacements, accélération imposés



$$-k(u - u_g) - c(\dot{u} - \dot{u}_g) = m\ddot{u}$$

$$v = u - u_g \quad -kv - c.\dot{v} = m.\ddot{v} + m\ddot{u}_g \quad m.\ddot{v} + c.\dot{v} + kv = -m\ddot{u}_g$$

Notons $\omega^2 = k/m$ $\xi = c/2m\omega$

$$\ddot{v} + 2\xi\omega.\dot{v} + \omega^2 v = -\frac{m\omega^2}{k}\ddot{u}_g = \frac{\omega^2}{k}(-m\ddot{u}_g)$$



Réponse élastique d'un oscillateur – pseudo accélération (*rappel*)

La solution générale en déplacement de l'équation du mouvement est de la forme :

$$u(t) = \underbrace{e^{-\xi\omega t} (A \sin \omega_D t + B \cos \omega_D t)}_{\text{terme transitoire}} - \underbrace{\frac{1}{\omega_D} \int_0^t \ddot{u}_G e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin[\omega_D(t-\tau)] d\tau}_{\text{terme forcé = intégrale de Duhamel}}$$

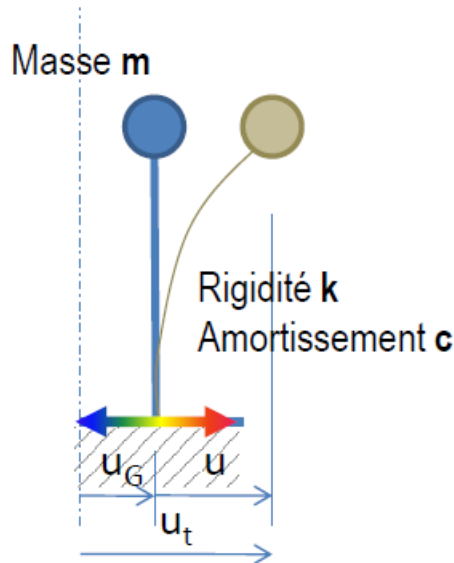
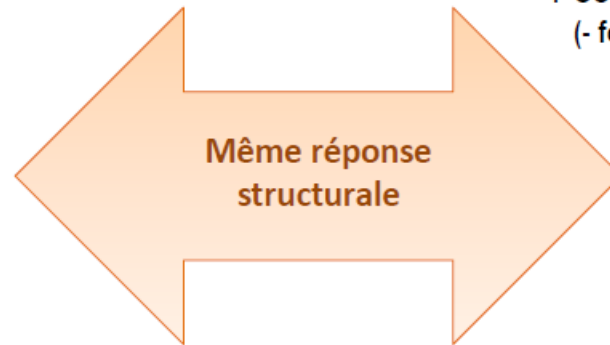


Fig. oscillateur



Pseudo-Force F_D
(- force de rappel) →

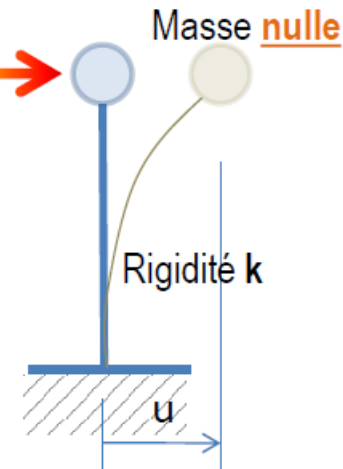


Fig. force équivalente

$$F_D = ku \text{ (pseudo-force)}$$

$$\gamma_D = \frac{F_D}{m} = \frac{k}{m} u = \omega^2 u \text{ (pseudo-accelération)}$$



POLYTECH[®]
ORLÉANS

École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

Accélérogrammes

Directement utilisables :

Systèmes 1DDL

$$m\ddot{v} + c\dot{v} + kv = -m\ddot{v}_g(t) = p_{\text{eff}}(t)$$

$$\Leftrightarrow \ddot{v} + 2\xi\omega\dot{v} + \omega^2 v = -\ddot{v}_g(t)$$

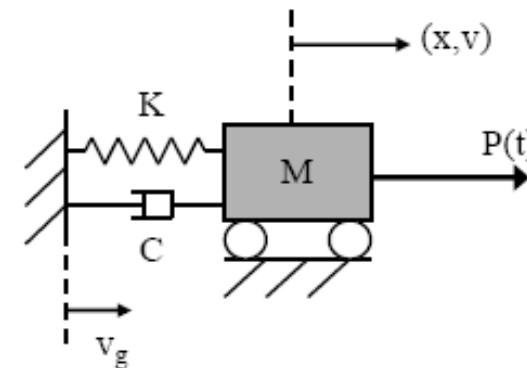
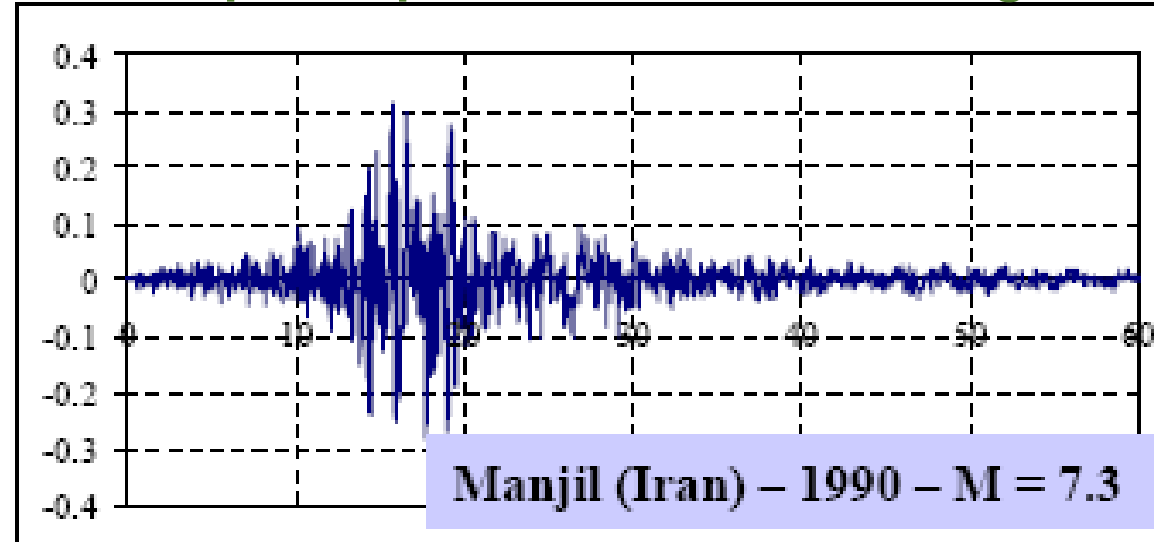
$$\rightarrow \ddot{v}_{\text{tot}} = -2\xi\omega\dot{v} - \omega^2 v$$

Solution de Duhamel

$$v(t) = \frac{1}{m\omega_D} \int_0^t p_{\text{eff}}(\tau) h(t-\tau) d\tau$$

$$\simeq -\frac{1}{\omega} \int_0^t \ddot{v}_g(\tau) \sin \omega(t-\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} d\tau \quad \text{pour } \xi \ll 1$$

Principe d'équivalence avec un chargement statique :



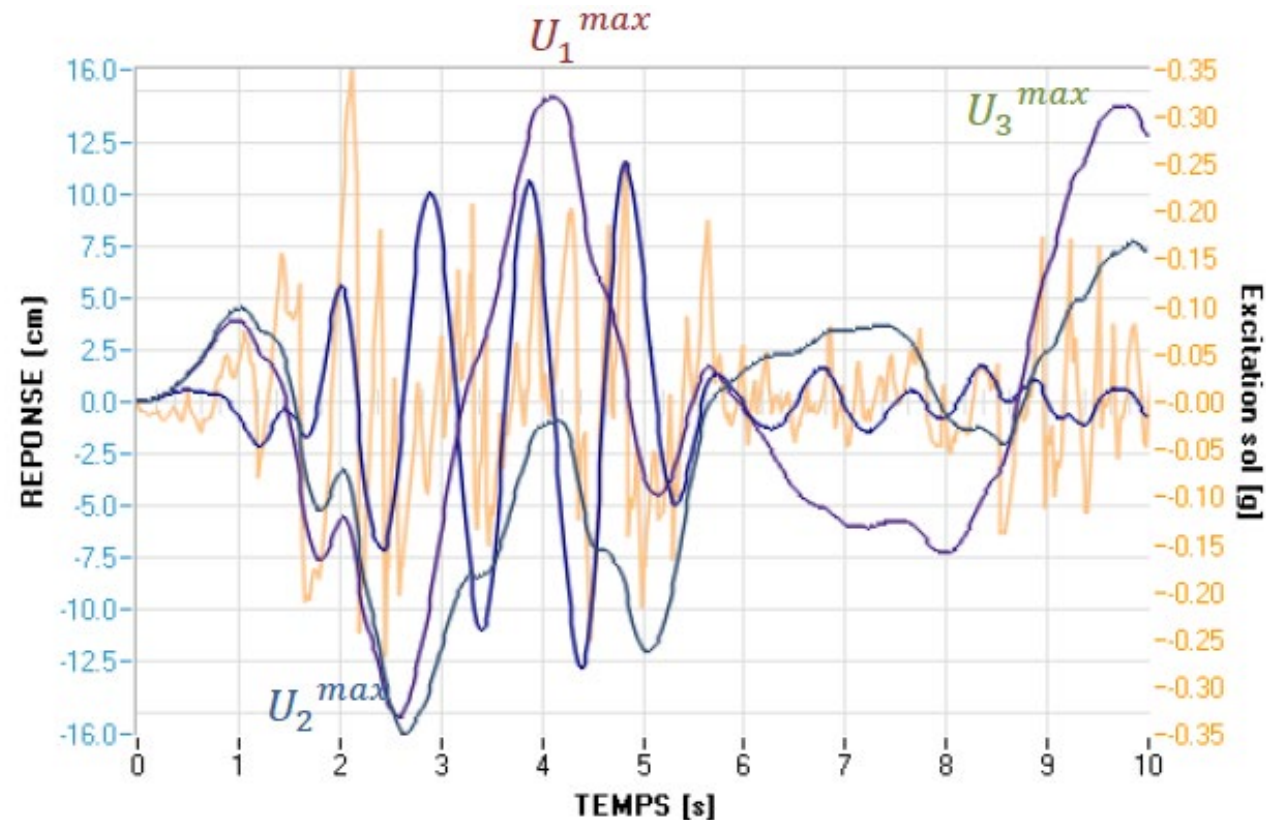


POLYTECH
ORLÉANS

École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

Construction des spectres (cont)

Pour un même séisme connu par son accélérogramme $\ddot{u}_G(t)$, au même site, on peut donc reporter l'histoire du déplacement $u(t)$ imprimé à des oscillateurs de différentes caractéristiques.



Les amplitudes maximales U_i^{max} dépendent de la période propre T_i (elles surviennent à des instants t_i différents).

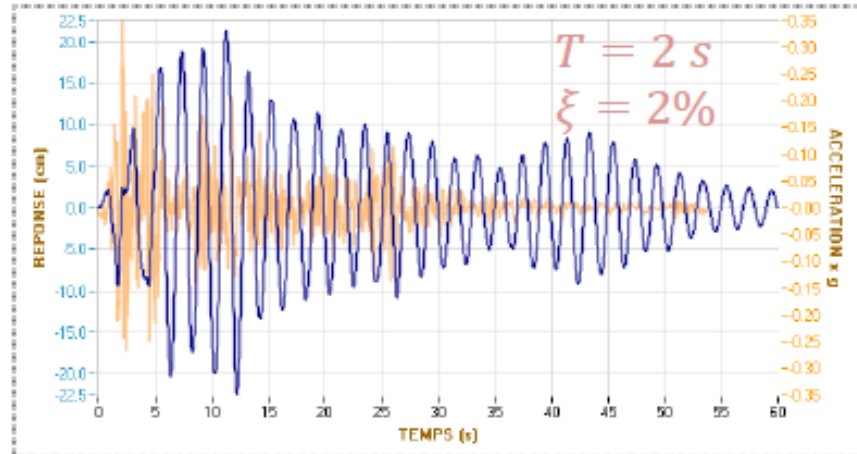


POLYTECH[®]
ORLÉANS

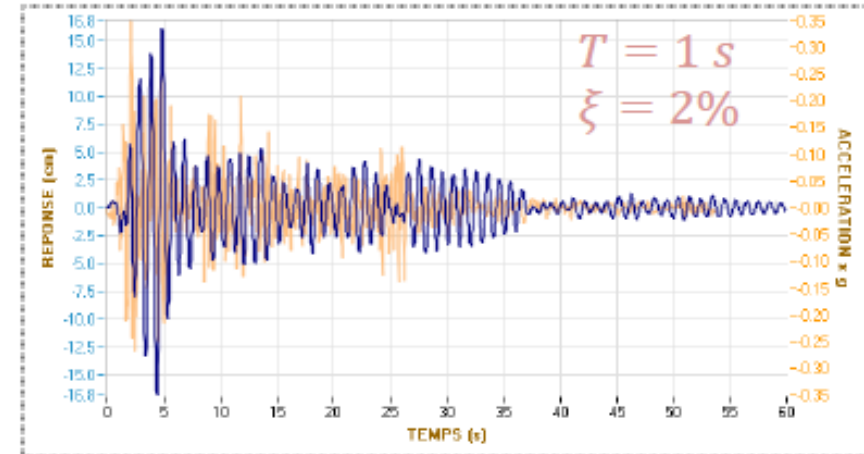
École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

Construction des spectres (cont)

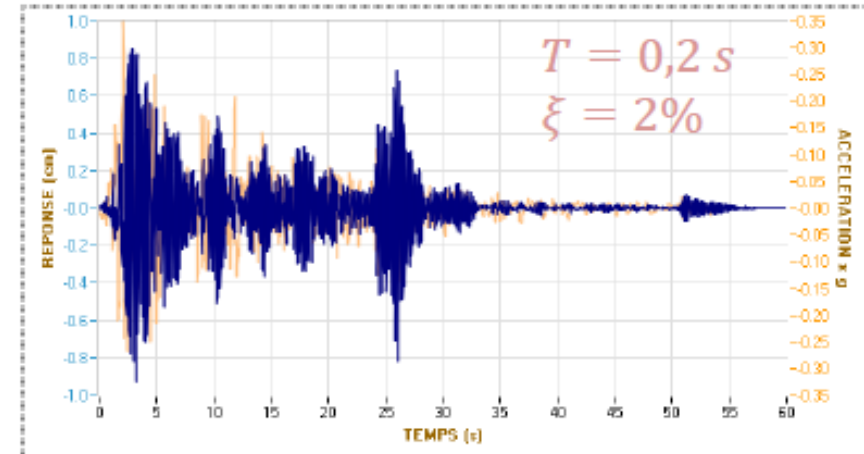
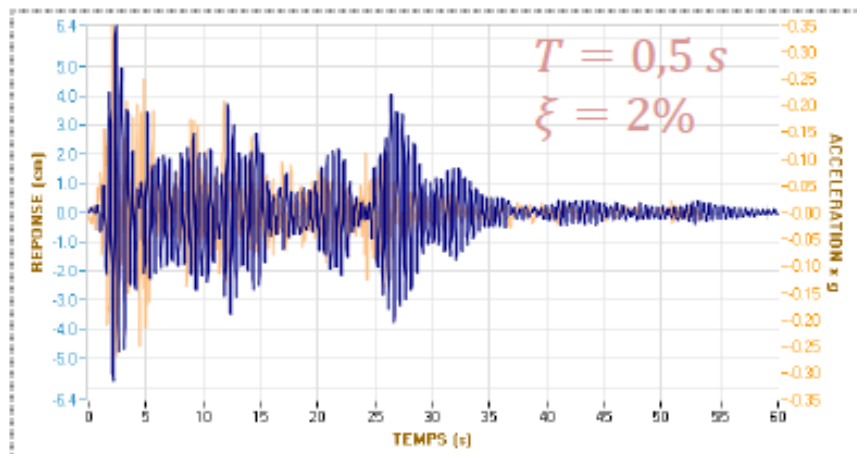
On résout le problème pour différentes périodes T_i et on obtient alors le déplacement en fonction du temps et finalement le maximum du pseudo-accélération



Unex (cm) 22.48 Gamma max (g) 0.23



Unex (cm) 16.84 Gamma max (g) 0.68





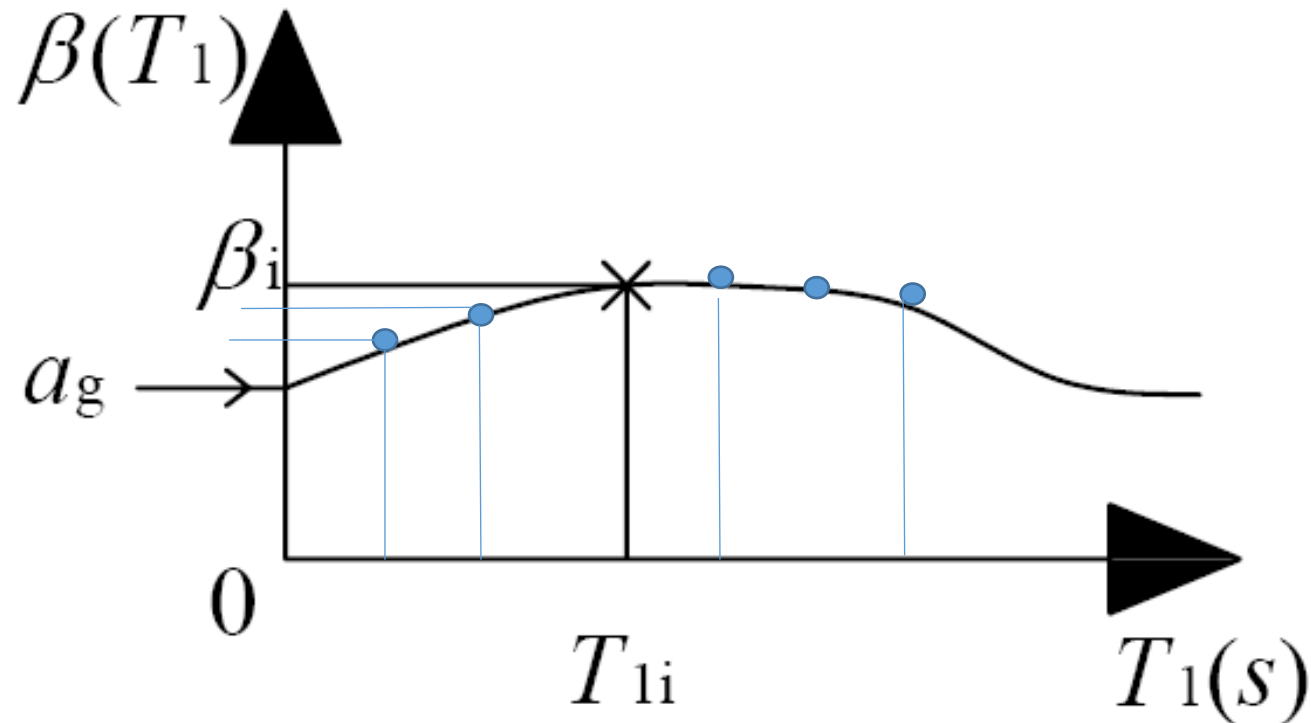
POLYTECH[®]
ORLÉANS

École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

Principe de construction des spectrogrammes

Les calculs se font par rapport à un coefficient d'amortissement fixe, au premier lieu avec $\xi=0.05$)

Pour un oscillateur donné (donc pour un T_i donné) on récupéré la valeur maximale de déplacement et on report la valeur maximale de la pseudo accélération $\beta(T_1)$ dans un diagramme $(\beta(T_1), T)$.





