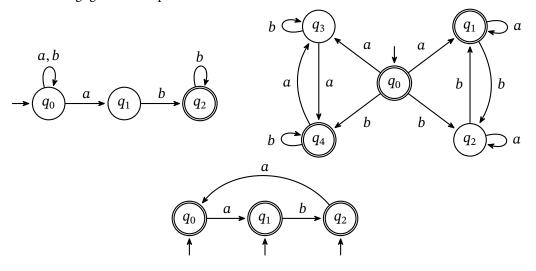
## TD4 — Automates finis non-déterministes

**Ex1** Pour chacun des trois automates finis non-déterministes (AFN) suivants :

- (a) identifier pourquoi l'automate n'est pas déterministe;
- **(b)** identifier les mots acceptés parmi :  $\varepsilon$ , aba, aa,  $ab^3$ ;
- (c) décrire le langage reconnu par l'automate.



**Ex2** Construire un AFN sur l'alphabet  $\{a, b\}$  qui reconnaît le langage des mots se terminant par abaa.

**Ex3. Mesurer les mots** Montrer que l'ensemble des longueurs des mots d'un langage reconnaissable est reconnaissable en unaire, *i.e.* si  $L \in \operatorname{Rec} A^*$  alors  $\{a^{|u|} | u \in L\} \in \operatorname{Rec} a^*$ .

**Ex4.** Automate des parties L'automate des parties de l'AFN  $\mathcal{A} = (Q, A, T, I, F)$  est l'automate fini déterministe  $(\mathcal{P}(Q), A, \delta, I, F')$  où  $\delta(X, x) = \delta^*(X, x)$  pour tout  $X \subseteq Q$  et  $x \in A$  et  $F' = \{X \subseteq Q | X \cap F \neq \emptyset\}$ . La fonction  $\delta^*$  est la fonction de transition étendue de l'AFN  $\mathcal{A}$ .

- (a) Discuter des notations  $X \in \mathcal{P}(Q)$  et  $X \subseteq Q$ , ainsi que de la finitude de  $\mathcal{P}(Q)$ .
- **(b)** Rappeler la définition de la fonction de transition étendue  $\delta^*$  pour un AFN.
- (c) Soit  $X \subseteq Q$  et  $u \in A^*$ . Montrer, par récurrence sur la longueur de u, que si  $q' \in \delta^*(X, u)$  alors il existe un chemin étiqueté par u, dont l'état de départ q est dans X et dont l'état d'arrivée est q'.
- (d) En déduire qu'il existe un chemin d'un état  $X \subseteq Q$  à un état  $Y \subseteq Q$  étiqueté par un mot  $u \in A^*$  dans l'automate des parties si et seulement si Y est l'ensemble des états  $q' \in Q$  qui sont l'état d'arrivée d'un chemin étiqueté par u dont l'état de départ est un état  $q \in X$ .
- **(e)** En pratique, on ne construit pas l'automate des parties au complet mais uniquement sa partie accessible. Proposer un algorithme en pseudo-code pour cette construction.
- (f) Quel est le nombre maximal d'états de l'automate des parties d'un automate à n états?

**Ex5** Déterminiser les trois automates du premier exercice en utilisant l'algorithme ci-dessus.