

Géométrie en maternelle

PES à 50%

Sources

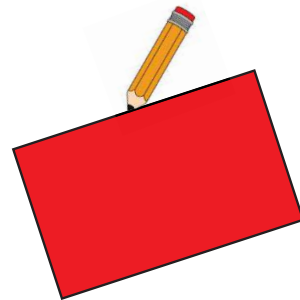
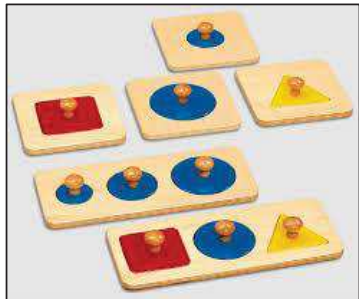
LéA – Réseau de Circonscriptions de l'Académie de Lille

Christine Mangiante : **maîtresse de conférences à l'INSPÉ de Lille**

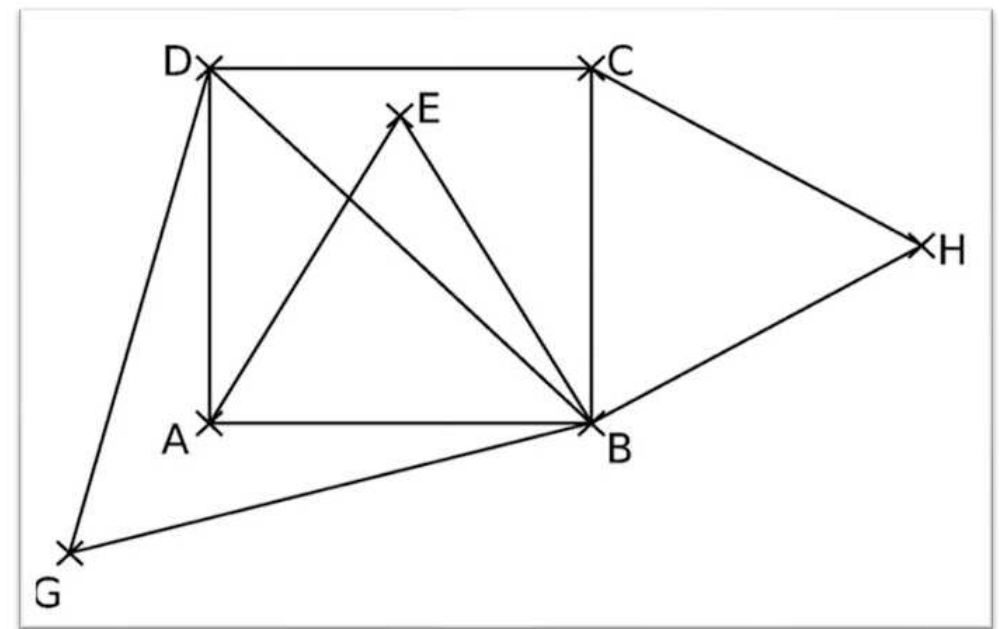
Joris Mithalal-Le Doze : **maître de conférences à l'INSPÉ de Lyon**

Et si nous regardions aux deux extrémités du cursus...(*appréhension des figures*)

Ecole maternelle



Collège (classe de 3^{ème})



Que sait-on à propos de la manière dont les élèves appréhendent les figures géométriques ?

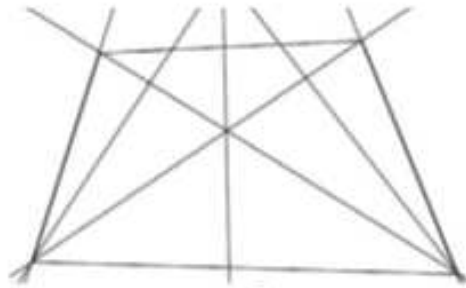
Apports théoriques

Trois « visions » des figures suivant le regard* qu'on est capable d'y porter

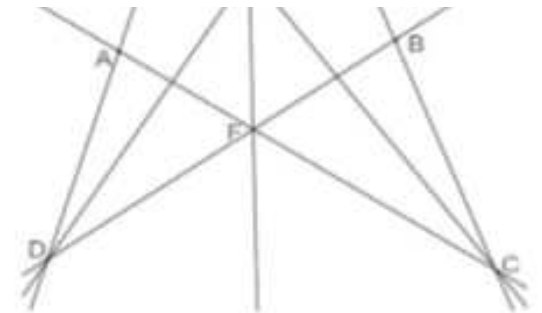
* la manière dont on « voit » les figures, les perçoit, les analyse...