POLYTECH[®]
ORLÉANS

École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

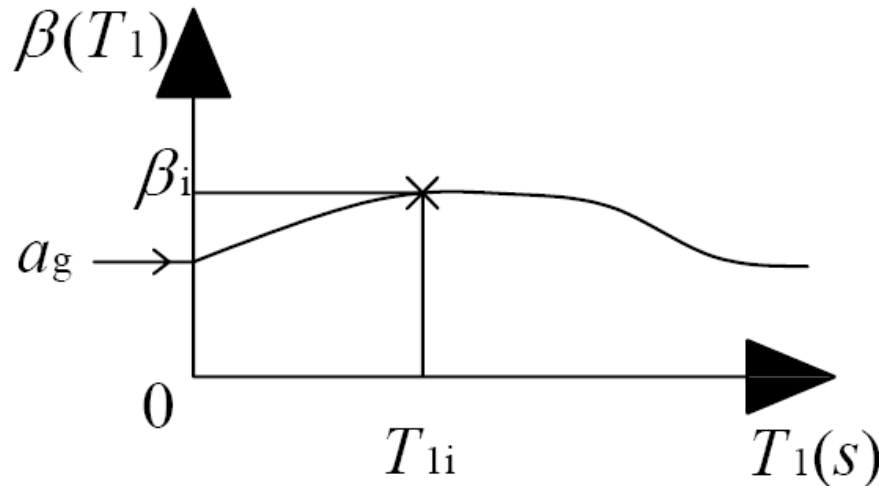
Rappels : Principe d'équivalence avec un chargement statique

En statique :

$$F(t) = k \cdot u(t) = m \omega^2 u(t) = m \beta(t)$$

$$\beta(t) = \omega^2 u(t) = 4 \pi^2 u(t) / T^2$$

Pseudo accélération



Pour un système 1D.D.L de masse M et rigidité K , donc T naturelle identifié on calcul pour une sollicitation dynamique le maximum du pseudo accélération.

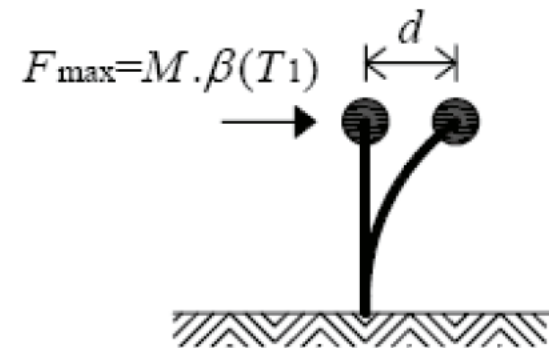
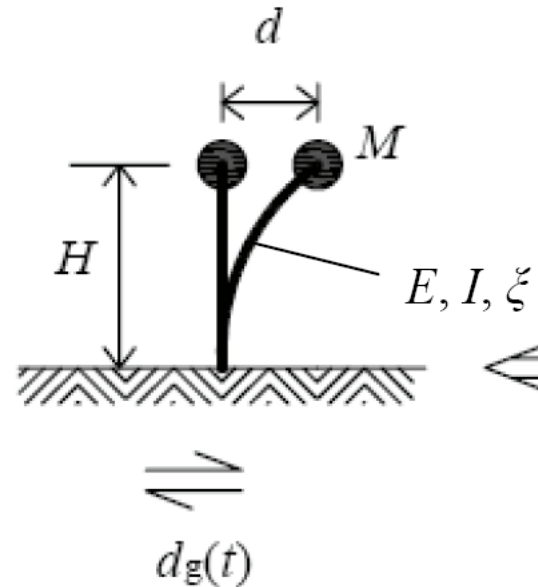
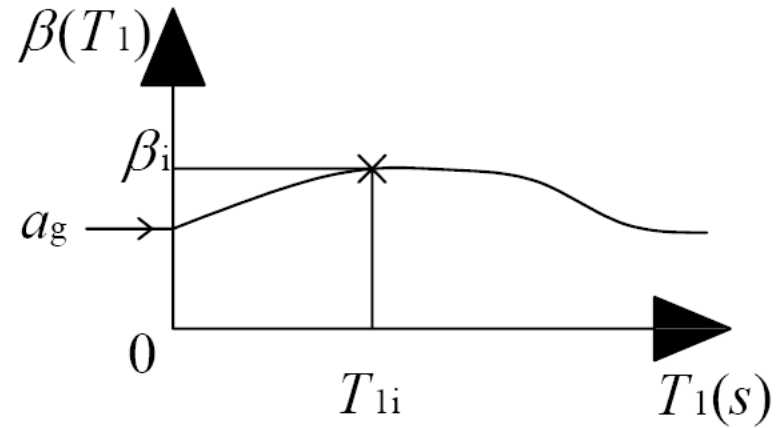
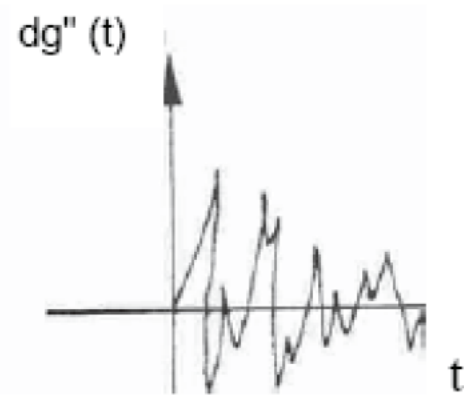
L'ensemble des valeurs maximales des pseudoaccélérations ainsi calculées forment le spectrogramme.

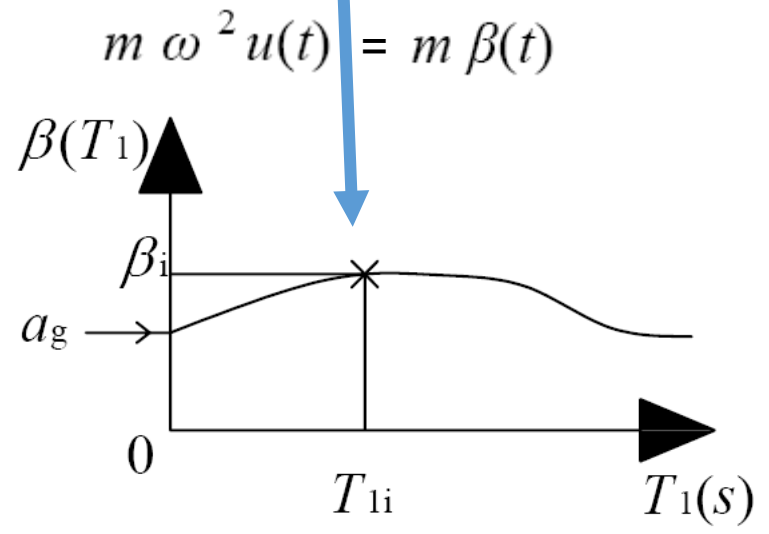
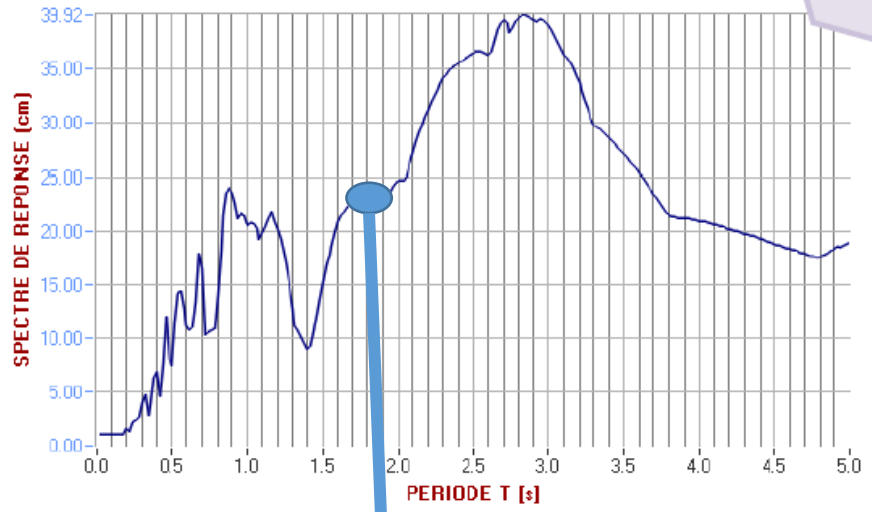


POLYTECH
ORLÉANS

École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

Principe de construction des spectrogrammes (Schéma final de calcul et d'utilisation)





Réponse en déplacement

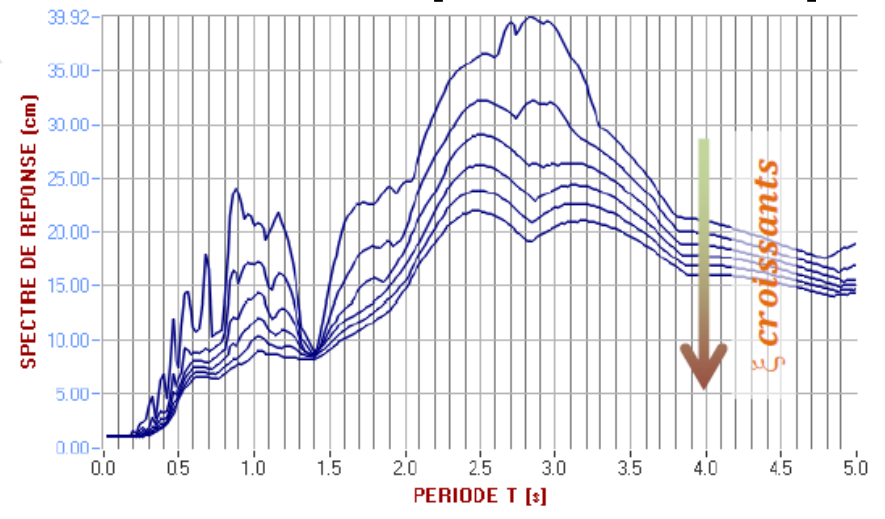
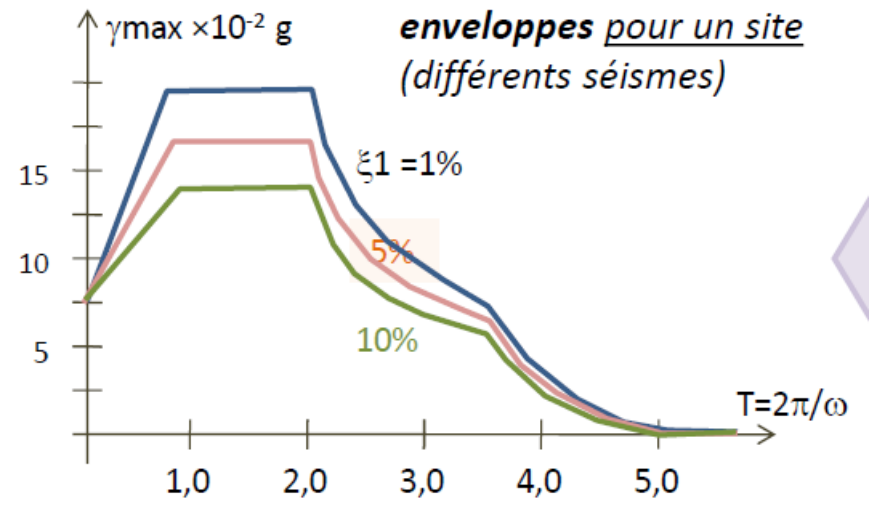


Fig. Famille de spectres **enveloppes** pour un site (différents séismes)

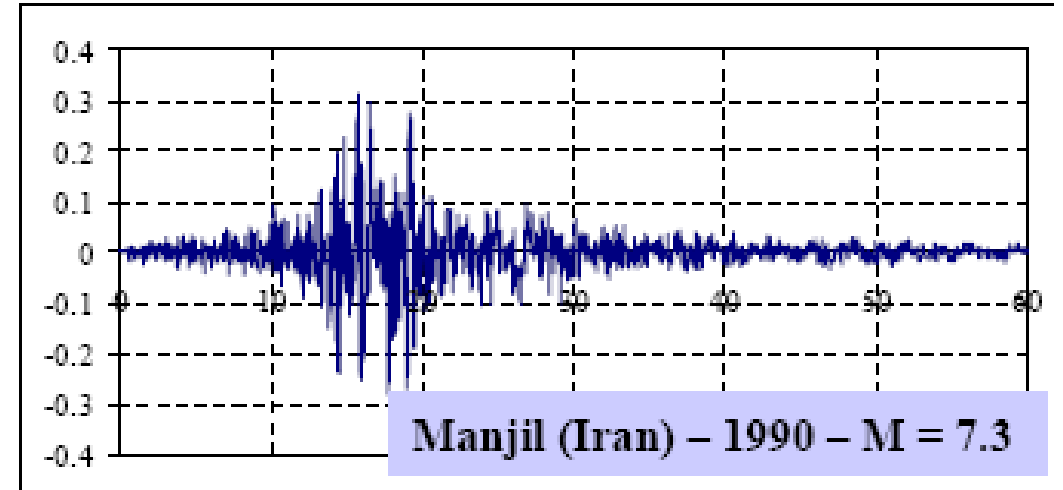
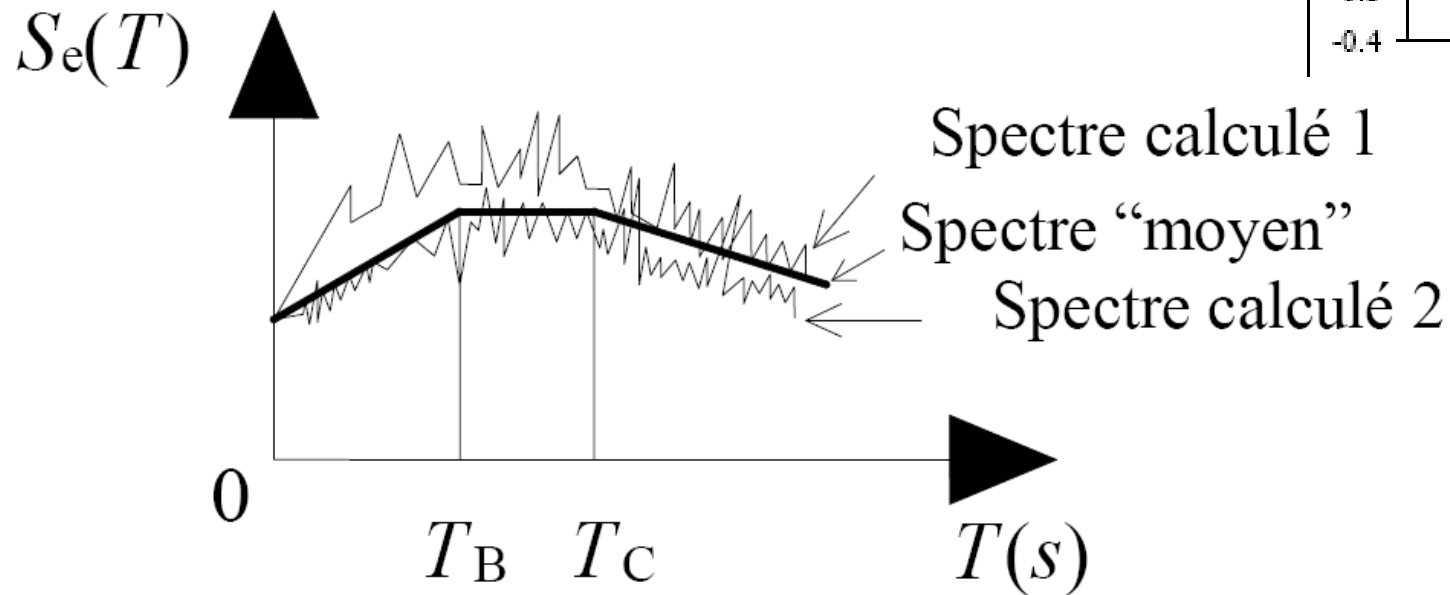




POLYTECH[®]
ORLÉANS

École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

Spectres réglementaires – principes d'établissement



Le spectre "moyen" résulte d'une approche statistique, associée à un "jugement d'ingénieur".
Le spectre normatif, $S_e(T)$ est plus schématique que celle de chaque spectre de réponse $\beta(T_1)$.



POLYTECH[®]
ORLÉANS

École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

PARASISMIQUE

• *Eurocodes 8*

Notion d'évaluation probabiliste de l'aléa sismique régional

Raisonnement socio-économique (EC8):

- Pas acceptable de protéger les ouvrages à « risque normal » contre un événement qui ne surviendra que tous les 1000 ans
- Par l'étude des cycles sismiques on peut identifier la valeur de la magnitude maximale pouvant être associée à une période de retour choisie.

L'arbitrage **politico-économique** définit la période retenue sur la base des **Exigences de performance et des critères de conformité.**

- On définit soit la probabilité (P_R) de dépassement de l'action de référence pour une période T_L , soit la période de retour T_R

$$T_R = - T_L / \ln(1 - P_R).$$



POLYTECH[®]
ORLÉANS

École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

PARASISMIQUE

• *Eurocodes 8*

Exigences de performance

Protection réglementaire (classe de risque normal) ne signifie pas une protection « totale » Les règles EC8 ne visent pas la protection contre le séisme maximal plausible, mais contre un séisme à période de retour selon les exigences de performance

1 — Exigence de non-effondrement (action + importance γ_I).

$T_{NCR} = 475$ ans ou l'intensité a une probabilité égale à 10% d'être dépassée dans un intervalle de temps de 50 années ;

2 - Exigence de limitation des dommages.

