Logique

Relations

Jules Chouquet

UNIVERSITE D'ORLEANS

2023

Contexte

On a défini un nouveau langage plus expressif que la logique des propositions, ainsi que sa sémantique.

On a rajouté les quantificateurs $\forall$ et $\exists$, ainsi que les prédicats (comme $P(x)$).

Ça permet de parler de propriétés des individus.

Mais

On ne peut pas traduire des phrases comme :

« Si x est plus petit que y, qui est plus petit que z, alors x est plus petit que z »

ou

« un nombre est plus petit que les autres »

Qu'est-ce qui manque ?

Dans ce cours

On va voir comment étendre le langage avec des **relations** .

Définition

Une **relation** est un symbole de prédicat qui attend deux variables.

On les note par exemple $R(x, y)$.

Et on lit cette formule x est en relation R avec y.

Remarques

- On ne change rien d'autre aux langage, $R(x, y)$ est une formule de base comme $P(x)$.

Remarques

- On ne change rien d'autre aux langage, $R(x, y)$ est une formule de base comme $P(x)$.
- $R(x, y)$ et $R(y, x)$ ne sont pas la même formule. Par exemple $\exists x \forall y R(y, x)$ peut vouloir dire « il existe quelqu'un que tout le monde connaît ». Ce n'est pas pareil que « il existe quelqu'un qui connaît tout le monde »($\exists x \forall y R(y, x)$)

Remarques

- On ne change rien d'autre aux langage, $R(x, y)$ est une formule de base comme $P(x)$.
- $R(x, y)$ et $R(y, x)$ ne sont pas la même formule. Par exemple $\exists x \forall y R(y, x)$ peut vouloir dire « il existe quelqu'un que tout le monde connaît ». Ce n'est pas pareil que « il existe quelqu'un qui connaît tout le monde »($\exists x \forall y R(y, x)$)
- On a le droit d'écrire $R(x, x)$, ça peut vouloir dire « tout le monde se connaît lui-même »(et ça peut être vrai ou faux)

C'est à peu près la même que pour le calcul des prédicats vu précédemment.

C'est à peu près la même que pour le calcul des prédicats vu précédemment.

Différence : $R(x, y)$ n'est plus une propriété, mais une relation entre deux éléments.
Donc $[\![R]\!]$ n'est pas juste un sous-ensemble du domaine d'interprétation.