VISION SURFACES



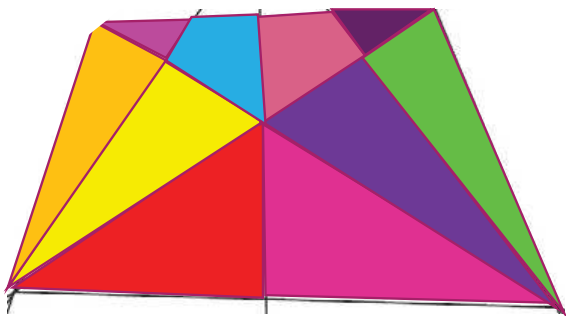
VISION LIGNES



VISION POINTS

Vision « surfaces » des figures

- « on voit un assemblage de figures simples, c'est-à-dire des **surfaces** qui se juxtaposent ou qui se chevauchent »
- « des lignes et des points peuvent apparaître mais ce sont **des bords de surfaces, des sommets de surfaces ou des intersections de bords** »



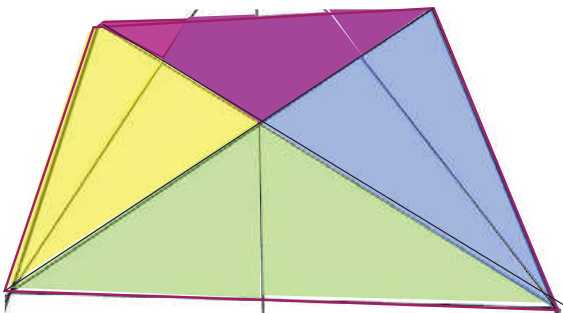
SURFACES



LIGNES ET POINTS

Vision « surfaces » des figures

- « on voit un assemblage de figures simples, c'est-à-dire des **surfaces** qui se juxtaposent ou qui se chevauchent »
- « des lignes et des points peuvent apparaître mais ce sont **des bords de surfaces, des sommets de surfaces ou des intersections de bords** »



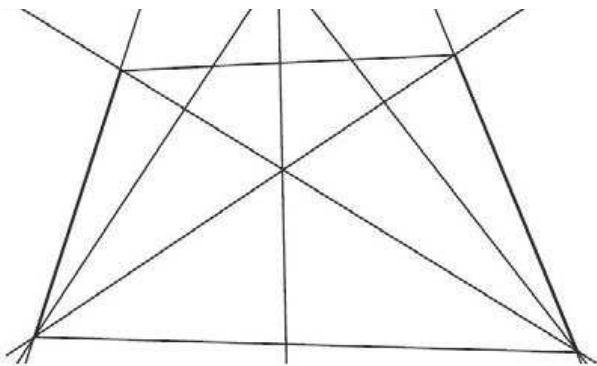
SURFACES



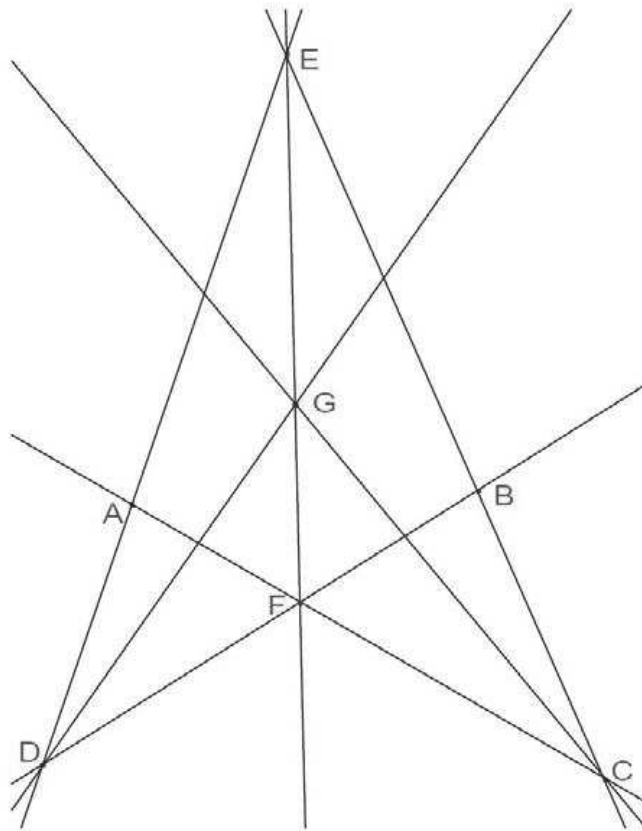
LIGNES ET POINTS

Vision « lignes » des figures

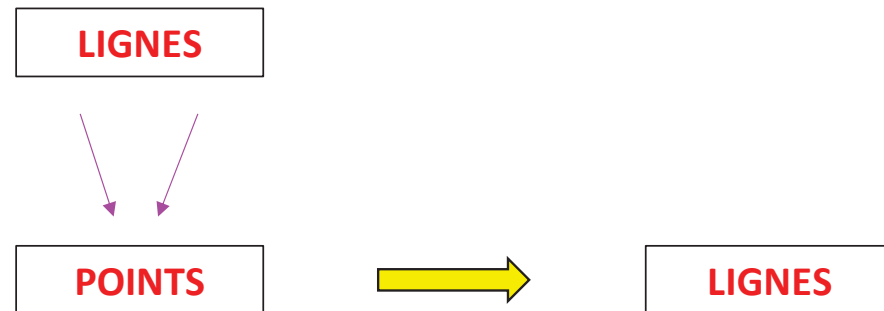
- « les lignes intérieures ont une *existence propre* »
- « les points sont des *extrémités de lignes ou des intersections de lignes déjà tracées* »



Vision « points » des figures

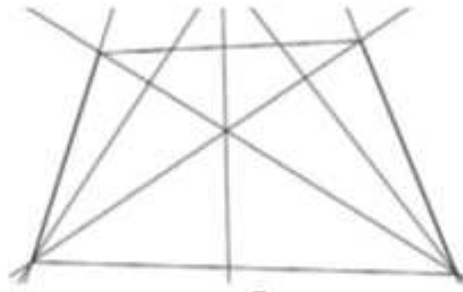


- « on peut créer des **points** par **intersection de deux lignes** qu'on trace à cet effet et **les points peuvent définir des lignes** »