- $T_{NCR} = 95$ ans ou l'intensité a une probabilité égale à 10% d'être dépassée dans un intervalle de temps de 10 années



POLYTECH
ORLÉANS

École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

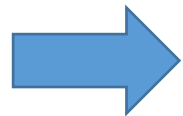
PARASISMIQUE

• *Eurocodes 8*)

Critères de conformité

- **états limites ultimes**, vérifié que le système possède les propriétés de résistance et de dissipation d'énergie spécifiées dans les parties concernées de l'EN 1998.
- Coefficient de comportement q et les classes de ductilité associées ($q > 1.5$, structures métalliques 1.5-2)
- Vérifier la résistance en renversement

- **états limites de limitation de dommages**
 - Vérification des déformations maximales admissibles
 - Maintenance des services vitaux



EC8 → choix l'action sismique de référence et des règles de calcul



POLYTECH
ORLÉANS

École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

PARASISMIQUE

- *Eurocodes 8)*

- EN 1990 Eurocode : Bases de calcul des structures
- EN 1991 Eurocode 1 : Actions sur les structures
- EN 1992 Eurocode 2 : Calcul des structures en béton
- EN 1993 Eurocode 3 : Calcul des structures en acier
- EN 1994 Eurocode 4 : Calcul des structures mixtes acier-béton
- EN 1995 Eurocode 5 : Calcul des structures en bois
- EN 1996 Eurocode 6 : Calcul des structures en maçonnerie
- EN 1997 Eurocode 7 : Calcul géotechnique
- ***EN 1998 Eurocode 8 : Calcul des structures pour leur résistance aux séismes***
- EN 1999 Eurocode 9 : Calcul des structures en aluminium



Vérification de la conformité des bâtiments et ouvrages aux exigences de stabilité et de résistance mécanique



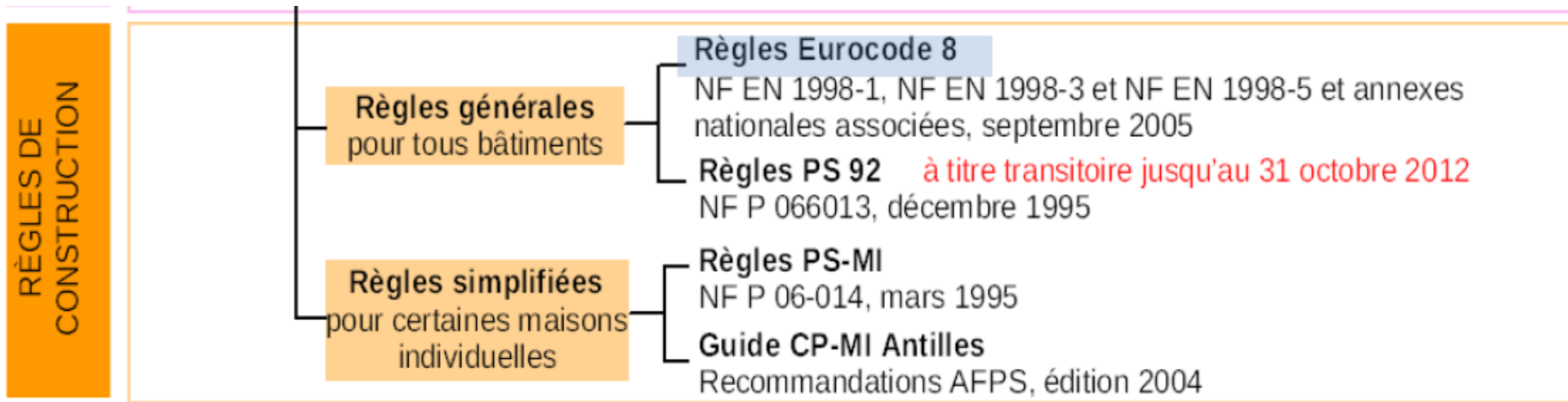
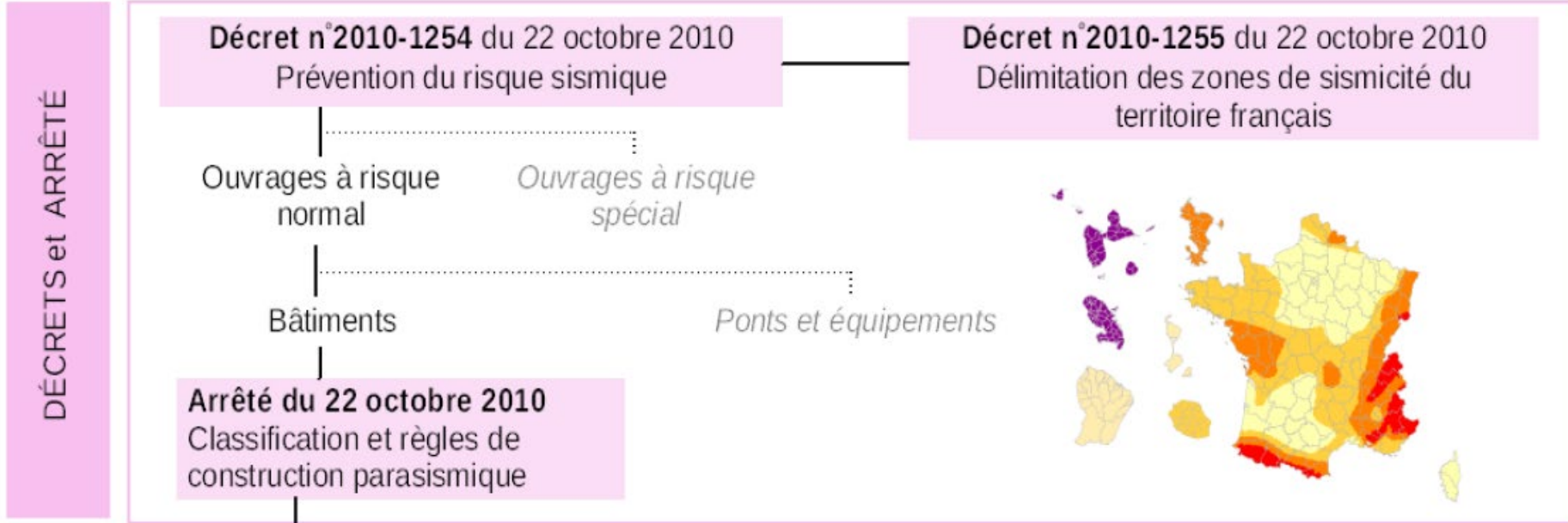
Base de spécification des contrats de travaux de construction ;



Cadre de spécifications techniques pour les produit de construction



Structure du réglementation sismique





POLYTECH[®]
ORLÉANS

École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

PARASISMIQUE

• *Eurocodes 8*)

Structure des Eurocodes 8

Eurocode 8	Annexe nationale
Partie 1 / EN 1998-1 : règles générales, actions sismiques et règles pour les bâtiments	NF EN 1998/1 NA
Partie 2 / EN 1998-2 : Ponts	NF EN 1998/2 NA
Partie 3 / EN 1998-3 : <i>Evaluation et renforcement des bâtiments</i>	NF EN 1998/3 NA
Partie 4 / EN 1998-4 : Silos, réservoirs et canalisations	NF EN 1998/4 NA
Partie 5 / EN 1998-5 : Fondations, ouvrages de soutènement et aspects géotechniques	NF EN 1998/5 NA
Partie 6 / EN 1998-6 : Tours, mâts et cheminées	NF EN 1998/6 NA



POLYTECH
ORLÉANS

École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

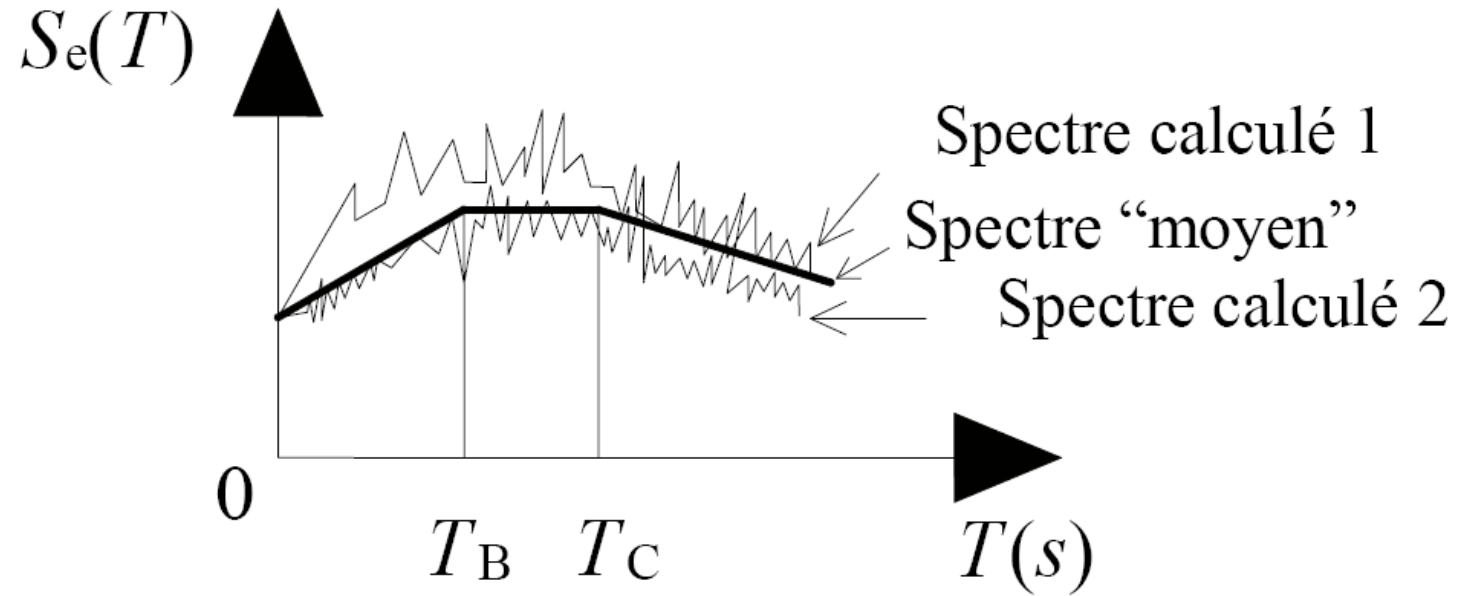
PARASISMIQUE

• *Eurocodes 8)*

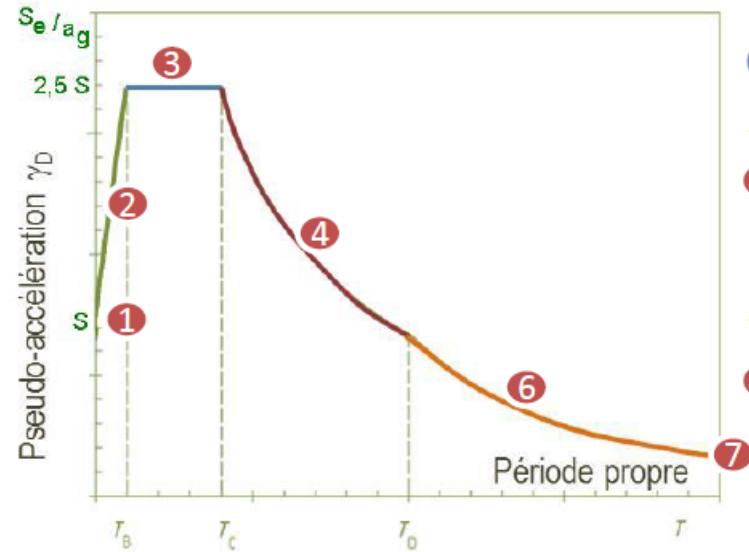
Spectres réglementaires—principes d'établissement

Le spectre "moyen" résulte d'une approche statistique, associée à un "jugement d'ingénieur" .

Le spectre normatif, $S_e(T)$ est plus schématique que celle de chaque spectre de réponse $\beta(T)$.



Si on peut calculer pour une sollicitation quelconque un pseudo accélération alors on peut calculer les choses simplement en utilisant les formules statiques en appliquant une force obtenue par une simple multiplication de la masse avec ce pseudo accélération !



Commentaires :

- ❖ À période nulle, la pseudo-accélération est égale à l'accélération du sol :

$$\gamma_D = S_e = S \cdot a_g ;$$

- ❖ pour les faibles périodes propres, la pseudo-accélération croît linéairement jusqu'à atteindre pour une période T_B :

$$S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \left[1 + \frac{T}{T_B} \cdot (\eta \cdot 2,5 - 1) \right] ;$$

- ❖ Entre les périodes $[T_B, T_C]$, la pseudo-accél. est constante et maximale :

3
$$S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2,5 ;$$

- ❖ Au-delà de T_C la pseudo-accél. décroît selon $1/T$ (célérité spectrale constante) :

4
$$S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2,5 \left[\frac{T_C}{T} \right] ;$$

- ❖ Au-delà de T_D la pseudo-accél. décroît selon $1/T^2$ (déplacement spectral est constant) :

5
$$S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2,5 \left[\frac{T_C T_D}{T^2} \right] ;$$

- ❖ A période infinie (raideur nulle) la pseudo-accélération devient nulle.

7



POLYTECH[®]
ORLÉANS

École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

PARASISMIQUE

• *Eurocodes 8)*

Pour une structure très raide ($T \approx 0$ s), la pseudo accélération $Se(T)$ est égale à l'accélération maximale $Sag = Sd g''(t)$ du sol (si on construit sur le bedrock, $S=1$);

- la réponse dynamique des structures modérément flexibles (T compris entre T_B et T_C , ordre de grandeur 0,25s et 0,8s, voir Tableau 2.3) entraîne à une amplification des accélérations par rapport à l'accélération du sol; la pseudo accélération $Se(T)$ est de l'ordre de 2,5 fois l'accélération maximale $Sag = Sd g''(t)$ du sol; le contenu fréquentiel des accélérogrammes, qui est plus important dans cette gamme de périodes, favorise un aspect « résonance » dans la réponse de la structure.



