

TD4 : Calcul des prédicats — Formalisation

Logique L1 MI

Jules Chouquet

Exercice 1 Traduction (version) On considère trois prédicats :

- P : « Pair »
- Q : « Premier »

Le domaine de définition est celui des entiers naturels \mathbb{N} . Traduisez les phrases suivantes.

1. Il existe un nombre pair qui est premier.
2. Tous les nombres premiers ne sont pas des nombres impairs.
3. Si un nombre est pair et impair, alors il est premier.
4. Si tous les nombres premiers sont pairs, alors les nombres impairs ne sont pas premiers.

Exercice 2 Traduction (version)

- P : « Mammifère »
- Q : « Ovipare »
- R : « Volants »

Le domaine de définition est celui des animaux.

1. Il existe au moins un mammifère ovipare¹, mais qui n'est pas volant.
2. Tous les animaux volants ne sont pas ovipares.
3. Un animal volant qui n'est pas ovipare est forcément un mammifère².

Exercice 3 Traduction (thème) Pour les formules suivantes, donnez une traduction en français. L'interprétation est la suivante, où le domaine est celui des êtres humains.

- P = « Artistes »
- Q = « Sérieux »

1. $\forall x(P(x) \rightarrow \neg Q(x))$
2. $\forall x(Q(x) \rightarrow \neg P(x))$
3. $\neg \forall x(P(x) \rightarrow \neg Q(x)) \wedge \exists y \neg(Q(y) \wedge P(y))$
4. $(\forall y P(y) \rightarrow \exists x(Q(x) \wedge P(y)))$

Exercice 4 Traduction (thème) Pour les formules suivantes, donnez une traduction en français, pour une interprétation **de votre choix**.

1. $\exists x(P(x) \rightarrow \forall y P(y))$
2. $\exists y \forall x(P(x) \rightarrow \neg Q(y))$

Exercice 5 Exercice bonus : sémantique Sur les formules des exercices précédents, déterminez si elles sont toujours vraies (vraies quelque soit l'interprétation), parfois vraies ou fausses, ou toujours fausses ; en donnant des exemples.

1. C'est le cas de l'ornithorynque ou de l'échidné australien.
2. C'est le cas de la chauve-souris.