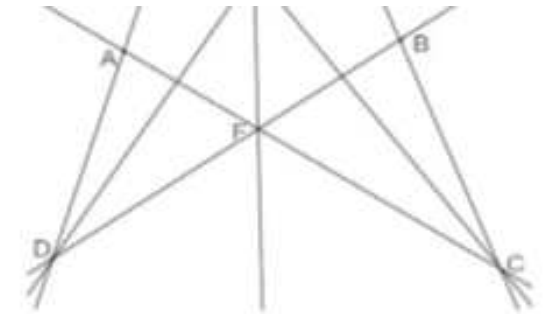




VISION SURFACES



VISION LIGNES



VISION POINTS

EVOLUTION NATURELLE DU REGARD DES ELEVES

OBJECTIF / UNE CERTAINE FLEXIBILITE DU REGARD, DEVELOPPER CES TROIS TYPES D'APPREHENSIONS

Quelles sont les activités de classes qui correspondent à ces différents types de « visions » ?



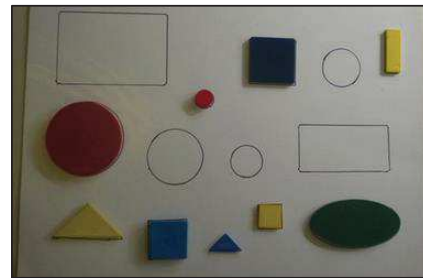
En maternelle, le rectangle est vu comme **un objet biface** ;



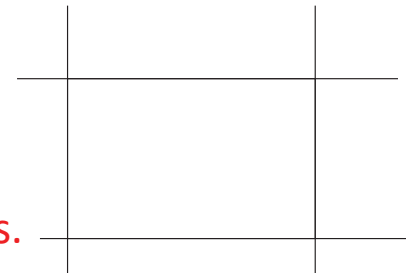
puis, il est vu comme **une surface pleine** ;



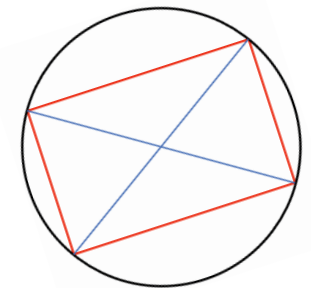
ou comme **un contour**.



Au cycle 2, il doit peu à peu être vu comme **un réseau de lignes**.



Puis au cycle 3, comme déterminé par **une configuration de points**.



En maternelle, le rectangle est vu comme un objet biface ;

3D



puis, il est vu comme une surface pleine ;

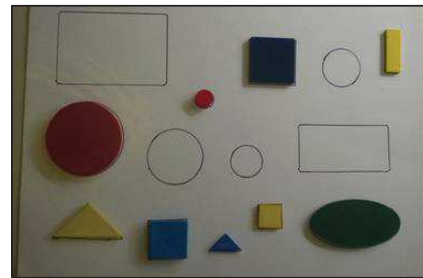
2D



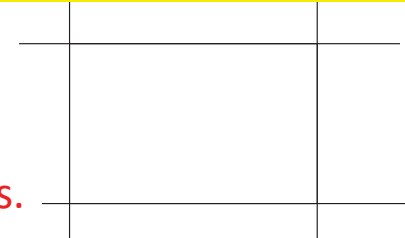
VISION SURFACES
(surfaces pleines ou contours)

ou comme un contour.

2D



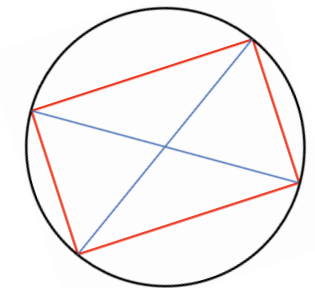
VISION LIGNES



Au cycle 2, il doit peu à peu être vu comme un réseau de lignes.

1D

VISION POINTS



Puis au cycle 3, comme déterminé par une configuration de points.

0D

Les programmes officiels

24/06/2021

4. Acquérir les premiers outils mathématiques

Comme d'autres domaines, les mathématiques contribuent à la structuration de la pensée. Le développement des premières compétences en mathématiques est donc un des objectifs prioritaires de l'enseignement à l'école maternelle. Cet enseignement structuré et ambitieux est assuré tout au long du cycle, à travers le jeu, la manipulation d'objets et la résolution de problèmes. Il s'attache à stimuler chez les élèves la curiosité, le plaisir et le goût de la recherche. Il leur permet de comprendre et d'utiliser les nombres, de reconnaître des formes et d'organiser des collections d'objets en fonction de différents critères, catégories, propriétés (forme, grandeur : longueur, masse, contenance – couleur, usage, fonction).

Introduire les enfants au plaisir du raisonnement mathématique en maternelle, c'est aussi les faire jouer avec les formes, l'espace, les cartes, les dessins, les puzzles, les séries, la logique, etc. et enrichir leur langage pour parler avec précision de tous ces domaines.