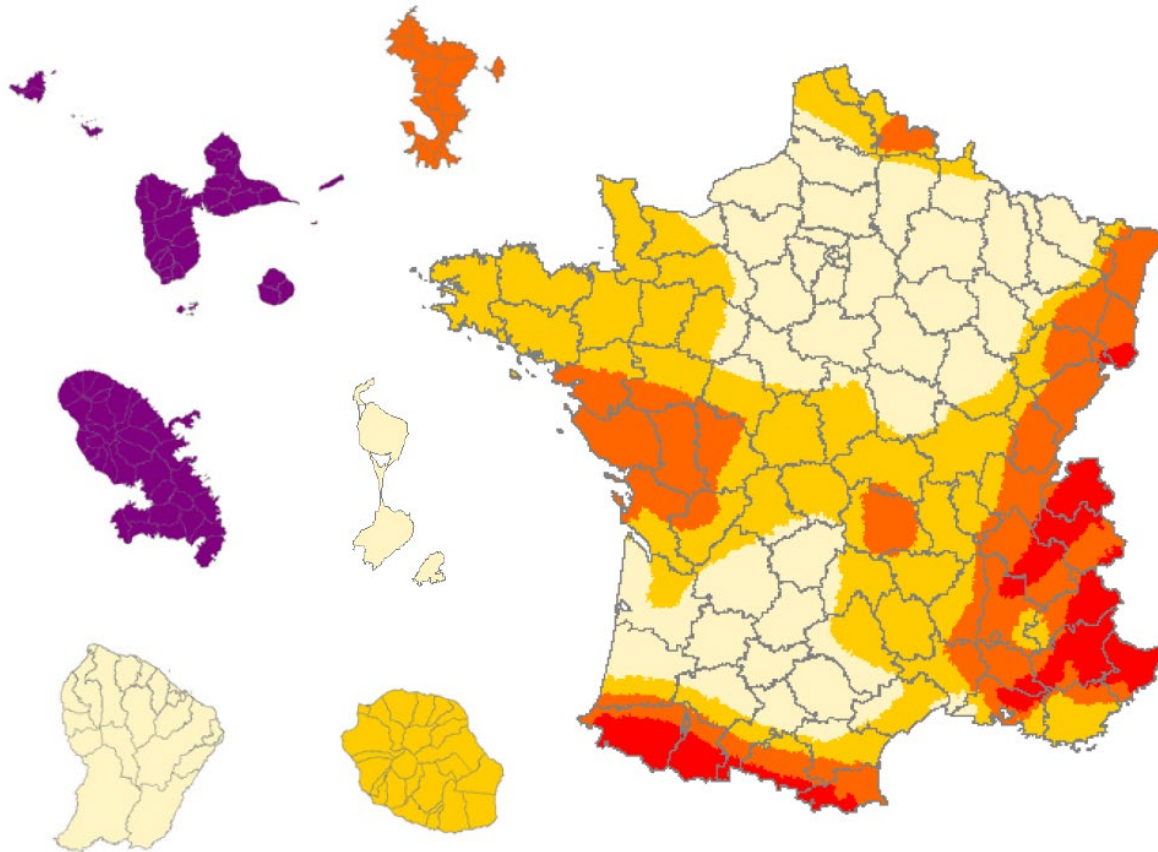
POLYTECH[®]
ORLÉANS

École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

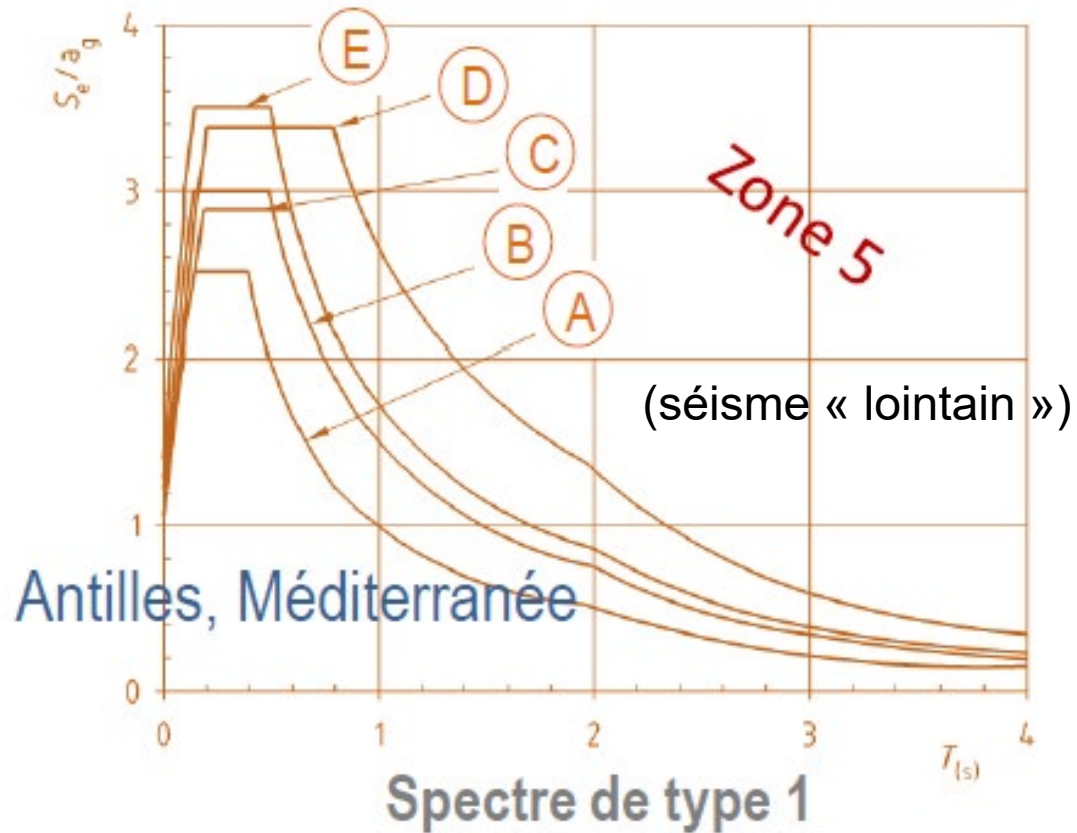
PARASISMIQUE

• *Eurocodes 8)*

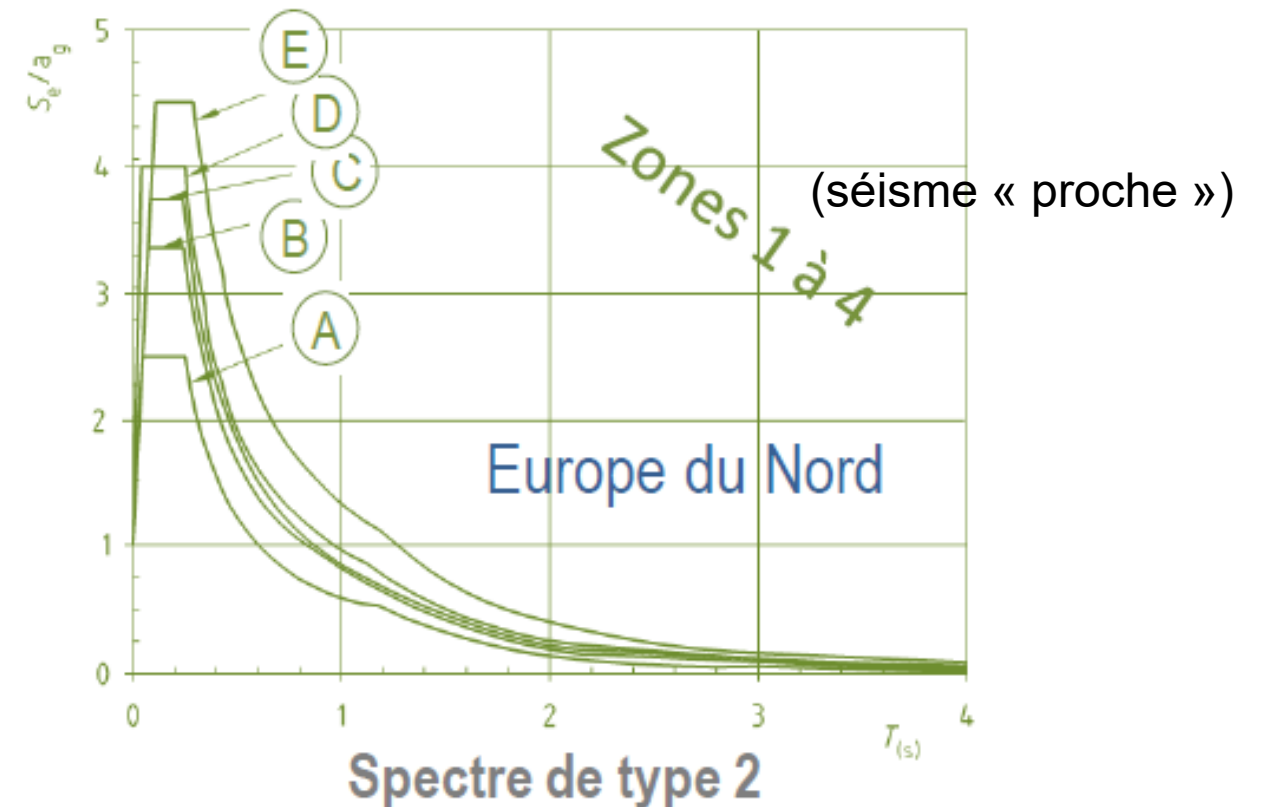
Zonage sismique et valeurs normatives des accélérations de référence de la terre



Zone de sismicité	Niveau d'aléa	a_{gr} (m/s ²)
Zone 1	Très faible	0,4
Zone 2	Faible	0,7
Zone 3	Modéré	1,1
Zone 4	Moyen	1,6
Zone 5	Fort	3



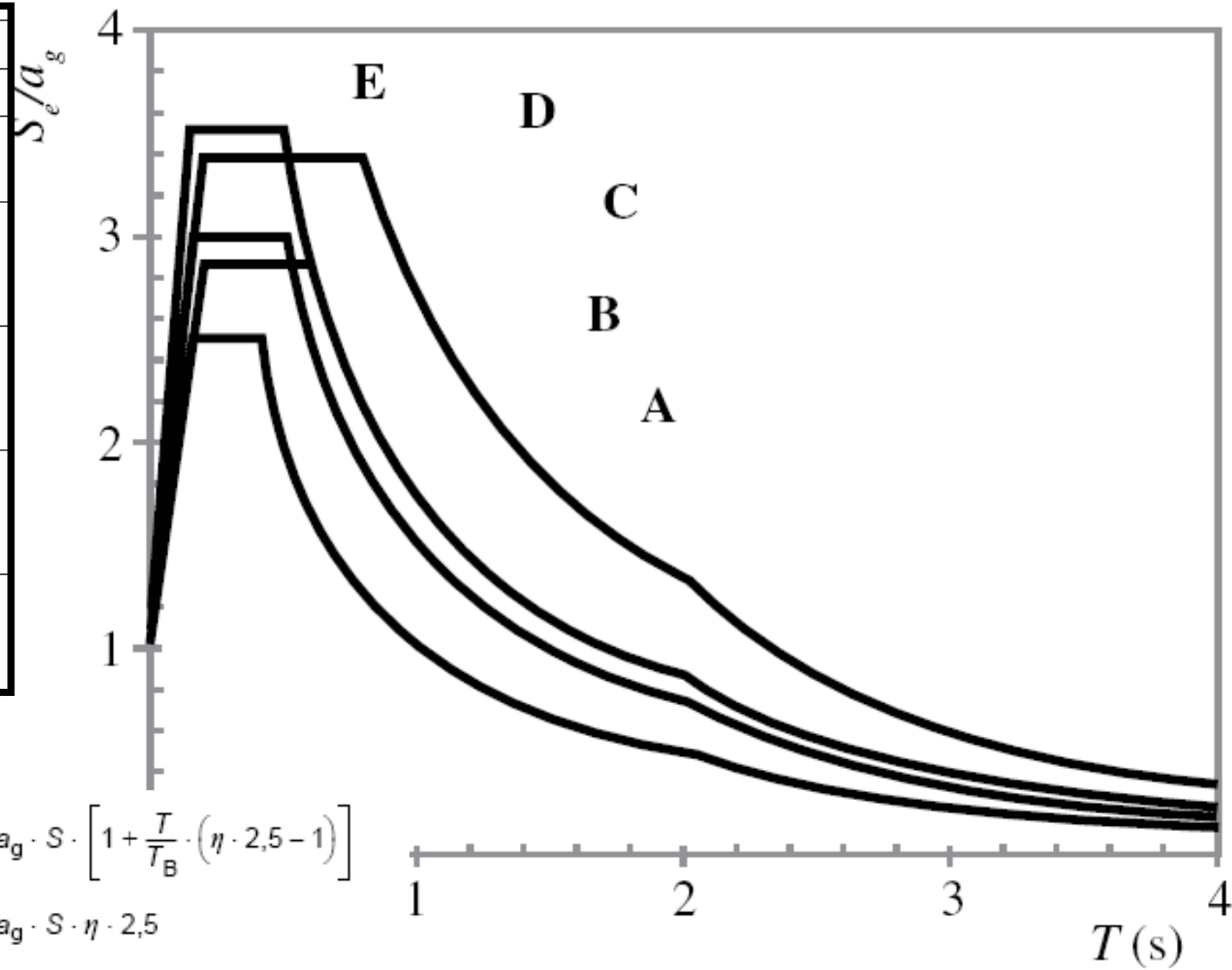
Deux types de spectres





F
A
B
C
D
E

Séisme de Type 1			
S	$T_B(s)$	$T_C(s)$	$T_D(s)$
1,0	0,15	0,4	2,0
1,2	0,15	0,5	2,0
1,15	0,20	0,6	2,0
1,35	0,20	0,8	2,0
1,4	0,15	0,5	2,0



$$0 \leq T \leq T_B: \quad S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \left[1 + \frac{T}{T_B} \cdot (\eta \cdot 2,5 - 1) \right]$$

$$T_B \leq T \leq T_C: \quad S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2,5$$

$$T_C \leq T \leq T_D: \quad S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2,5 \left[\frac{T_C}{T} \right]$$

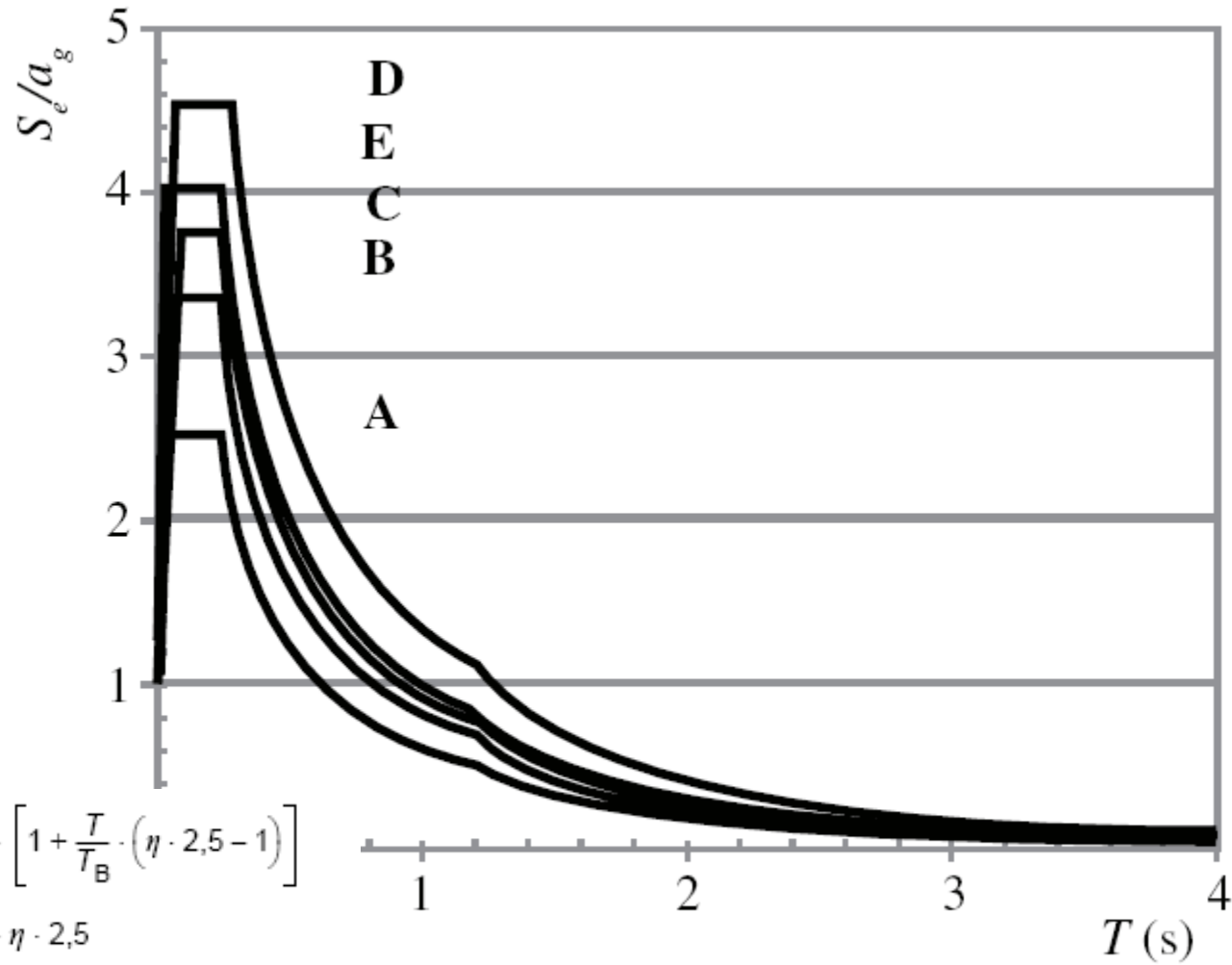
$$T_D \leq T \leq 4s: \quad S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2,5 \left[\frac{T_C T_D}{T^2} \right]$$

$$\eta = \sqrt{10 / (5 + \xi)} \geq 0,55$$

Spectre de Type 1.



Séisme de Type 2				
	S	$T_B(s)$	$T_C(s)$	$T_D(s)$
A	1,0	0,05	0,25	1,2
B	1,35	0,05	0,25	1,2
C	1,5	0,10	0,25	1,2
D	1,8	0,10	0,30	1,2
E	1,6	0,05	0,25	1,2



$$0 \leq T \leq T_B: \quad S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \left[1 + \frac{T}{T_B} \cdot (\eta \cdot 2,5 - 1) \right]$$

$$T_B \leq T \leq T_C: \quad S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2,5$$

$$T_C \leq T \leq T_D: \quad S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2,5 \left[\frac{T_C}{T} \right]$$

$$T_D \leq T \leq 4s: \quad S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2,5 \left[\frac{T_C T_D}{T^2} \right]$$

$$\eta = \sqrt{10 / (5 + \xi)} \geq 0,55$$

Spectre de Type 2.



Sol, séisme lointain (type1) , séisme proche (type 2)

Sol et site	Séisme de Type 1				Séisme de Type 2			
	S	$T_B(s)$	$T_C(s)$	$T_D(s)$	S	$T_B(s)$	$T_C(s)$	$T_D(s)$
A Rocher ou autre formation géologique de ce type comportant une couche superficielle d'au plus 5 m de matériau moins résistant	1,0	0,15	0,4	2,0	1,0	0,05	0,25	1,2
B Dépôts raides de sable, de gravier ou d'argile sur-consolidée, d'au moins plusieurs dizaines de mètres d'épaisseur, caractérisés par une augmentation progressive des propriétés mécaniques avec la profondeur	1,2	0,15	0,5	2,0	1,35	0,05	0,25	1,2
C Dépôts profonds de sable de densité moyenne, de gravier ou d'argile moyennement raide, ayant des épaisseurs de quelques dizaines à plusieurs centaines de mètres	1,15	0,20	0,6	2,0	1,5	0,10	0,25	1,2
D Dépôts de sol sans cohésion de densité faible à moyenne (avec ou sans couches cohérentes molles) ou comprenant une majorité de sols cohérents mous à fermes	1,35	0,20	0,8	2,0	1,8	0,10	0,30	1,2
E Profil de sol comprenant une couche superficielle d'alluvions avec des valeurs de v_s de classe C ou D et une épaisseur comprise entre 5 m environ et 20 m, reposant sur un matériau plus raide avec $v_s > 800$ m/s	1,4	0,15	0,5	2,0	1,6	0,05	0,25	1,2
S ₁ Dépôts composés, ou contenant, une couche d'au moins 10 m d'épaisseur d'argiles molles/vases avec un indice de plasticité élevé (PI > 40) et une teneur en eau importante	Etudes particulières							
S ₂ Dépôts de sols liquéfiables d'argiles sensibles ou tout autre profil de sol non compris dans les classes A à E ou S1	Etudes particulières							



POLYTECH[®]
ORLÉANS

École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

Critère prioritaire

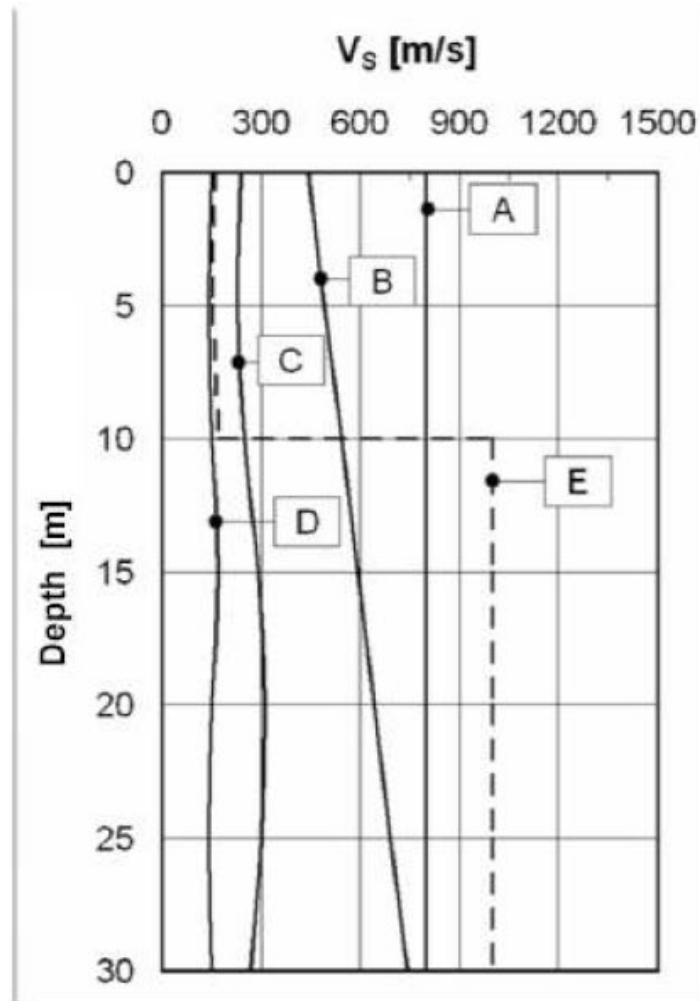
$$v_{s,30} = \frac{30}{\sum_{i=1,N} \frac{h_i}{v_i}}$$

$v_{s,30}$ = vitesse moyenne
des ondes S sur
30 m supérieurs

h_i = épaisseur couche i
 v_i = célérité des ondes S
dans la couche i

Classe de sol	Description du profil stratigraphique	Paramètres		
		$v_{s,30}$ (m/s)	N_{SPT} (coups/30 cm)	c_u (kPa)
A	Rocher ou autre formation géologique de ce type comportant une couche superficielle d'au plus 5 m de matériau moins résistant	> 800	-	-
B	Dépôts raides de sable, de gravier ou d'argile sur-consolidée, d'au moins plusieurs dizaines de mètres d'épaisseur, caractérisés par une augmentation progressive des propriétés mécaniques avec la profondeur	360 – 800	> 50	> 250
C	Dépôts profonds de sable de densité moyenne, de gravier ou d'argile moyennement raide, ayant des épaisseurs de quelques dizaines à plusieurs centaines de mètres	180 – 360	15 – 50	70 – 250
D	Dépôts de sol sans cohésion de densité faible à moyenne (avec ou sans couches cohérentes molles) ou comprenant une majorité de sols cohérents mous à fermes	< 180	< 15	< 70
E	Profil de sol comprenant une couche superficielle d'alluvions avec des valeurs de v_s de classe C ou D et une épaisseur comprise entre 5 m environ et 20 m, reposant sur un matériau plus raide avec $v_s > 800$ m/s			
S_1	Dépôts composés, ou contenant, une couche d'au moins 10 m d'épaisseur d'argiles molles/vases avec un indice de plasticité élevé ($PI > 40$) et une teneur en eau importante.	< 100 (valeur indicative)	-	10 – 20
S_2	Dépôts de sols liquéfiables d'argiles sensibles ou tout autre profil de sol non compris dans les classes A à E ou S_1 .			

