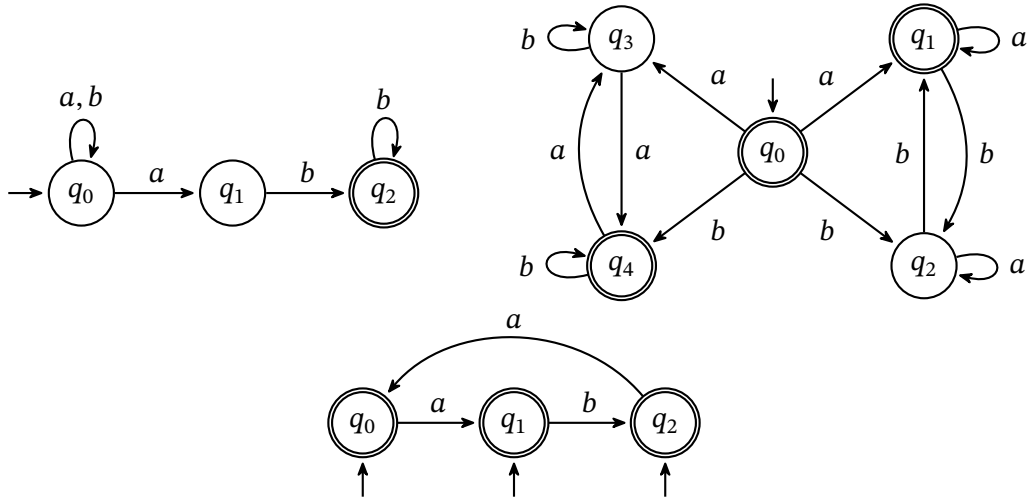


TD4 — AUTOMATES FINIS NON-DÉTERMINISTES

**Ex1** Pour chacun des trois automates finis non-déterministes (AFN) suivants :

- (a) identifier pourquoi l'automate n'est pas déterministe ;
- (b) identifier les mots acceptés parmi :  $\varepsilon$ ,  $aba$ ,  $aa$ ,  $ab^3$  ;
- (c) décrire le langage reconnu par l'automate.



**Ex2** Construire un AFN sur l'alphabet  $\{a, b\}$  qui reconnaît le langage des mots se terminant par  $abaa$ .

**Ex3. Mesurer les mots** Montrer que l'ensemble des longueurs des mots d'un langage reconnaissable est reconnaissable en unaire, i.e. si  $L \in \text{Rec } A^*$  alors  $\{a^{|u|} \mid u \in L\} \in \text{Rec } a^*$ .

**Ex4. Automate des parties** L'automate des parties de l'AFN  $\mathcal{A} = (Q, A, T, I, F)$  est l'automate fini déterministe  $(\mathcal{P}(Q), A, \delta, I, F')$  où  $\delta(X, x) = \delta^*(X, x)$  pour tout  $X \subseteq Q$  et  $x \in A$  et  $F' = \{X \subseteq Q \mid X \cap F \neq \emptyset\}$ . La fonction  $\delta^*$  est la fonction de transition étendue de l'AFN  $\mathcal{A}$ .

- (a) Discuter des notations  $X \in \mathcal{P}(Q)$  et  $X \subseteq Q$ , ainsi que de la finitude de  $\mathcal{P}(Q)$ .
- (b) Rappeler la définition de la fonction de transition étendue  $\delta^*$  pour un AFN.
- (c) Soit  $X \subseteq Q$  et  $u \in A^*$ . Montrer, par récurrence sur la longueur de  $u$ , que si  $q' \in \delta^*(X, u)$  alors il existe un chemin étiqueté par  $u$ , dont l'état de départ  $q$  est dans  $X$  et dont l'état d'arrivée est  $q'$ .
- (d) En déduire qu'il existe un chemin d'un état  $X \subseteq Q$  à un état  $Y \subseteq Q$  étiqueté par un mot  $u \in A^*$  dans l'automate des parties si et seulement si, dans l'automate d'origine, tout état  $q' \in Y$  est l'état d'arrivée d'un chemin étiqueté par  $u$  dont l'état de départ est un état  $q \in X$ .
- (e) En pratique, on ne construit pas l'automate des parties au complet mais uniquement sa partie accessible. Proposer un algorithme en pseudo-code pour cette construction.
- (f) Quel est le nombre maximal d'états de l'automate des parties d'un automate à  $n$  états?

**Ex5** Déterminer les trois automates du premier exercice en utilisant l'algorithme ci-dessus.