4.2. Explorer des formes, des grandeurs, des suites organisées

Très tôt, les jeunes enfants discernent intuitivement des formes (carré, triangle, etc.) et des grandeurs (longueur, contenance, masse, aire, etc.). À l'école maternelle, ils construisent des connaissances et des repères sur quelques formes et grandeurs. L'approche des formes planes, des objets de l'espace, des grandeurs, se fait par la perception visuelle, la manipulation et la coordination d'actions sur des objets. Cette approche est soutenue par le langage: il permet de décrire ces objets et ces actions et favorise l'identification de premières caractéristiques descriptives. Ces connaissances qui resteront limitées constituent une première approche de la géométrie et de la mesure qui seront enseignées aux cycles 2 et 3.

4.2.1. Objectifs visés et éléments de progressivité

Très tôt, les enfants regroupent les objets, soit en fonction de leur aspect, soit en fonction de leur utilisation familière ou de leurs effets. À l'école, ils sont incités à « mettre ensemble ce qui va ensemble » pour comprendre que tout objet peut appartenir à plusieurs catégories et que certains objets ne peuvent pas appartenir à celles-ci.

Par des observations, des comparaisons, des tris, les enfants sont amenés à mieux distinguer différents types de critères: forme, longueur, masse, contenance essentiellement. Ils apprennent **progressivement** à reconnaître, distinguer, décrire des solides puis des formes planes. Ils commencent à appréhender la notion d'alignement qu'ils peuvent aussi expérimenter dans les séances d'activités physiques. L'enseignant est attentif au fait que l'appréhension des formes planes est plus abstraite que celle des solides et que certains termes prêtent à confusion (carré/cube). L'enseignant utilise un vocabulaire précis (cube, boule, pyramide, cylindre, carré, rectangle, triangle, cercle ou disque – à préférer à « rond ») que les enfants sont entraînés ainsi à comprendre d'abord puis amenés progressivement à utiliser.

Par ailleurs, **dès la petite section**, les enfants sont invités à organiser des suites d'objets en fonction de critères de formes et de couleurs; les premiers algorithmes qui leur sont proposés sont constitués d'alternances simples. **Dans les années suivantes, progressivement**, ils sont amenés à reconnaître un rythme dans une suite organisée et à continuer cette suite, à inventer des « rythmes » de plus en plus compliqués, à compléter des manques dans une suite organisée.

Chrystèle Bertrand PEMF
Magali Le Rolland DEA

4.2.2. Ce qui est attendu des enfants en fin d'école maternelle

- Classer des objets en fonction de caractéristiques liées à leur forme.
- Reconnaître quelques solides (cube, pyramide, boule, cylindre).
- Savoir nommer quelques formes planes (carré, triangle, cercle ou disque, rectangle) et ce dans toutes leurs orientations et configurations.
- Classer ou ranger des objets selon un critère de longueur ou de masse ou de contenance.
- Reproduire un assemblage à partir d'un modèle (puzzle, pavage, assemblage de solides).
- Reproduire, dessiner des formes planes.
- Identifier une organisation régulière et poursuivre son application.

Programmes de maternelle

▷ *Les attendus*

- Classer des objets en fonction de caractéristiques liées à leur forme.
- Reconnaître quelques solides.

Modalités d'identification d'objets de l'espace sensible, reconnaissance perceptive.

- Savoir nommer quelques formes planes [...] dans toutes leurs orientations et configurations.

Nomenclature et dépassement de la reconnaissance visuelle.

- Reproduire un assemblage à partir d'un modèle [...].
- Reproduire, dessiner des formes planes.

Décompositions, recompositions, tracés.

▷ *Points d'appui*

- « les enfants discernent intuitivement des formes »
classifications premières, point d'appui plus qu'obstacle
- « L'approche des formes [...] se fait par la perception visuelle, la manipulation et la coordination d'actions sur des objets. »
rôle essentiel de la manipulation (active, mode énonctif)
impasse d'une géométrie "sur fichier"
- « [Elle] est soutenue par le langage : [décrire, identification de premières caractéristiques descriptives] »
Double fonction : description, structuration des connaissances
par sélection de caractéristiques

▷ *Progressivité*

- « mettre ensemble ce qui va ensemble »
Classements sans critères préalables
- « mieux distinguer différents types de critère : forme[...] »
Opérations (intellectuelles) de sélection
- « Ils apprennent **progressivement** à reconnaître, distinguer, décrire des solides puis des formes planes »
Dimension progressive : itérations, temps long
3D→2D : difficultés à identifier les petites unités figurales
- compréhension puis utilisation progressive du vocabulaire
Attendu mineur, mais outil pour l'enseignement à déployer sur un temps long

Points d'attention

▷ *Éléments ponctuels (1)*

- Rôle de la manipulation : active, comme socle des apprentissage.
- Type de manipulation : rôle capital du mode éenactif, sur-tâches liées au dessin (attention aux fichiers), manipulation effective et non simplement évoquée.
- Utilisation du matériel : finalisée, identification du potentiel sémiotique, utilisation sur un temps long (appropriation, itérations)

- Rôle de la verbalisation : en lien avec la manipulation, pour la structuration des connaissances.
- Formulations des élèves : difficiles, à accompagner.
- Formulations d'enseignant·e·s : sans recours à une abstraction excessive ou à des objets non-perçus.

