

Automates, Langages et Logique

L2 Informatique

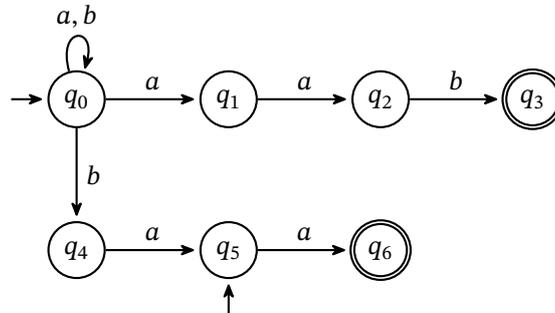
Automates finis (10 points)

1. On considère l'automate fini ci-dessous.

| | | | | | | | | | |
|---|-----|---|----|---|----|---|---|---|---|
| | ↓ 0 | 1 | 2* | 3 | 4* | 5 | 6 | 7 | 8 |
| a | 1 | 2 | 5 | 0 | 3 | - | 7 | - | 7 |
| b | - | 4 | - | 6 | 5 | - | - | 4 | 5 |

- (a) Dessiner cet automate. Est-il déterministe? Est-il complet?
- (b) Qu'est-ce qu'un automate émondé? Émonder cet automate.
- (c) Compléter l'automate obtenu.

2. On considère l'automate fini ci-dessous.



- (a) Donner une représentation tabulaire de cet automate. Est-il déterministe? Est-il complet?
- (b) Déterminer cet automate en construisant l'automate des parties.
- (c) Une fois les états renommés plus simplement, minimiser l'automate en appliquant l'algorithme de Moore.

Expressions rationnelles (5 points)

3. On considère, sur l'alphabet $\{a, b, c\}$, le langage des mots qui contiennent deux a séparés par un facteur contenant uniquement des lettres b et un nombre pair de lettres c .

- (a) Proposer une expression rationnelle pour décrire ce langage.
- (b) Appliquer l'algorithme de Glushkov pour construire un automate fini qui reconnaît ce langage.

Logique et arithmétique (5 points)

4. On considère la prédicat unaire $\exists a \exists b (4a + 3b = n \wedge a \geq 2)$ de l'arithmétique de Presburger.

- (a) Décrire en langue naturelle l'ensemble des interprétations qui satisfont ce prédicat.
- (b) Ce prédicat est satisfait par tous les entiers à partir d'une certaine valeur. Calculer le plus grand entier qui ne satisfait pas ce prédicat. Justifier.
- (c) Proposer un automate fini qui reconnaît cet ensemble en base 2, bit de poids fort en tête.

Bonus (2 points)

5. On considère le langage des mots sur l'alphabet $\{[,]\}$ qui sont bien parenthésés, c'est-à-dire qui contiennent autant de $[$ que de $]$ et tels que tout préfixe contienne au moins autant de $[$ que de $]$. Ce langage est-il reconnaissable? Justifier.