

TD6 : Calcul des prédicats — Relations

Exercice 1 Traduction — Thème On se donne un symbole de relation binaire R , que l'on associe à la relation "connaître".¹ On se place dans le domaine des êtres humains. Traduisez les énoncés suivants en calcul des prédicats :

1. Toute personne se connaît elle-même.
2. Il existe quelqu'un que tout le monde connaît.
3. Il existe quelqu'un qui connaît tout le monde.
4. Tout le monde connaît au moins une personne.
5. Si quelqu'un ne connaît personne, alors il ne se connaît pas lui-même.

Exercice 2 Traduction — Version Même domaine. On se donne un symbole de relation binaire R et deux symboles de prédicat P et Q . On associe R à la relation "aimer", P à la propriété "Pirate", et Q à la propriété "Militaire".

Traduisez en français les formules suivantes :

1. $\forall x(P(x) \rightarrow \forall y(P(y) \rightarrow R(x, y)))$
2. $\neg \exists x(P(x) \wedge \forall y(Q(y) \rightarrow R(x, y)))$
3. $\exists x \exists y(Q(x) \wedge P(y) \wedge R(x, y))$
4. $\neg \forall x(Q(x) \rightarrow \forall y(P(y) \rightarrow \neg R(x, y)))$
5. $\forall x((P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow \forall y((P(y) \vee Q(y)) \rightarrow \neg R(y, x)))$

Exercice 3 Traduction — Thème On se place dans le domaine \mathbb{N} , avec deux symboles de relation D, E et un symbole de prédicats P . D est associé à la relation "...est diviseur de...", E est associé à la relation de "...est égal à...", et P est associé à la propriété "Premier".

Nouveauté : On introduit dans le langage les **constantes** 0, 1 et 2. C'est-à-dire qu'elles peuvent être utilisées comme des variables, mais sans quantification.

Traduisez en calcul des prédicats les énoncés suivants.

1. 2 est un nombre premier.
2. 0 n'est diviseur d'aucun nombre différent de 0.
3. Tout nombre est divisible par lui-même et par 1.
4. Si un nombre est divisible par un autre nombre que lui-même ou 1, alors il n'est pas premier.
5. Un nombre est premier si et seulement si il est divisible uniquement par 1 et par lui-même, et s'il est différent de 1.
6. Il existe exactement deux nombres.

1. C'est-à-dire que la formule $R(x, y)$ se lira " x connaît y ".