Points d'attention

▷ *Progressivité, temps long (1)*

- Apprentissages : du visuel, quotidien, par similitude, à la congruence et aux classes d'objets.
- Introduction des objets par différenciation : déstabiliser les critères non-géométriques et préférer les classements aux tris.
- En appui sur les manipulations et sur l'identification progressive de sous-constituants.
- Descente progressive en dimension : des solides aux figures planes, puis aux lignes et aux points.

Points d'attention

▷ *Progressivité, temps long (2)*

- Rôle des situations de classements et de reproduction tout au long du cycle.
- Utilisation des situations sur des temps longs, itérations.
- Passage progressif aux représentations graphiques : empreintes, tracés à l'aide de pochoirs, contours.
- Progressivité du développement de compétences langagières : formulation de critères, de procédures, enjeux d'intercompréhension.

Exemple d'éléments de progression I

▷ *D'après les travaux du groupe géométrie de l'IREM de Clermont-Ferrand*

1. Modéliser l'espace sensible par des assemblages de solides
 - Possible dès la PS.
 - Gradation de la complexité.
2. Comparer, nommer, décrire des solides et des figures planes
 - PS : figures planes comme faces des solides
 - Approche essentiellement perceptive.
 - Suite : plutôt MS/GS
3. Reproduire, nommer, décrire des solides et des figures planes
 - Pratiques instrumentées, éventuellement rudimentaires (empreintes).
 - Les figures planes apparaissent comme des **outils** de discrimination des solides.

Exemple d'éléments de progression II

▷ *D'après les travaux du groupe géométrie de l'IREM de Clermont-Ferrand*

4. Reconnaître, reproduire, décrire des assemblages de polygones juxtaposés.

Instruments 2D : gabarits, pochoirs.

La suite est plutôt GS.

5. Reconnaître, reproduire, décrire des assemblages de polygones qui se chevauchent (Gabarits)

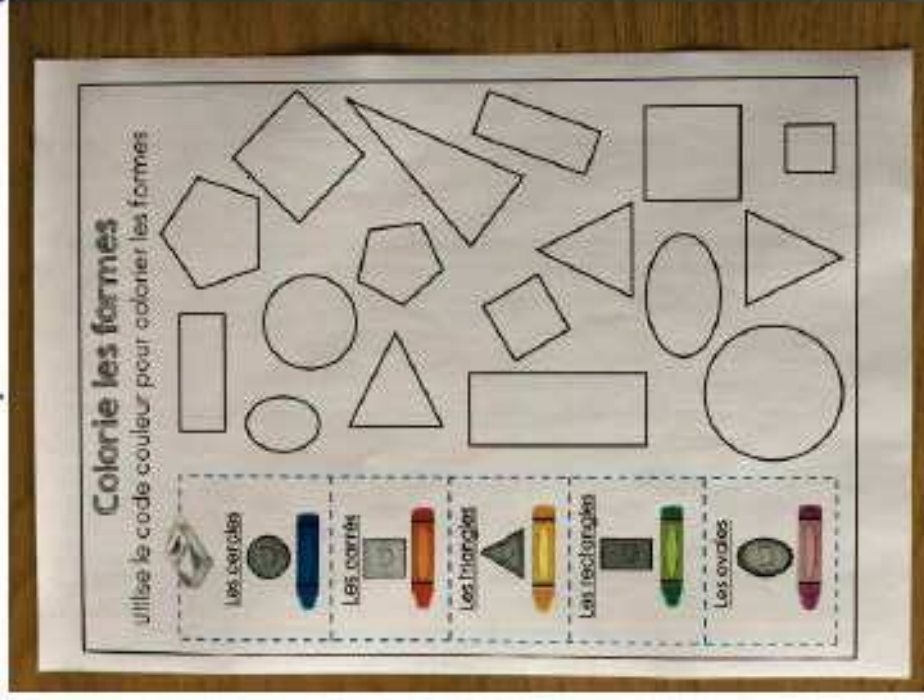
6. Reconnaître, décrire, reproduire des disques et cercles (Gabarits, pochoirs)

Analyse de tâches

Proposées couramment en maternelle

Reconnaissance visuelle

▷ Exemple de ressource (1)



Très classique

Enjeux reconnaissance visuelle iconiques

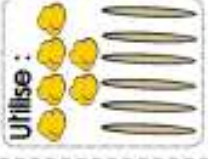
Problèmes :


- Les triangles ne peuvent pas être associés
- Insistent sur le fait que les carrés sont différents des rectangles -> délétère pour le suite
- Absence de manipulation les E vont répondre par effet de contrat


Reconnaissance visuelle

▷ Exemple de ressource (2)

Quelle forme ?


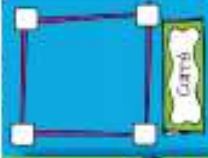


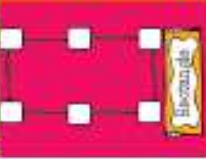
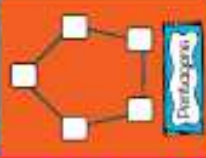


Utilise : 

Je dessine : 

J'ai construit un : 

Combien de côtés ?