**Classes de sol
Eurocode 8**



$V_{S,30} = \frac{30}{\sum_{i=1, N} \frac{h_i}{V_{S_i}}}$ → *Weighted V_s*

$\sum_{i=1, N} t_i$

The diagram shows a layered soil profile with yellow blocks. The thickness of each layer is h_i and the time taken for a particle to travel through it is t_i .

Particular cases:

Types S1, S2 → Special studies



POLYTECH
ORLÉANS

École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

Spectre de calcul élastique

1- Identification de l'accélération de référence a_{gR} (voir les cartes)

2- L'accélération maximale de calcul $a_g = \gamma_I a_{gR}$

Catégorie d'importance	Bâtiments	γ_I
I	Bâtiments d'importance mineure pour la sécurité des personnes, par exemple, bâtiments agricoles, etc.	0,8
II	Bâtiments courants n'appartenant pas aux autres catégories	1,0
III	Bâtiments dont la résistance aux séismes est importante compte tenu des conséquences d'un effondrement, par exemple : écoles, salles de réunion, institutions culturelles, etc.	1,2
IV	Bâtiments dont l'intégrité en cas de séisme est d'importance vitale pour la protection civile, par exemple : hôpitaux, casernes de pompiers, centrales électriques, etc.	1,4



POLYTECH[®]
ORLÉANS

École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

Spectre de réponse en accélération élastique vertical

$$0 \leq T \leq T_B : S_{ve}(T) = a_{vg} \cdot \left[1 + \frac{T}{T_B} \cdot (\eta \cdot 3,0 - 1) \right]$$

$$T_B \leq T \leq T_C : S_{ve}(T) = a_{vg} \cdot \eta \cdot 3,0$$

$$T_C \leq T \leq T_D : S_{ve}(T) = a_{vg} \cdot \eta \cdot 3,0 \left[\frac{T_C}{T} \right]$$

$$T_D \leq T \leq 4s : S_{ve}(T) = a_{vg} \cdot \eta \cdot 3,0 \left[\frac{T_C \cdot T_D}{T^2} \right]$$

Spectre	a_{vg}/a_g	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)
Type 1 (séisme lointain $M_S \geq 5,5$)	0,90	0,05	0,15	1,0
Type 2 (séisme proche $M_S \leq 5,5$)	0,45	0,05	0,15	1,0

Le spectre de réponse vertical de calcul est donné par les expressions du spectre horizontal de calcul avec :

- l'accélération de calcul du sol dans la direction verticale a_{vg} à la place de a_g
- $S = 1,0$
- $q \leq 1,5$ pour tous les matériaux et tous les systèmes structuraux.



spectre de réponse élastique (en pseudo-accélération) vertical (EC8 art. 3.2.2.3)

La composante verticale de l'action sismique est représentée par le spectre $S_{ve}(T)$ caractérisé par les valeurs ci-contre.

Coefficient de sol : **S=1**

$$0 \leq T \leq T_B : S_{ve}(T) = a_{vg} \cdot \left[1 + \frac{T}{T_B} \cdot (\eta \cdot 3,0 - 1) \right]$$

$$T_B \leq T \leq T_C : S_{ve}(T) = a_{vg} \cdot \eta \cdot 3,0$$

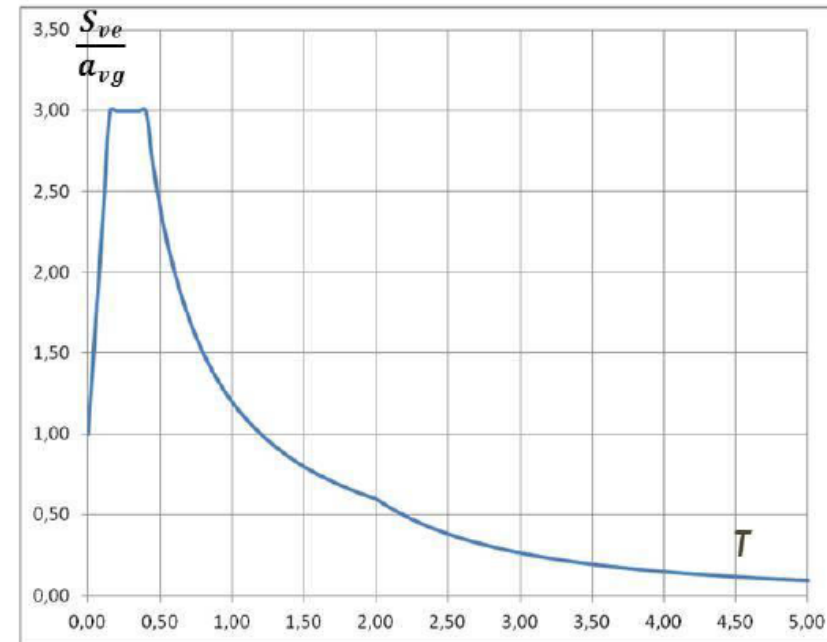
$$T_C \leq T \leq T_D : S_{ve}(T) = a_{vg} \cdot \eta \cdot 3,0 \left[\frac{T_C}{T} \right]$$

$$T_D \leq T \leq 4s : S_{ve}(T) = a_{vg} \cdot \eta \cdot 3,0 \left[\frac{T_C \cdot T_D}{T^2} \right]$$

Spectre de type 1 (Antilles-Méditerranée)			
$\frac{a_{vg}}{a_g}$	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)
0.90	0.15	0.40	2.00

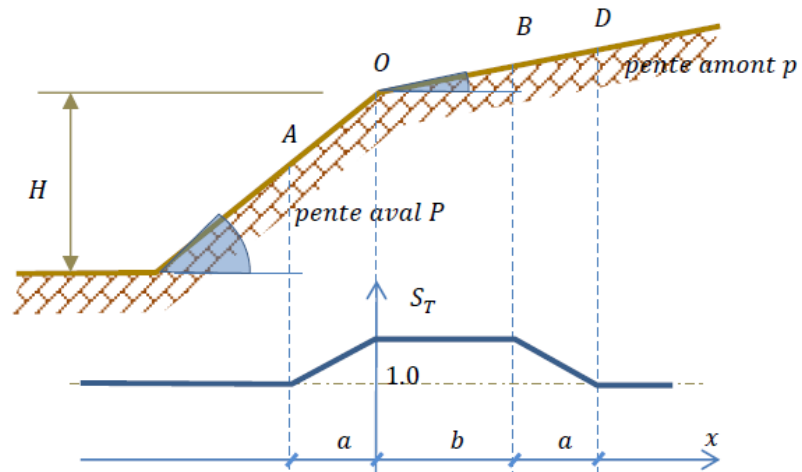
Spectre de type 2 (Nord-Europe)			
$\frac{a_{vg}}{a_g}$	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)
0.80	0.03	0.20	2.50

Valeurs des paramètres décrivant les spectres de réponse élastique verticaux (types 1 & 2) et selon l'arrêté du 22/10/ 2010





Amplification pour effet de site topographique - Art.3.2.2.1 (6)



On calcule :

$$b = \min \left\{ 20 \times P; \frac{H + 10m}{4m} \right\}$$

$$a = \frac{b}{3}$$

$$\Delta P = P - p$$

Entre O (crête) et B (au dessus) :

- Si $\Delta P \leq 0.27$ (angle 15°) alors $S_T = 1.0$
- Si $0.27 \leq \Delta P \leq 0.9$ alors $S_T = 1.0 + 0.8 \times (\Delta P - 0.27)$
- Si $0.9 \leq \Delta P$ alors $S_T = 1.4$

Au-delà de A ou de B : $S_T = 1.0$



POLYTECH[®]
ORLÉANS

École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

Caractéristiques des bâtiments résistant aux séismes

Le roseau ou le chène ?

Les principes qui guident la conception vis-à-vis de l'aléa sismique sont :

- la simplicité de la structure ;
- l'uniformité, la symétrie et l'hyperstaticité ;
- la résistance et la rigidité dans les deux directions ;
- la résistance et la rigidité vis-à-vis de la torsion ;
- l'action des diaphragmes au niveau des planchers ;
- des fondations appropriées.



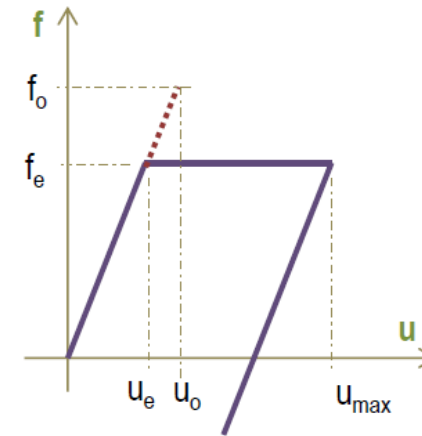
le « chène » : rupture fragile, au delà de la limite de résistance, c'est l'effondrement.

Le « roseau » : rupture « ductile »
Au delà de la limite de résistance, le béton est resté « confiné » dans les armatures. A chaque secousse il est broyé à l'intérieur des armatures. L'effondrement ne se produit pas.





Si le matériau indéfiniment élastique l'effort serait $f_o = K \cdot u_o$.
Du fait des irréversibilités (plasticité, fissuration), l'effort reste plafonné au seuil f_e .



- Autrement dit, à séisme égal, une structure non-élastique se verra moins sollicitée qu'une structure purement (visco)élastique. Afin d'éviter une analyse structurale non-élastique explicite, la ductilité des structures est prise en compte en réalisant une analyse élastique fondée sur un « spectre réduit » par rapport au spectre élastique. Ce spectre est appelé « spectre de calcul » = on introduit un « coefficient de comportement », noté q , qui est une approximation du rapport f_o / f_e entre les forces sismiques que la structure subirait si la réponse était complètement élastique et les forces sismiques réduites pouvant (devant) être utilisées lors du dimensionnement.

Ce coefficient q , réducteur, tient compte également l'amortissement visqueux ; il dépend de la nature des matériaux, du parti constructif, de la classe de ductilité (cf. EC8 art. 5 à 9).

NOTE : Le coefficient de comportement n'influe pas sur les déplacements sismiques.



POLYTECH[®]
ORLÉANS

École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

3- Ductilité de la structure.

On dit "ductile" une structure qui peut subir sans perte de résistance des déformations plastiques alternées.

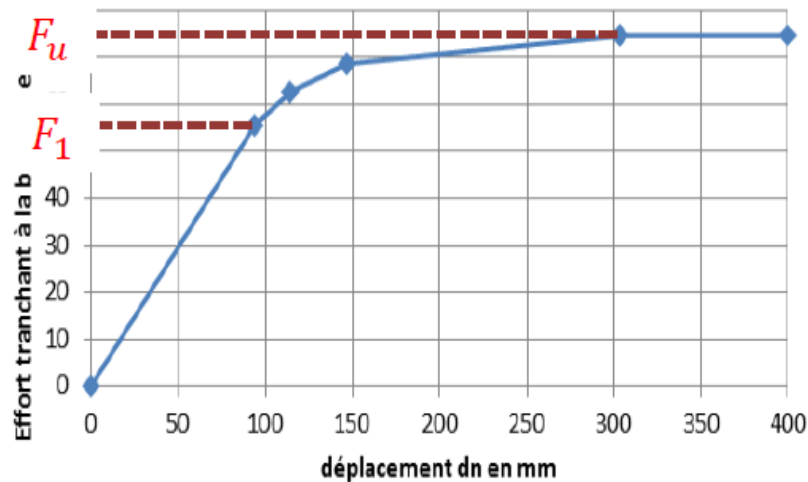
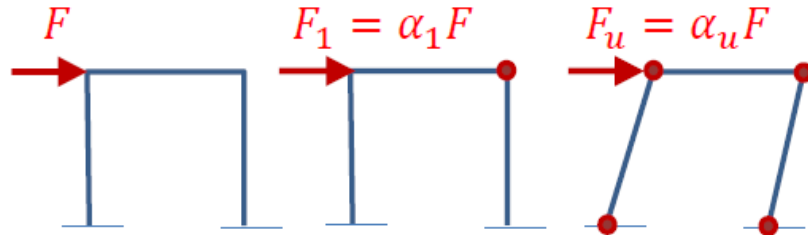
- la structure ductile est capable de subir avec succès le même déplacement qu'une structure qui répondrait de façon purement élastique, mais elle atteint ce résultat avec des éléments structuraux de section moindre ;
- les sollicitations à la fondation sont réduites.

Coefficient du comportement q

Réduction de la charge due à la ductilité. La réduction est comprise entre 1,5 pour les structures peu dissipatives et 6 pour les structures très dissipatives. Le facteur q permet de tenir compte de la capacité de déformation plastique d'une structure tout en effectuant une analyse purement élastique sous un spectre $S_d(T)$.



Ductilité & dissipation d'énergie



Courbe de capacité

3- Ductilité de la structure.

q coefficient de comportement : il rend compte des incursions de la structure en régime plastique au cours du séisme : c'est un coefficient réducteur de sollicitations mais qui n'affecte pas les déplacements

q dépend de la réserve plastique $\frac{\alpha_u}{\alpha_1}$ telle que :

α_1 coefficient multiplicateur de l'action sismique horizontale de calcul à la formation de la première rotule plastique dans le système

α_u coefficient multiplicateur de l'action sismique horizontale de calcul à la formation du mécanisme plastique global

$\frac{\alpha_u}{\alpha_1}$ réserve plastique = $\frac{F_u}{F_1}$, soit tabulée (pages suivantes), soit calculée par la courbe de capacité de la structure. Valeur limitée à 1.5 selon Art. 5.2.2.2(8).



3- Ductilité de la structure.

Coefficients de comportement q (valeurs maximales).

TYPE D'OSSATURE	Classe de Ductilité		
	DCL	DCM	DCH
Portique autostable	1,5 (2*)	4	$5\alpha_u/\alpha_1$
Ossature à triangulation centrée en X	1,5 (2*)	4	4
Ossature à triangulation centrée en V		2	2,5
Ossature à triangulation excentrée	1,5 (2*)	4	$5\alpha_u/\alpha_1$
Pendule inversé	1,5 (2*)	2	$2\alpha_u/\alpha_1$
Portique autostable avec triangulation centrée en X	1,5 (2*)	4	$4\alpha_u/\alpha_1$
Portique autostable avec remplissages en béton ou maçonnerie en contact avec l'ossature mais non connectés	1,5 (2*)	2	2
Portique autostable avec remplissages isolés de l'ossature		4	$5\alpha_u/\alpha_1$

* l'Annexe Nationale peut autoriser $q = 2$ en classe DCL



Valeurs du « rapport de sur-résistance » α_u/α_1		
Type structural (système)	typologie	$\frac{\alpha_u}{\alpha_1}$
Ossature	Bâtiment d'un étage	1,1
	Ossature à une travée de plusieurs étages	1,2
Contreventement mixte équivalent à une ossature	Ossature ou contreventement mixte équivalent à une ossature à plusieurs travées de plusieurs étages	1,3
Contreventement mixte de murs	Système de murs ne comportant que deux murs non couplés par direction horizontale	1,0
	Autres systèmes de murs non couplés	1,1
Contreventement équivalent à des murs	Contreventement mixte équivalent à des murs ou systèmes de murs couplés	1,2

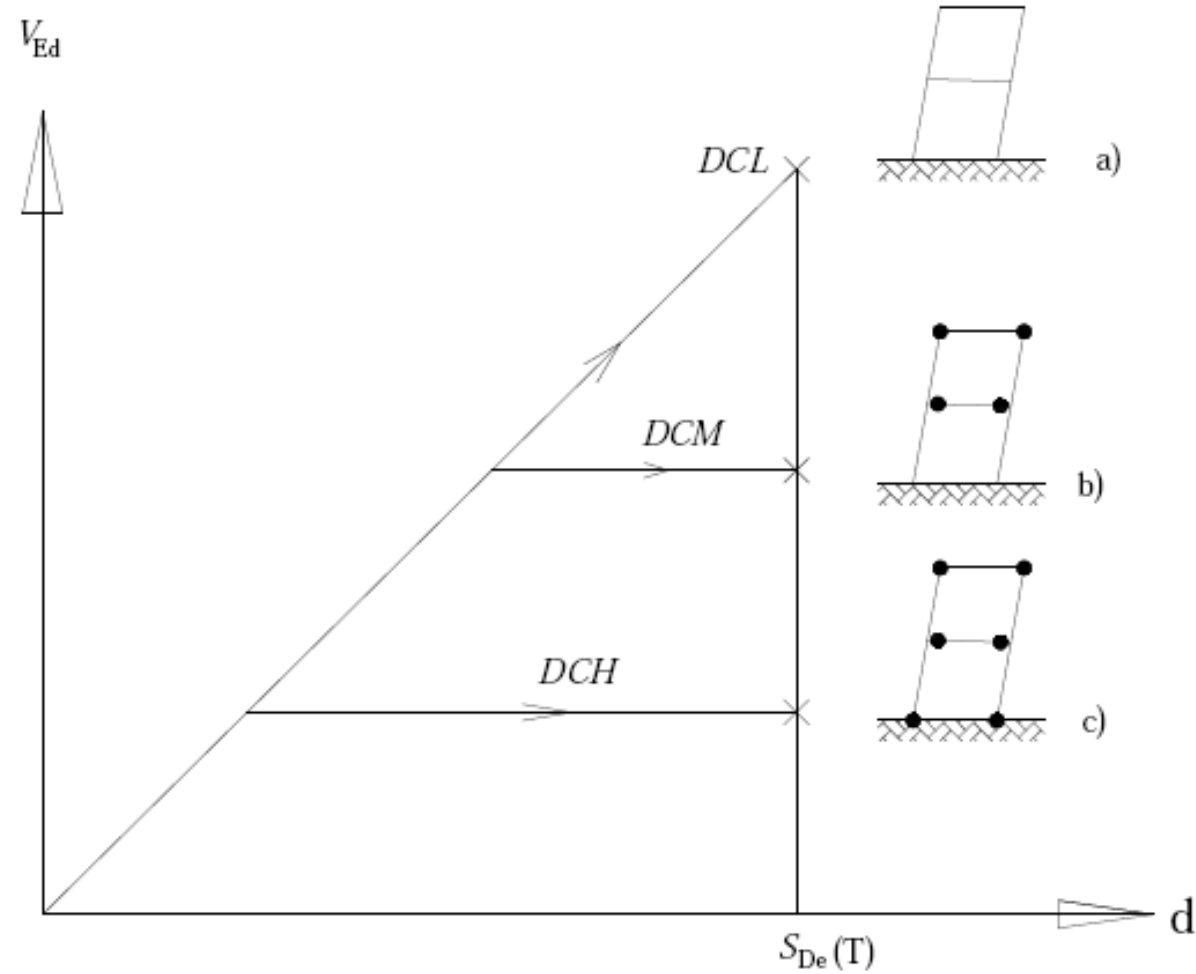


Concept du projet, Classes de Ductilité, valeurs de référence du coefficient de comportement q et classes de section des éléments dissipatifs.

Concept de comportement structural	Classe de Ductilité	Valeur de référence du coefficient q	Classe de section requise pour les éléments dissipatifs
Non dissipatif	DCL ou Ductilité Limitée	$q \leq 1,5$	
Non dissipatif	DCL ou Ductilité Limitée	$1,5 < q \leq 2$	classe 1, 2 ou 3
Dissipatif	DCM ou Ductilité Moyenne	$2 < q \leq 4$	classe 1 or 2
Dissipatif	DCH ou Ductilité Haute	$q > 4$	classe 1



3- Ductilité de la structure.