Combien de coins ?

 triangle	 carré	 rectangle	 pentagone
 carré	 pentagone	 triangle	 carré

Problème carré pas angle droit

Rectangle avec deux segments en longueur

Intéressant : formes formées de segments

La notion de forme

▷ *Formes de l'espace à l'école*

Deux types de formes :

- boîtes à formes : cylindres, et la forme en est une section ;

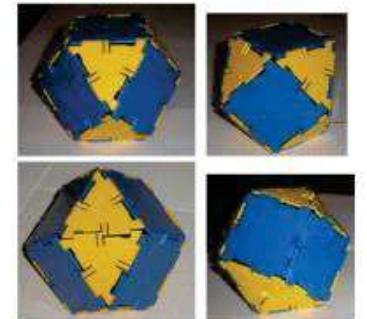


La notion de forme

▷ *Formes de l'espace à l'école*

Deux types de formes :

- boîtes à formes : cylindres, et la forme en est une section ;
- solides, dont les polyèdres, qu'on peut décrire par ses faces – même si c'est insuffisant.



La notion de forme

▷ *Implications pour la classe*

- On manipule des objets, mais en visant (projet d'enseignement) des catégories.
- Le passage de la *similitude* à la *congruence* est un enjeu mais n'est pas naturel.
- Les formes sont d'abord reconnues par la perception directe, avant passage vers les opérations mécaniques puis intellectuelles.
- On peut utiliser des formes-objets 3D pour travailler des formes-catégories 2D, et réciproquement.
- Le passage au graphique accompagne ce passage et les décompositions en jeu dans les opérations intellectuelles.

Beaucoup d'implications...

- Discrimination des surfaces, voire des contours fermés, mais difficilement des autres objets.
- Accès aux lignes, puis aux points, très difficile.
- Discrimination de certaines formes et pas d'autres (rectangles allongés).
- Enjeu d'apprentissage : dépasser cette limitation (très long).
- Obstacles : positions prototypiques, inclusion des familles de polygones, propriétés des côtés...
- Les caractérisations, voire les noms, ne sont pas des priorités.
- Intérêt de construire des progressions $3D \rightarrow 2D \rightarrow 1D \rightarrow 0D$

Reconnaissance haptique

▷ Exemples : encastrement et sacs à toucher



- Formes géométriques ou figuratives ;
- section de cylindre (forme plane).



- identification de sous-constituants ;
- assemblage d'informations ;
- difficultés de parcours et de manipulation : deux mains !

Reconnaissance haptique : Une perception **haptique** est une représentation de l'environnement qui implique à la fois le sens tactile (du toucher) et la proprioception, c'est-à-dire la perception de son propre corps.

Classer des formes

▷ *Situation de classement*



Faire des familles : mettre ensemble ceux qui vont ensemble. Une famille ne peut comporter un seul objet ; la couleur n'importe pas.

Classer des formes

▷ *Des questions en classe ou en accompagnement*

- Classer ou trier ?
 - **Trier** : binaire, selon un critère rempli ou non
 - **Classer** : organiser en famille remplissant un même critère, sans omettre d'objet



Classer des formes

▷ *Des questions en classe ou en accompagnement*

- Classer ou trier ?
- Les formes séparément ou simultanément ?
 - **séparément** : tâche et mise en commun moins difficiles, mais visuel généralement suffisant
 - **simultanément** : multitude de critères, nécessité d'objectifs très clairs pour une mise en commun, grande richesse et signe vers des critères géométriques
 - séparément à privilégier pour la différenciation, pas pour l'introduction



Classer des formes

▷ *Des questions en classe ou en accompagnement*

- Classer ou trier ?
- Les formes séparément ou simultanément ?
- Le critère avant ou après le classement ?
 - **avant** : évaluer la bonne compréhension d'un critère ou le mettre à l'épreuve
 - **après** : faire émerger un critère, déstabiliser les critères perceptifs/naïfs, introduire des critères géométriques