Elastique

$$0 \leq T \leq T_B: S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \left[1 + \frac{T}{T_B} \cdot (\eta \cdot 2,5 - 1) \right]$$

$$T_B \leq T \leq T_C: S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2,5$$

$$T_C \leq T \leq T_D: S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2,5 \left[\frac{T_C}{T} \right]$$

$$T_D \leq T \leq 4s: S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2,5 \left[\frac{T_C T_D}{T^2} \right]$$

3- Ductilité de la structure Spectre de calcul.

Ductile

$$0 \leq T \leq T_B: S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \left[\frac{2}{3} + \frac{T}{T_B} \cdot \left(\frac{2,5}{q} - \frac{2}{3} \right) \right]$$

$$T_B \leq T \leq T_C: S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q}$$

$$T_C \leq T \leq T_D: S_d(T) \begin{cases} = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \cdot \left[\frac{T_C}{T} \right] \\ \geq \beta \cdot a_g \end{cases}$$

$$T_D \leq T: S_d(T) \begin{cases} = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \cdot \left[\frac{T_C T_D}{T^2} \right] \\ \geq \beta \cdot a_g \end{cases}$$

β est un coefficient fixant la limite inférieure des ordonnées du spectre (valeur recommandée $\beta = 0,2$).



POLYTECH[®]
ORLÉANS

École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

PARASISMIQUE

- **Introduction**
- **Séismes , origines, caractéristiques, aléa sismique**
- **Éléments de base de dynamique de structures**
- **Principes de construction de spectres en accélération et déplacement, Spectres réglementaires (EC8)**
- **Méthode de dimensionnement de structures selon EC8,**
- Exemples de dimensionnement (4TP, 2TD)
- Protection parasismique, dispositifs constructifs
- Rénovation sismique



Pour satisfaire aux exigences fondamentales de non-effondrement et de limitation des dommages, les états limites suivants doivent être vérifiés :

1. Etats limites ultimes (équilibres)

- stabilité d'ensemble (renversement et glissement)
- résistance (structure et sol)
- conditions de ductilité globale et locale
- stabilité de forme
- condition de joint sismique (absence d'entrechoquement)
- compatibilité des déformations de la structure avec celles des éléments non structuraux (sécurité et interaction avec la structure)

2. Etat de limitation des dommages (limites de déformation)

- maintien en fonctionnement des services vitaux
- limitation des déplacements relatifs entre étages



POLYTECH[®]
ORLÉANS

École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

Recommandations EC8 pour le type d'analyse à faire

(1)P ...les effets sismiques et les effets des autres actions présentes dans la situation sismique de calcul peuvent être déterminés sur la base d'un comportement élastique linéaire de la structure.

(2)P **La méthode de référence** pour déterminer les effets sismiques doit être l'analyse modale spectrale utilisant un modèle élastique linéaire de la structure et le spectre

(3) **Deux types d'analyse élastique linéaire:**

a) la «méthode d'analyse par forces latérales» pour les bâtiments réguliers

b) «l'analyse modale utilisant le spectre de réponse» applicable à tous les bâtiments

(4) Alternativement des méthodes non linéaires peuvent être utilisées:

c) l'analyse statique non linéaire (analyse en poussée progressive, «push-over») ;

d) l'analyse chronologique non linéaire (dynamique),



a) Méthodes spectrales

- Calcul statique équivalent ou « méthode des forces latérales » (calcul monomodal) : déformée forfaitaire
Méthode applicable si le bâtiment est régulier, $T \leq 4T_c$ et $T \leq 2$ s
- Analyse modale spectrale : déformée calculée

b) Calcul dynamique direct

méthode appelée également « chronologique »
ou « pas-à-pas » : à partir d'accélérogrammes

c) Analyse en poussée progressive (pushover)

méthode appelée également « en déplacement »,
la construction est dimensionnée pour un déplacement cible



Considérations générales

1- Masses sismiques

Masses sismiques à prendre en compte (EC8 art. 3.2.4 et 4.2.4) Les effets d'inertie de l'action sismique de calcul doivent être évalués en prenant en compte la présence des masses associées aux charges gravitaires permanentes **G** et variables **Q** combinées selon la relation :

$$M = \sum_j \frac{G_{k,j}}{g} + \sum_i \left[\psi_{E,i} \cdot \frac{Q_{k,i}}{g} \right]$$

- $G_{k,j}$ valeur caractéristique de la jème charge permanente ;
- $Q_{k,i}$ valeur caractéristique de la ième charge variable ;
- g accélération de la pesanteur = $9,81\text{N/kg} = 9,81\text{m/s}^2$
- $\Psi_{E,i}$ coefficient de combinaison de la masse associée à l'action variable i dans la situation sismique de calcul :

$$\psi_{E,i} = \varphi_i \cdot \psi_{2i}$$



Masses sismiques à prendre en compte (coefficients ψ_{2j})

L'EN NF 1990 « base de calcul des structures » définit 3 types de combinaisons d'action et des coefficients de combinaison associés à chacun d'eux (cf. extraction ci-dessous).

Action (selon la catégorie du bâtiment)	Type de combinaison & coefficient associé		
	Fondamentale ψ_0	Accidentelle ψ_1	Sismique ψ_2
Charges d'exploitation des bâtiments, catégorie (voir EN 1991-1.1) :			
Catégorie A : habitation, zones résidentielles	0,7	0,5	0,3
Catégorie B : bureaux	0,7	0,5	0,3
Catégorie C : lieux de réunion	0,7	0,7	0,6
Catégorie D : commerces	0,7	0,7	0,6
Catégorie E : stockage	1,0	0,9	0,8
Catégorie F : zone de trafic, véhicules de poids ≤ 30 kN	0,7	0,7	0,6
Catégorie G : zone de trafic, véhicules de poids ≥ 30 kN	0,7	0,5	0,3
Catégorie H : toits	0	0	0
Charge due à la neige (voir EN 1991-1-5) hors pays nordiques :			
Lieux situés à une altitude $H > 1\ 000$ m	0,70	0,50	0,20
Lieux situés à une altitude $H \leq 1\ 000$ m	0,50	0,20	0
Charges dues au vent sur les bâtiments (voir EN 1991-1-4)	0,60	0,20	0
Température (hors incendie) dans les bâtiments (voir EN 1991-1-5)	0,60	0,50	0



Considérations générales

1- Masses sismiques

Valeurs du coefficient φ pour différentes catégories de structures

Type d'action variable	Etage	φ
Catégories A à C	Toit	1,0
	Etages à occupations corrélées	0,8
	Etages à occupations indépendantes	0,5
Catégories D à F et archives		1,0
Pont roulant (annexe France)	Masse propre du pont roulant	1,0
	Masse suspendue séisme horizontal	0,0
	Masse suspendue séisme vertical	0,2



Considérations générales

2- Rigidité

Rigidité à prendre en compte pour les éléments en béton

La rigidité des éléments structuraux en béton doit tenir compte de la fissuration (art. 4.3.1). A défaut d'une analyse plus détaillée, la rigidité élastique à la flexion et au cisaillement des éléments en béton armé est prise égale à la moitié de la rigidité des éléments non-fissurés.

Élément	Rigidité à la flexion	Rigidité à l'effort tranchant	Rigidité à l'effort normal
Poutres non précontraintes	$0,5E_{cd}I$	$G_{cd}A_w$	
Poutres précontraintes	$E_{cd}I$	$G_{cd}A_w$	
Poteaux comprimés	$0,7E_{cd}I$	$G_{cd}A_w$	$E_{cd}A_c$
Poteaux tendus	$0,5E_{cd}I$	$G_{cd}A_w$	$E_{sd}A_s$
Murs et diaphragmes non fissurés	$E_{cd}I$ ($\sigma_t < f_{ctm}$)	$G_{cd}A_w$ ($V_{Ed} < V_{Rd,c}$)	$E_{cd}A_c$
Murs et diaphragmes fissurés	$0,5E_{cd}I$ ($\sigma_t > f_{ctm}$)	$0,5G_{cd}A_w$ ($V_{Ed} > V_{Rd,c}$)	$E_{cd}A_c$



En vue de son dimensionnement sismique une structure peut être classée comme :

- structure régulière ;
 - structure irrégulière.
- Ce critère s'appliquant à la géométrie du bâtiment soit en plan, soit en élévation.
- Ce critère impacte sur le choix des modèles de calcul employés pour le dimensionnement sismique et selon les modalités spécifiées par le **tableau 4.1** ci-dessous.

Régularité		Simplifications admises		Coef. q
En Plan	En Elévation	Modèle	Analyse élastique linéaire	(pour analyse linéaire)
Oui	Oui	Plan	Force latérale ^{a)}	Valeur de référence
Oui	Non	Plan	Modale	Valeur minorée ^{c)}
Non	Oui	Spatial ^{b)}	Force latérale ^{a)}	Valeur de référence
Non	Non	Spatial	Modale	Valeur minorée

^{a)} La période propre T_1 doit être inférieure à $4.T_C$ et à $2.0s$ (art. 4.3.3.2).

^{b)} Un modèle plan séparé dans chaque direction horizontale peut être utilisé sous certaines conditions.

^{c)} Valeur minorée = Valeur de référence $\times 0.8$.



POLYTECH
ORLÉANS

École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

Considérations générales : Régularité

Critères de régularité en plan

1- approximativement symétrique en plan par rapport à deux directions orthogonales (masse et raideur)

2- L'élanement $k = L_{\max}/L_{\min}$ de la section en plan du bâtiment < 4 ,
 L_{\max} et L_{\min} sont respectivement la plus grande et la plus petite dimension en plan du bâtiment mesurées dans les directions orthogonales.

3- À chaque niveau et pour chaque direction de calcul x et y , l'excentricité structurale **doit vérifier les deux conditions** ci-dessous, qui sont exprimées pour la direction de calcul y :

$$e_{ox} \leq 0,30 \cdot r_x \quad r_x \geq I_s$$

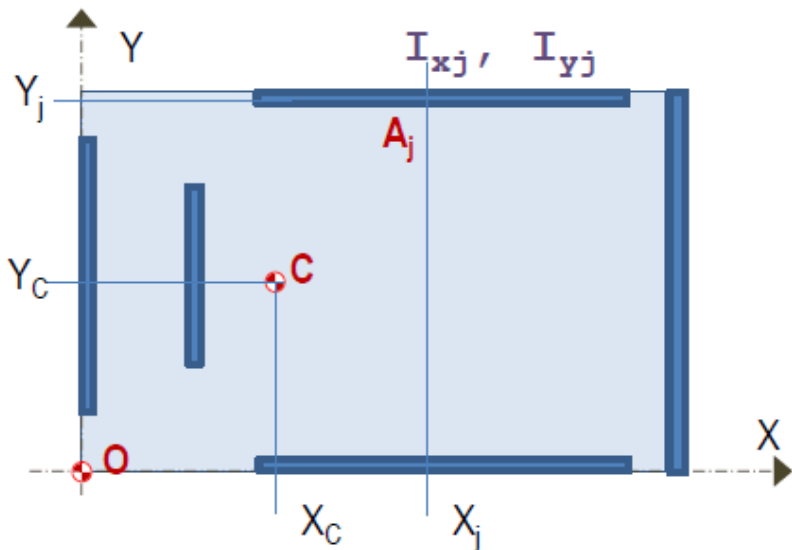
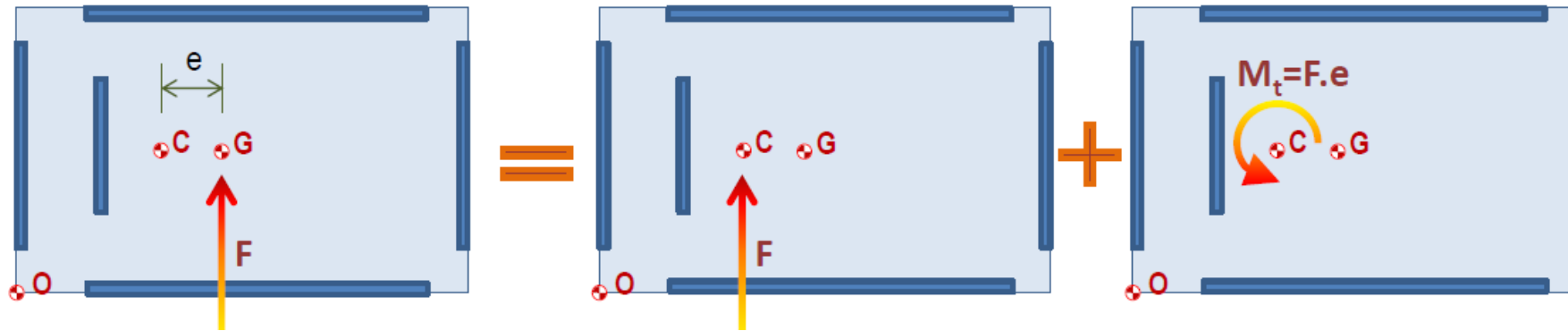
où : e_{ox} est la distance entre le centre de rigidité et le centre de gravité;

r_x est la racine carrée du rapport de la rigidité de torsion à la rigidité latérale dans la direction y («rayon de torsion»);

I_s est le rayon de giration massique du plancher en plan (racine carrée du rapport entre le moment d'inertie polaire du plancher en plan par rapport au centre de gravité du plancher et la masse du plancher).



Critères de régularité en plan (modalités) - excentricité en torsion



centre de torsion

$$X_C = \frac{\sum_j X_j \cdot I_{yj}}{\sum_j I_{yj}}$$
$$Y_C = \frac{\sum_j Y_j \cdot I_{xj}}{\sum_j I_{xj}}$$

$$e_{ox} = X_G - X_C$$

$$e_{oy} = Y_G - Y_C$$



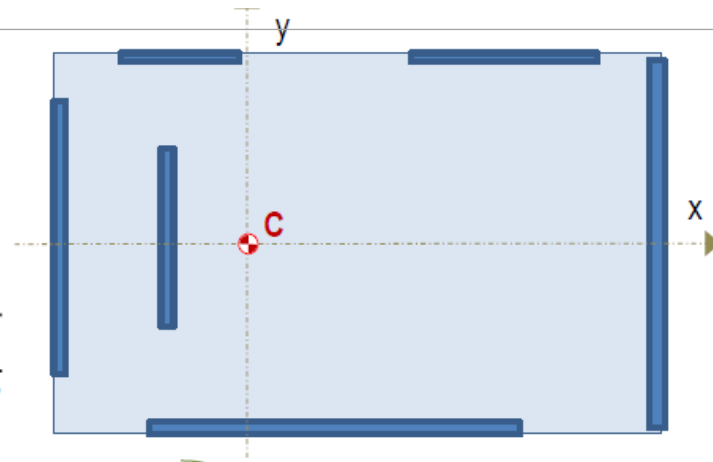
CALCUL DES ACTIONS SISMIQUES

Régularité en plan : modalités (suite)

❖ Calcul des rayons de torsion r_x et r_y

Les rayons de torsion selon les deux directions principales sont définis par la relation suivante :

$$\text{rayon de torsion} = \sqrt{\frac{\text{rigidité à la torsion}}{\text{rigidité de flexion dans la direction considérée}}}$$



$$r_x = \sqrt{\frac{\sum_i (x_i^2 \cdot I_{yi} + y_i^2 \cdot I_{xi})}{\sum_i I_{xj}}} \quad \text{et} \quad r_y = \sqrt{\frac{\sum_i (x_i^2 \cdot I_{yi} + y_i^2 \cdot I_{xi})}{\sum_i I_{yj}}}$$

Dans le système d'axes centré sur le centre de raideur C

❖ Calcul du rayon de giration massique du plancher l_s

$$\text{Par définition : } l_s = \sqrt{\frac{\text{inertie polaire}/G}{\text{masse}}} = \sqrt{\frac{\sum r_i^2 \cdot M_i + \int \bar{m} \cdot r^2 dA}{\sum M_i + \int \bar{m} \cdot dA}}$$



Dans le système d'axes centré sur le centre d'inertie G

Pour un plancher rectangulaire :

$$\int \bar{m} \cdot dA = \bar{m} \cdot L_{min} \times L_{max} \times \frac{1}{12} (L_{min}^2 + L_{max}^2)$$

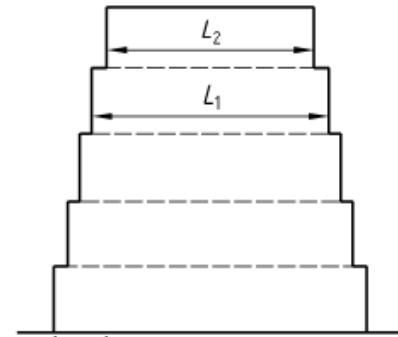
(pour les autres configurations, utiliser les formules de Huygens)



Considérations générales : Régularité

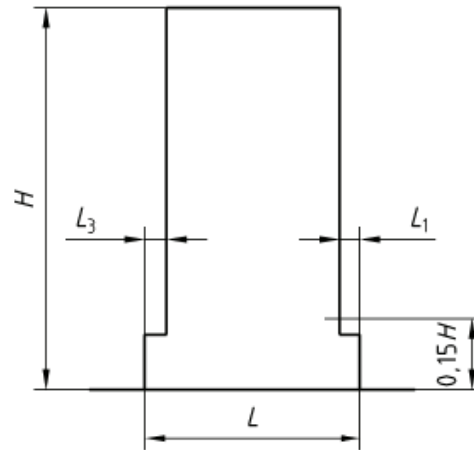
Critères de régularité en hauteur

a)



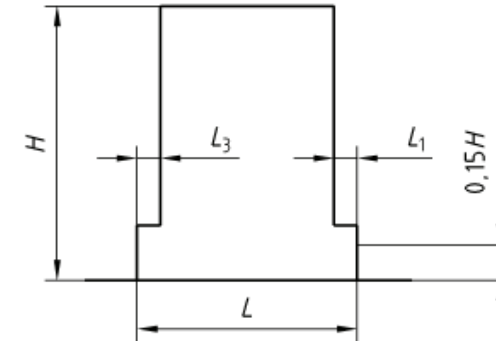
Critère pour a) : $\frac{L_1 - L_2}{L_1} \leq 0,20$

c) (Le retrait a lieu en dessous de 0,15 H)



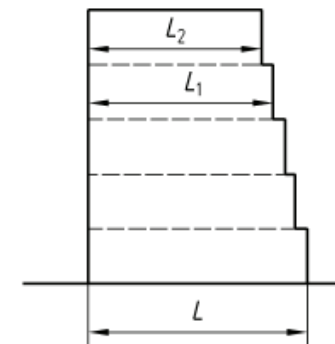
Critère pour c) : $\frac{L_3 + L_1}{L} \leq 0,50$

b) (le retrait a lieu au-dessus de 0,15 H)



Critère pour b) : $\frac{L_3 + L_1}{L} \leq 0,20$

d)



Critères pour d) :

$$\frac{L - L_2}{L} \leq 0,30$$

$$\frac{L_1 - L_2}{L_1} \leq 0,10$$

Figure 4.1 — Critères de régularité des bâtiments avec retraits



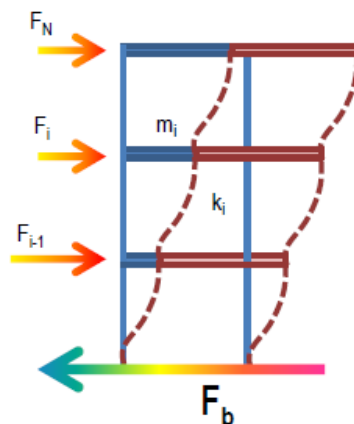
Méthode d'analyse par forces latérales (art. 4.3.3.2)

❖ Champ d'application

- ✓ Bâtiment dont la réponse ne dépend que du mode fondamental dans chaque direction ;
- ✓ Il faut pour cela – art. 4.3.3.2.1(2) :
 - Que le bâtiment satisfasse les conditions de régularité en élévation ;
 - Que les périodes propres T_1 selon les deux directions satisfassent la condition
$$T_1 \leq \inf(4 \times T_C ; 2,0s)$$

❖ Effort tranchant à la base de la structure

L'effort tranchant sismique F_b à la base, selon chaque direction principale, est déterminé par la relation :



$$F_b = S_d(T_1) \cdot m \cdot \lambda$$

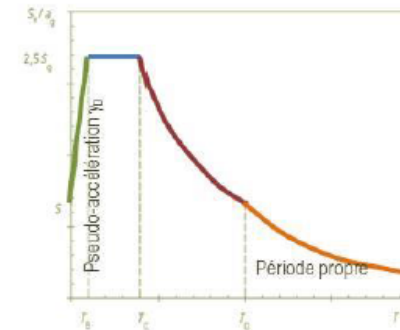
$S_d(T_1)$

m

λ

ordonnée du spectre de calcul pour la période T_1 ;
masse totale du bâtiment au dessus des fondations ;
Coefficient correcteur :

- $\lambda=0.85$ si $T_1 \leq 2T_C$ et plus de 2 étages ;
- $\lambda=1.0$ sinon.





POLYTECH
ORLÉANS

École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

Méthode des forces latérales

Evaluation de la période propre d'une structure

Méthode empirique

Pour les bâtiments jusqu'à 40 m de hauteur, une valeur approchée de T_1 (en s) peut être obtenue par l'expression suivante

$$T_1 = C_t \cdot H^{3/4}$$

C_t est **0,085** dans le cas des portiques spatiaux en acier,

0,075 pour les portiques spatiaux en béton

0,050 pour toutes les autres structures

pour les **structures avec des murs de contreventement en béton ou en maçonnerie**

$$C_t = 0,075 / \sqrt{A_c}$$

$$A_c = \sum \left[A_i \cdot \left(0,2 + \left(l_{wi} / H \right) \right)^2 \right]$$

A_c est l'aire effective totale des sections des murs de contreventement au premier niveau du bâtiment, en m² ;

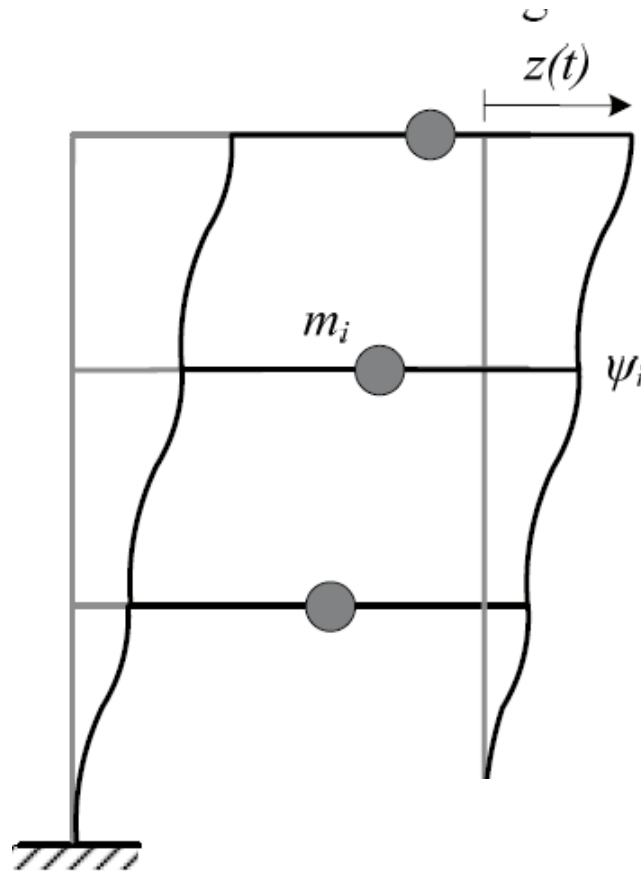
A_i est l'aire effective de la section transversale du mur de contreventement dans la direction considérée i au premier niveau du bâtiment, en m² ;

l_{wi} est la longueur du mur de contreventement i au premier niveau dans la direction parallèle aux forces appliquées, en m, sous la condition que l_{wi}/H ne dépasse pas 0,9.



POLYTECH[®]
ORLÉANS

École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans



Méthode des forces latérales

Evaluation de la période propre d'une structure

La méthode de Rayleigh

$$\omega_n^2 = \mathfrak{R}(\mathbf{v}) = \frac{\boldsymbol{\psi}^T \mathbf{K} \boldsymbol{\psi}}{\boldsymbol{\psi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\psi}}$$

Pour un vecteur quelconque

$$\mathfrak{R}(\mathbf{v}) = \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{K} \mathbf{v}}{\mathbf{v}^T \mathbf{M} \mathbf{v}}$$

$$\mathbf{v} = \sum_{j=1}^N \beta_j \boldsymbol{\psi}_j$$

Or

$$\mathbf{v}_i^t \mathbf{M} \mathbf{v}_j = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq j \\ \beta_i > 0 & \text{si } i = j \end{cases} ; \mathbf{v}_i^t \mathbf{K} \mathbf{v}_j = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq j \\ \omega_i \beta_i > 0 & \text{si } i = j \end{cases}$$



$$\Re(\mathbf{v}) = \frac{\omega_1^2 \beta_1^2 + \omega_2^2 \beta_2^2 + \dots + \omega_N^2 \beta_N^2}{\beta_1^2 + \beta_2^2 + \dots + \beta_N^2}$$

$$\Re(\mathbf{v}) = \omega_1^2 \frac{1 + (\beta_2/\beta_1)^2 (\omega_2/\omega_1)^2 + \dots + (\beta_N/\beta_1)^2 (\omega_N/\omega_1)^2}{1 + (\beta_2/\beta_1)^2 + \dots + (\beta_N/\beta_1)^2}$$

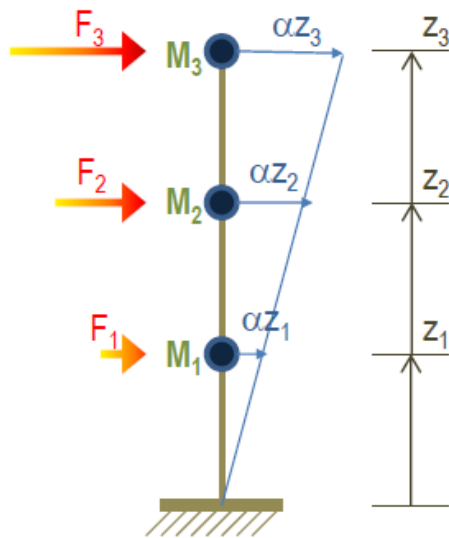
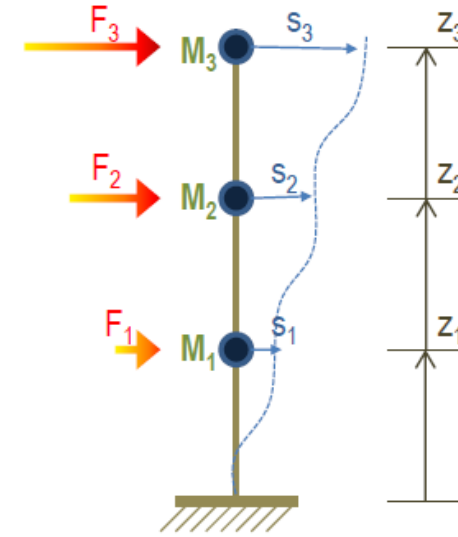
$$\omega_1 \leq \omega_2 \leq \dots \leq \omega_N$$

$$\Re(\mathbf{v}) \geq \omega_1^2$$

qu'on obtient une bonne approximation de la fréquence propre du système même en utilisant une fonction de forme qui n'est pas très proche de la forme exacte du mode fondamental de vibration.



- ❖ Distribution des forces sismiques horizontales en élévation
- ✓ La forme du mode fondamental $s(x)$ dans chaque direction d'analyse horizontal est établi à l'aide de méthodes de dynamique des structures ;
- ✓ Les effets de l'action sismique sont déterminés en appliquant, dans les deux modèles plans, des forces horizontales F_i à chaque étage de masse m_i :



$$F_i = F_b \cdot \frac{s_i \cdot m_i}{\sum s_j \cdot m_j}$$



Si les déplacements horizontaux sont supposés croître linéairement suivant l'altitude z , alors :

$$F_i = F_b \cdot \frac{z_i \cdot m_i}{\sum z_j \cdot m_j}$$



❖ Distribution des forces sismiques horizontales dans le plan

Les forces sismiques horizontales $F_{u,i}$, une fois déterminées pour chaque direction u du séisme, sont réputées s'appliquer au centre de masse G du plancher considéré ; elles sont ensuite distribuées dans les éléments de contreventement en supposant les planchers rigides dans leur plan [EC8 art. 4.3.3.2 (4)].

Deux effets doivent être pris en compte :

✓ EFFET DE LA FLEXION D'ENSEMBLE

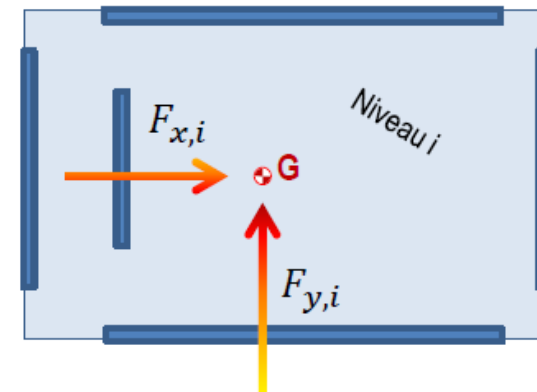
L'effort repris en tête de l'élément de contreventement j du fait de la flexion d'ensemble du niveau i est ainsi proportionnel à sa rigidité à la flexion dans ledit niveau.

- Ainsi, pour le séisme agissant selon la direction x :

$$F_{x,ij} = F_{x,i} \times \frac{I_{x,ij}}{\sum_k I_{x,ik}}$$

- et pour le séisme agissant selon la direction y :

$$F_{y,ij} = F_{y,i} \times \frac{I_{y,ij}}{\sum_k I_{y,ik}}$$



NOTATION : $I_{u,ij}$ = inertie dans la direction u du contreventement n° j du plancher n° i (niveau n° i).



POLYTECH®

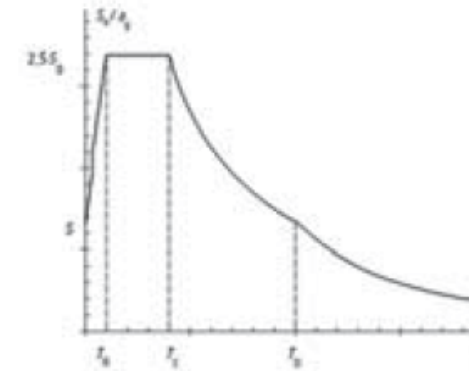
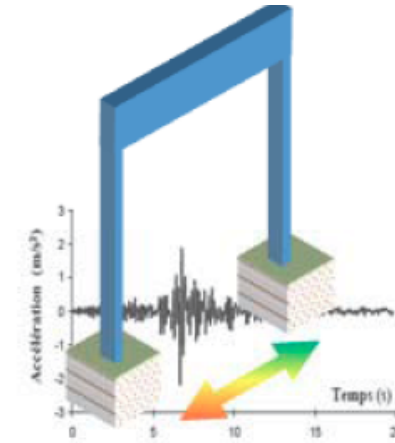
Méthode des forces latérales

Principe général :

1. Analyse de structure et modèle d'oscillateur simple équivalent & détermination des caractéristiques ***m et k*** ;
2. Détermination de la pulsation propre **ω** [rad/s] ;
3. Détermination de la période propre **$T=2\pi/\omega$** [s] ;
4. Report de la période propre sur le spectre enveloppe et déduction de l'accélération élastique **S_e** en tenant compte de l'amortissement ;
5. Calcul de la force statique équivalente de calcul

$$F = m \cdot S_e$$

6. Calcul des sollicitations maximales produites par le séisme (règles de la RDM + règlement de construction approprié).

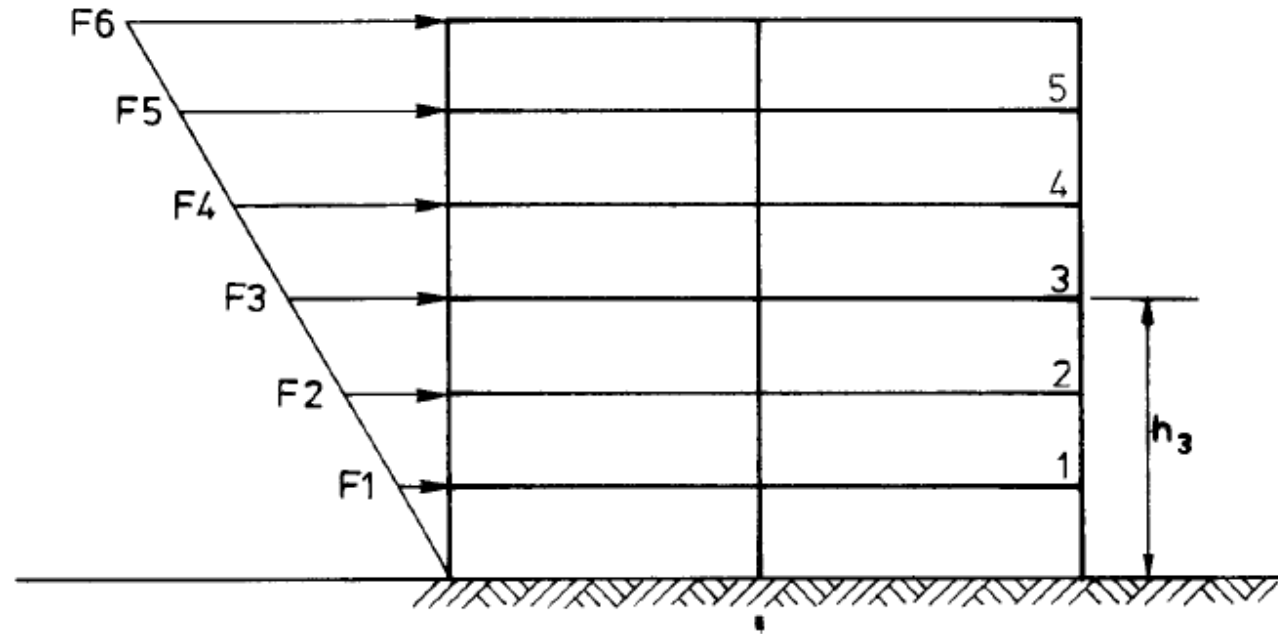




Méthode d'analyse par forces latérales (schéma de principe)

$$F_b = S_d(T_1) \cdot m \cdot \lambda$$

$$F_i = F_b \cdot \frac{s_i \cdot m_i}{\sum s_j \cdot m_j}$$



Distribution des forces en se basant sur les résultats de l'analyse modale (mode fondamentale)



POLYTECH[®]
ORLÉANS

École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

a) **Méthodes spectrales**

- Calcul statique équivalent ou « méthode des forces latérales » (calcul monomodal) : déformée forfaitaire
Méthode applicable si le bâtiment est régulier, $T \leq 4T_c$ et $T \leq 2$ s
- **Analyse modale spectrale : déformée calculée**

b) **Calcul dynamique direct**

méthode appelée également « chronologique »
ou « pas-à-pas » : à partir d'accélérogrammes

c) **Analyse en poussée progressive (pushover)**

méthode appelée également « en déplacement »,
la construction est dimensionnée pour un déplacement cible



Rappel de l'oscillateur MDDL et solution modale

Analogie avec l'oscillateur 1DDL

$u \rightarrow U$ vecteur déplacement $u' \rightarrow U'$ vecteur vitesse

$u'' \rightarrow U''$ vecteur accélération $p \rightarrow P$ vecteur forces extérieures aux noeuds

$m \rightarrow M$ matrice des masses (diagonale) $c \rightarrow C$ matrice des amortissements

$k \rightarrow K$ matrice de rigidité

$$U(t) = \sum b_j d_j \sin(\omega_j t + \theta_j) \text{ pour } j=1, n$$

Le mouvement global est la somme de n harmoniques appelées "modes de vibrations" chacune caractérisée par :

- une pulsation ω_j et donc une période propre $T_j = 2\pi / \omega_j$
- un vecteur déformation D_j appelé "déformée modale"
- un coefficient b_j , qui fixe l'amplitude des déplacements

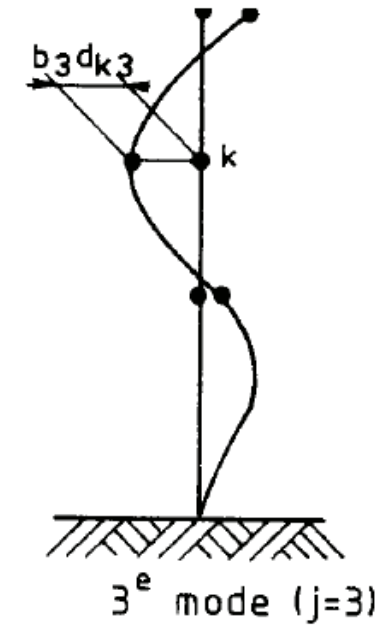
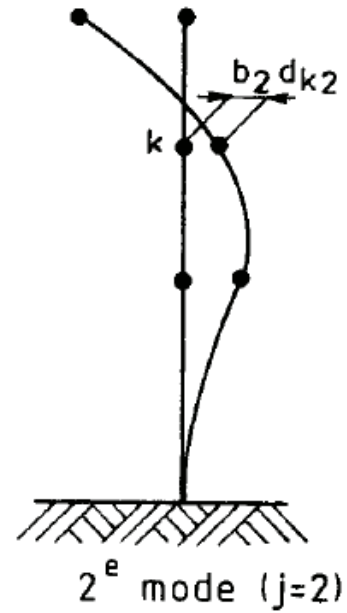
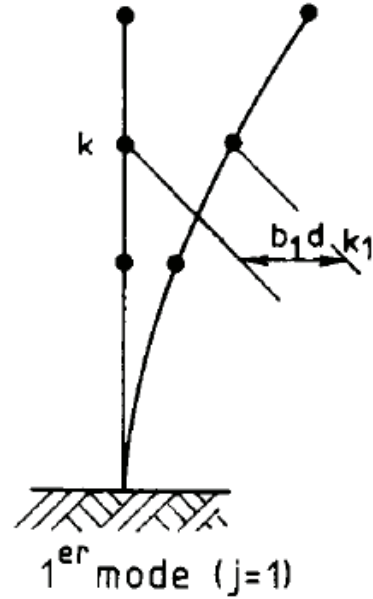