MISE EN PROJET DE LA SÉANCE ULTÉRIEURE

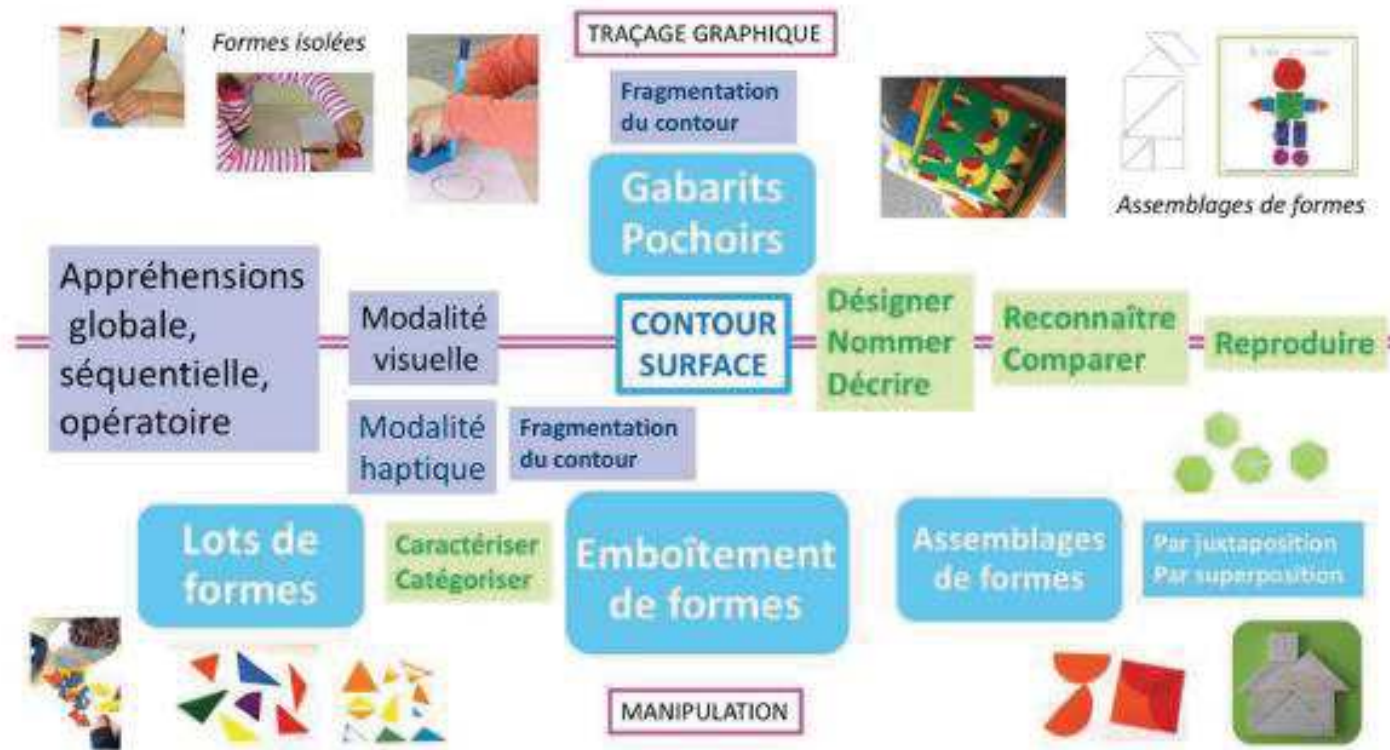
Maintenant que l'on a appris que les formes géométriques ont des côtés et des sommets, la prochaine fois on pourra s'entraîner à classer ces formes.

Classer des formes

- ▷ *Situations de classements à la maternelle*
 - Manipulation de solides.
 - Classements avec ou sans formulation de critère.
 - Ici : formulation *a posteriori*.
 - Prise en compte des conceptions naïves des élèves
 - valides
 - insuffisantes pour la géométrie
 - déstabilisation des critères purement perceptifs et construction de critères géométriques
 - dialectique à l'œuvre lors de la définition des objets mathématiques (Lakatos, 1984)

Manipuler mathématiquement

▷ *Des objets présents dans la classe (Celi et al., 2018)*



D'après Celi et al. (2018)

Le réseau de conceptions de l'école de l'enfant

Exemples d'utilisations

▷ *Quelques tâches (Perrin-Glorian)*

- Reconnaître les formes et les représenter
tri, classement, jeu de Kim

Variables : formes, figures, matériel, éloignement, organisation du travail de l'élève.

- Reproduire des figures simples ou des assemblages

Variables : présence ou éloignement du modèle, échelle, instruments de reproduction (gabarits entiers ou non, pochoirs, instruments...)

- Décrire les formes. Expliciter des propriétés

Exemples : jeu du portrait, bons de commande

Exemples d'utilisations

- ▷ *Puzzles à une pièce*
 - boîtes à formes
formes géométriques ou figuratives, travail sur la section d'un cylindre (forme plane)
 - puzzles à encastrement
travail sur les formes, mélange possible de figuratif et de géométrique, formes généralement symétriques



- ▷ *Puzzles à plusieurs pièces*
 - puzzles à images
la continuité des images prime, mais l'organisation des pièces (forme du bord) est présente





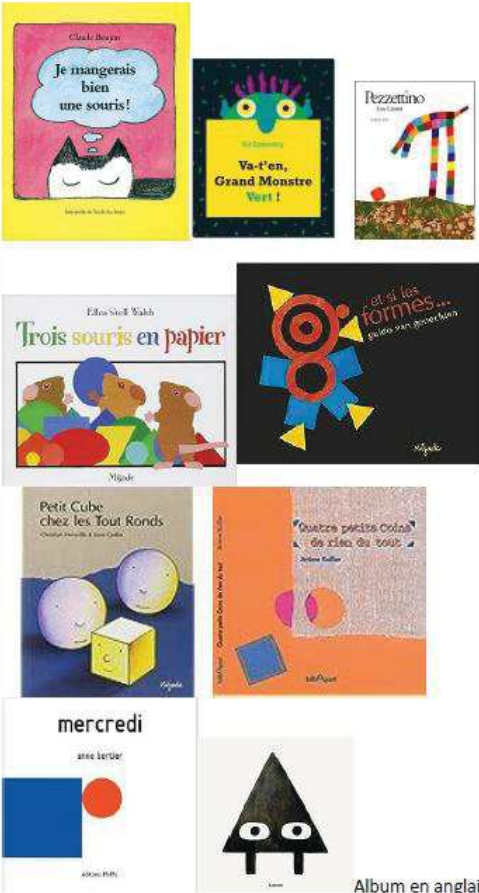
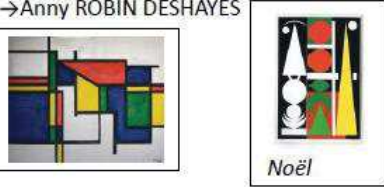

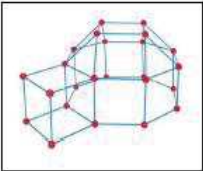


Exemples d'utilisations





▷ *Puzzles à plusieurs pièces*

- puzzles à images
la continuité des images priment, mais l'organisation des pièces (forme du bord) est présente
- puzzles à formes géométriques (type tangram)
 - fabriquer une figure libre, qui peut donner lieu à des activités de représentation ;
 - composition / décomposition ;
 - reproduction d'un modèle (proche ou éloigné) par juxtaposition ;
 - reproduction avec superposition.



Activités complémentaires / Prolongements.....FORMES et GRANDEURS Cycles 1-2

Perceptions de	Activités Motrices / Manipulations	Activités plastiques	ALBUMS
<p>...FORMES (objets)</p> 	<p><u>Salle de motricité :</u> -Parcours : briques / cubes / cylindre / gros ballons -Jeux : <i>Les déménageurs</i> (tris) / <i>Constructions-Empilements</i> avec grands volumes (photos pouvant servir de fiches-modèles à reproduire) <u>Classe :</u> -KIM (reconnaissance par le toucher) -Chasse aux objets selon un critère de formes = création d'un répertoire collectif -Polydrons (assemblages en volume)</p>	<p>Sculptures – créations en volumes Cf. Calder / Herbin / Pascale De LIDICIBUS (Suisse) en papier mâché :</p>  <p>Séda EYUBOGLU MONDGE0 2" (BRONZE)</p>	<p>Cf. Liste du doc. <i>Formes et grandeurs par les Arts</i></p> 
<p>...SURFACES</p>	<p><u>Salle de motricité :</u> -Parcours à consignes : une surface correspond à une action motrice (ramper sur un tapis=rectangle / rouler sur un rond / etc... -alignements-pavages avec surfaces grand format (tissus) <u>Classe :</u> -Lotos / dominos / jeu du marteau – TAN GRAM (assemblage) / Polydrons / etc..</p>	<p>-Empreintes : → Blocs logiques / architecte dans peintures, encres, PàM, PàS -Assemblages : → Alphabet d'Auguste HERBIN → Anny ROBIN DESHAYES</p>  <p>Noël</p>	
<p>...CONTOURS</p> 	<p><u>Salle de motricité :</u> -Parcours à consignes : marcher dans un rectangle dessiner au sol / sauter dans un triangle / tourner autour d'un cercle / etc.. -Construction avec cubes (sommets) + barres (côtés) / <i>Jeu de constructions géantes – Boules et tiges</i> (tout pour le jeu.com – 50€)</p>	<p>-pavage avec des contours :</p>  <p>→ Utilisation de blocs logiques, de gabarits, etc... -Assemblages de contours :</p>	 <p>Album en anglais</p>

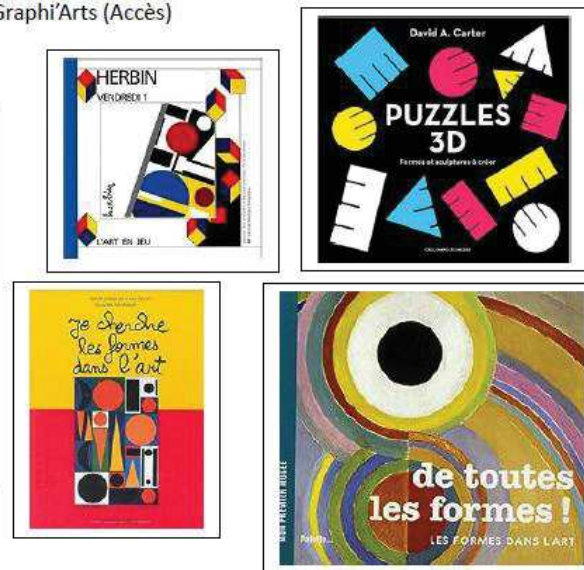
	<p>Classe :</p> <ul style="list-style-type: none"> -Constructions miniatures (boules+tiges -PàM + pailles/ formes creuses magnétiques...) -Géoplan : plaque à picots + élastiques (chez LIDL ou Leclerc) -Dominos Accès Vers l'écriture GS 	<p>V.KANDINSKI</p>  <p>Abstractions géométriques</p>	
---	---	--	---

Sitographie : Art et Géométrie – AC Guadeloupe /

Biblio. / Mini-maths PS-MS-GS (Hachette)/ Ermel GS (HATIER-Ed.2023) / Guides MAGNARD – Liliane BARON / Graphi'Arts (Accès)

Artistes ayant travaillé à partir de formes géométriques.....

<p>Joseph Albers Alexander Calder Sonia Delaunay Robert Delaunay Vassily Kandinski Hilma af Klint Ellsworth Kelly Paul Klee</p>	<p>Yayoi Kusama Kasimir Malevitch Vera Molnar Piet Mondrian François Morellet Olivier Mosset Toroni Niele Kenneth Noland</p>	<p>Alexander Rodtchenko Nicolas de Staël Kumi Sugai Sophie Taeuber Arp Theo Van Doesburg Victor Vasarely Etc.</p>
---	--	---



Bertrand Chrystel PEMF–
Magali Le Rolland DEA