Méthode d'analyse modale utilisant les spectres de réponse (art. 4.3.3.3)

- ❖ Analyse applicable aux bâtiments ne satisfaisant pas les conditions indiquées en 4.3.3.2.1(2).
- ❖ Les réponses de tous les modes contribuant significativement à la réponse globale doivent être pris en compte :
 - La somme des masses modales des modes considérés supérieure ou égale à 90% de la masse totale M_t .
 - Tout mode de masse nodale $\tilde{M}_j = \frac{([D_j]^T [M^\Delta])^2}{[D_j]^T [M] [D_j]} = \frac{(\sum_k m_k \cdot D_{j,k})^2}{\sum_k m_k \cdot D_{j,k}^2}$ supérieure à 5% M_t ;
 - Dans le cas de bâtiments où la contribution du mode de torsion est significative et que les conditions ci-dessus ne sont pas respectées, un modèle spatial est requis avec un nombre minimal k de modes tel que $k \geq 3\sqrt{n}$ (n = nombre de niveaux au dessus des fondations) et $T_k \leq 0,20s$ (T_k est la période du mode k).
- ❖ Les forces statiques horizontales équivalentes au séisme sont calculées mode par mode par la relation :

$$F_{j,i} = S_d(T_j) \cdot \tilde{M}_j \cdot \frac{m_i \cdot D_{j,i}}{\sum_k m_k \cdot D_{j,k}}$$

L'effort tranchant global à la base est donc exprimé par : $F_{bj} = S_d(T_j) \cdot \tilde{M}_j$



$$U_k = b_1 d_{k1} \sin(\omega_1 t + \theta_1) + b_2 d_{k2} \sin(\omega_2 t + \theta_2) + \dots$$

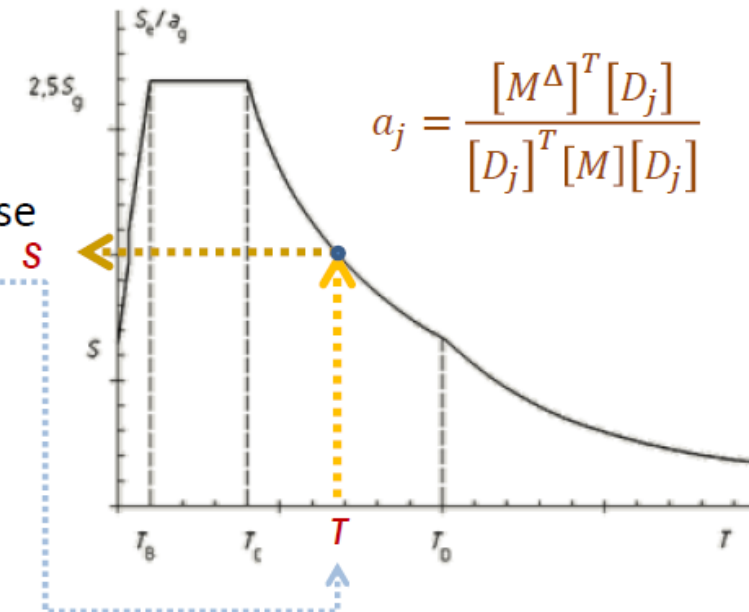
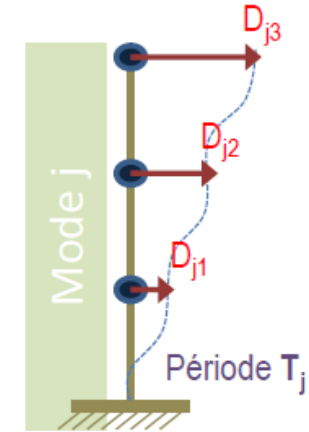


DURABLES (COD)

Spectre enveloppe de pseudo-accélération : mode d'emploi (principe)

❖ Cas de l'oscillateur multiple à plusieurs masses concentrées

1. Analyse de structure et modèle d'oscillateur multiple à masse concentrée ou cohérente ;
2. Détermination des matrices $[M]$, $[K]$ et $[M^\Delta]$;
3. Détermination des pulsations propres ω_j et des périodes propres T_j ;
4. Détermination des modes propres $[D_j]$ (et, optionnellement, normalisation par rapport à la matrice de masse) ;
5. Détermination des facteurs de participation α_j ;
6. Choix d'un facteur de viscosité ξ ;
7. Report des périodes propres sur le spectre de réponse et déduction des pseudo-accélération $S(\omega_j, \xi)$;
8. Calcul des forces statiques modales maximales équivalentes au séisme dans le mode j :
$$[F_j] = \alpha_j \cdot [M] \cdot [D_j] \cdot S(\omega_j, \xi)$$
9. Modèle de calcul des réponses (solicitations, déplacements) et combinaison quadratique des réponses modales pour former la réponse globale.





BOUTECU®

Réponse maximale de l'oscillateur multiple soumis à un séisme (*suite*)

❖ Réponse maximale globale par combinaison des réponses modales

La réponse d'une structure $[R]$ s'énonce en terme de déplacement, de force équivalente, de moment fléchissant ou d'effort tranchant, etc...

L'analyse modale permet de dégager les réponses maximales pour chaque mode pris séparément $[R_j]$. On désigne par R_{ji} la $i^{\text{ème}}$ composante de la réponse du $j^{\text{ème}}$ mode.

Les réponses maximales obtenues pour chaque mode ne sont pas concomitantes aussi serait-il extrêmement pénalisant que de les cumuler pour estimer la réponse maximale globale.

$$R_i^{\max} \leq \sum_{j=1}^N |R_{ji}^{\max}|$$

De façon plus réaliste les réponses modales doivent être combinées selon une « **combinaison quadratique complète** » (CQC) prenant aussi en compte la possibilité de couplage des modes entre eux:

$$R_i^{\max} = \sqrt{\sum_{j=1..N, k=1..N} \rho_{jk} \cdot R_{ji}^{\max} \times R_{ki}^{\max}}$$

ρ_{jk} est le coefficient de corrélation d'expression (voir PS92 NF P 06-013 art. 6,623) :

$$\rho_{jk} = \frac{8\sqrt{\omega_j \xi_j \omega_k \xi_k} (\omega_j \xi_j + \omega_k \xi_k) \omega_j \omega_k}{(\omega_j^2 - \omega_k^2)^2 + 4(\omega_j^2 + \omega_k^2)\omega_j \xi_j \omega_k \xi_k + 4(\xi_j^2 + \xi_k^2)\omega_j^2 \omega_k^2} \quad \text{avec } \zeta_{jk} ("xi") = \frac{\omega_j}{\omega_k}$$



❖ Réponse maximale globale par combinaison des réponses modales (fin)

Lorsque les facteurs d'amortissements de deux modes sont identiques :

$$\zeta_{jk} = \frac{\omega_j}{\omega_k}, \xi = \xi_j = \xi_k \Rightarrow \rho_{jk} = \frac{8\xi^2 \sqrt{\zeta_{jk}} (\zeta_{jk} + 1) \zeta_{jk}}{(\zeta_{jk}^2 - 1)^2 + 4(\zeta_{jk}^2 + 1)\zeta_{jk} \xi^2 + 8\xi^2 \zeta_{jk}^2}$$

- ✓ Le facteur de corrélation vaut donc 1 lorsque les pulsations propres de deux modes coïncident ;
- ✓ Le facteur de corrélation tend vers zéro lorsque les pulsations diffèrent de plus de 10%.

Lorsque les réponses modales peuvent être considérées indépendantes l'une de l'autre ($1,1 < \zeta_{jk} < 0,9$) la réponse globale peut être estimée par une « **combinaison quadratique simple** » (SRSS) :

$$R_i^{\max} = \sqrt{\sum_{j=1}^N (R_{ji}^{\max})^2}$$

(NF EN 1998-1 Art. 4.3.3.3.2)

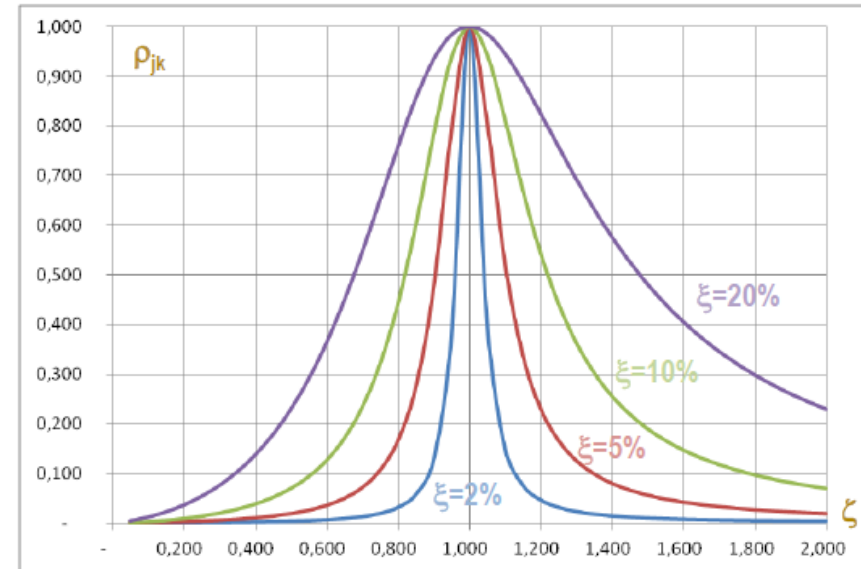


Fig. Evolution du coef. de corrélation avec le rapport des pulsations de deux modes ζ_{jk} .



POLYTECH[®]
ORLÉANS

École d'Ingénieurs de l'Université d'Orléans

Méthode de calcul spectrale EC8

Cumulation des sollicitations des divers modes.

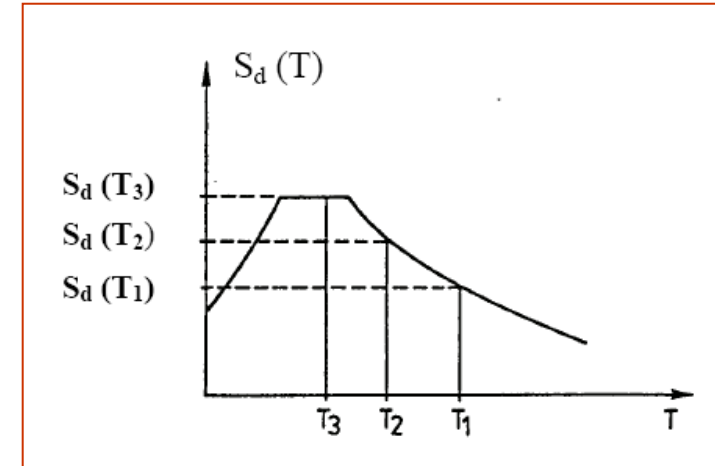
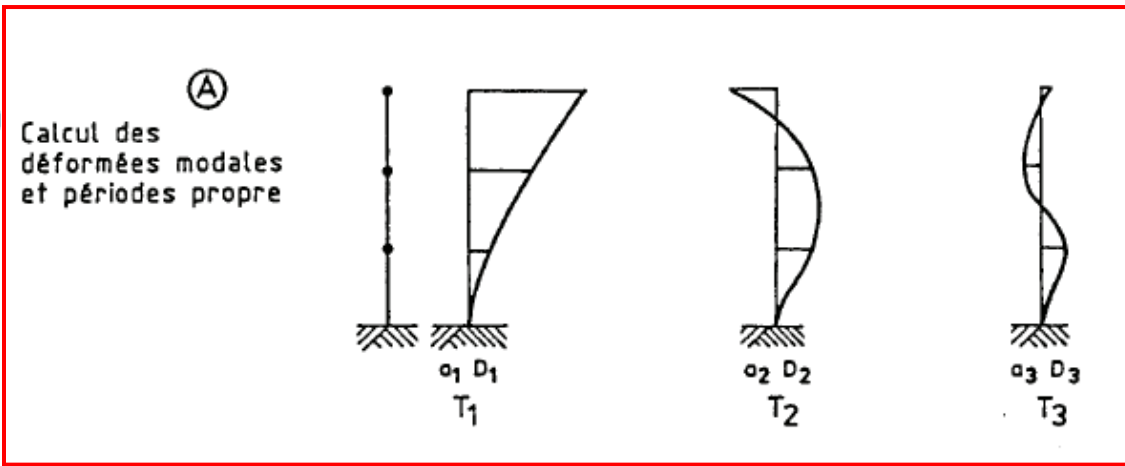
Les valeurs des pseudo accélérations $S_{De}(T_j)$ données par le spectre de réponse sont des maxima dans chaque mode et il est peu probable que ces maxima surviennent au même instant t .

Moyenne quadratique (SRSS - cas particulier du CQC).

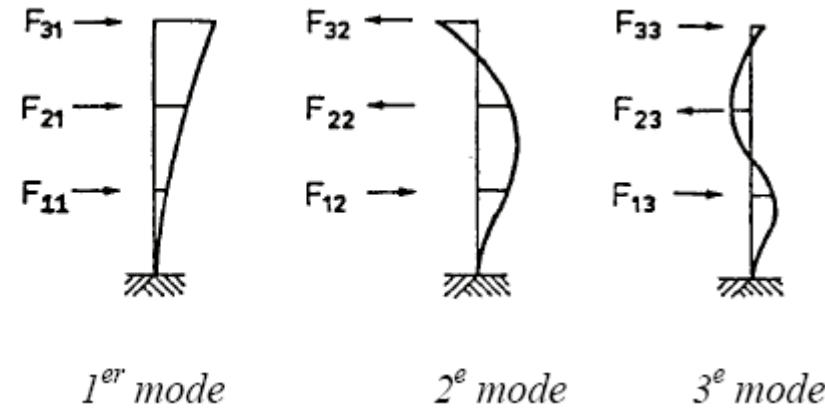
Chaque fois que toutes les réponses modales prises en compte peuvent être considérées comme indépendantes les unes des autres, la valeur maximale E_E de l'effet d'une action sismique peut être prise égale à :

$$E_E = \sqrt{\sum E_{Ei}^2}$$

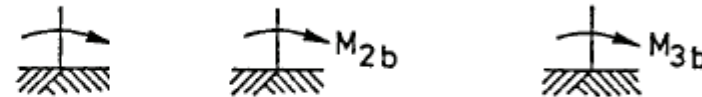
(EC8) Deux modes de vibration i et j peuvent être prises comme indépendantes l'une de l'autre si leurs périodes T_i et T_j satisfont à la condition suivante : $T_j \leq 0,9T_i$



(C)
Réponses modales



D
Calcul des MNV
correspondant à chaque
réponse modale
Exemple : $E_{Ei} = M_{base, i}$

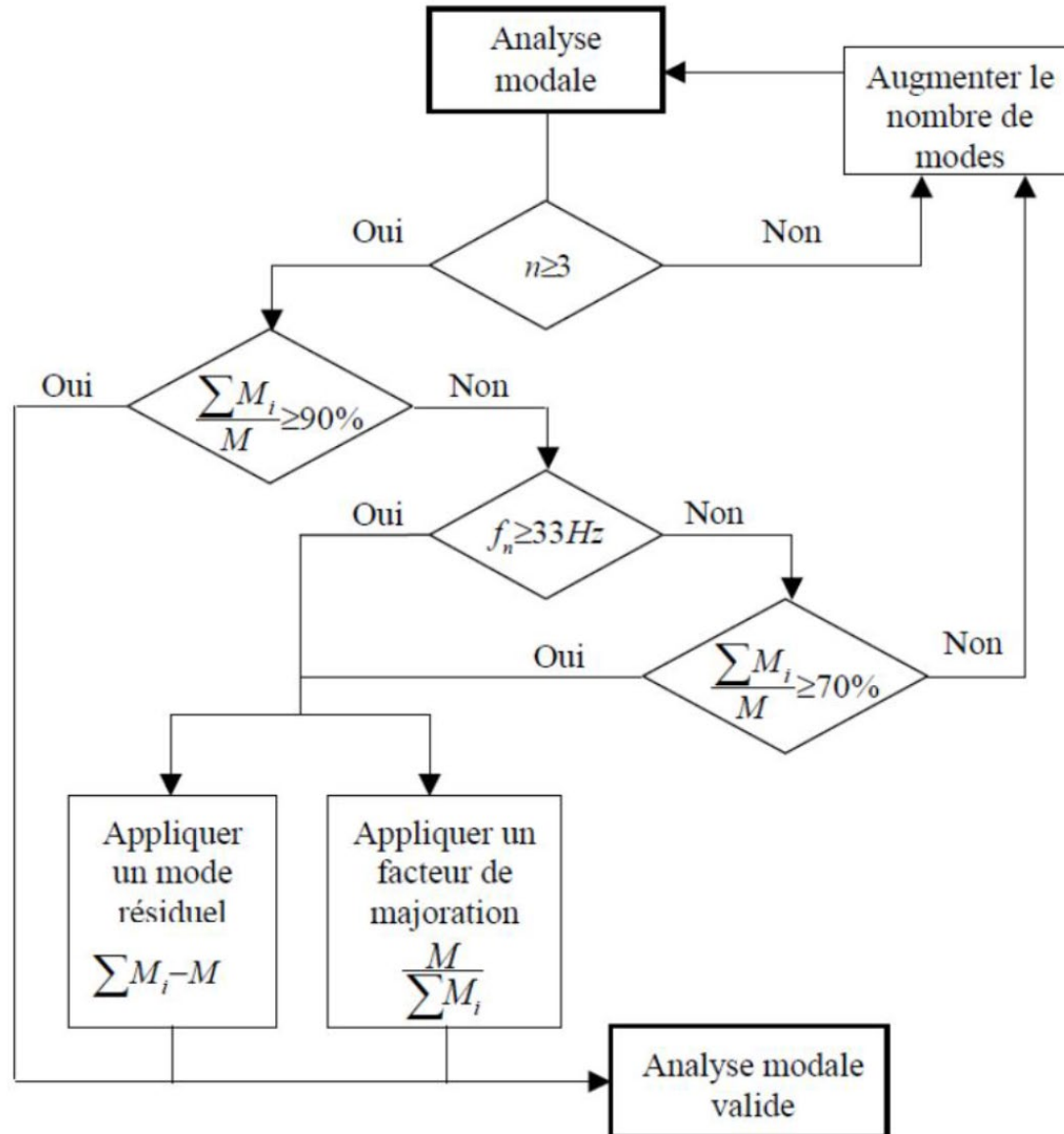


E

Calcul de $E_E = M_{base} = \sqrt{M_{1b}^2 + M_{2b}^2 + M_{3b}^2}$ (moyenne quadratique)



Méthode de calcul spectrale EC8



Choix du nombre de modes à inclure dans l'analyse