TD1 : Formules propositionnelles

Exercice 1 (Formalisation) Soient les propositions élémentaires suivantes, associées à des variables propositionnelles :

p =	« Je sors »
q =	« Je prends un parapluie »
r =	« Il fait beau »
s =	« Il fait chaud »
t =	« Il pleut »

Pour chacune des phrases ci-dessous, écrivez une formule propositionnelle pour la traduire :

1. Soit il pleut, soit il fait beau
2. Soit il pleut, soit il ne pleut pas
3. Je ne sors que s'il ne pleut pas
4. Si je sors et qu'il ne fait pas beau, je prends un parapluie.
5. S'il fait chaud et beau, je sors sans parapluie.
6. Si je sors à chaque fois qu'il fait chaud, et que je ne sors pas, alors il ne fait pas chaud.

Sans le prouver formellement, exprimez-vous sur la validité **logique** de ces propositions (toujours vrai ? parfois vrai, parfois faux ? toujours faux ?)
(On rappelle que ce que *veut dire* « faire beau », « pleuvoir », etc... dans le monde réel ne rentre pas en compte dans la validité logique !)

Exercice 2 (Formalisation) Formalisez les phrases suivantes, cette fois avec ces propositions :

p =	« Dominic conduit »
q =	« Dominic a un accident »
r =	« Dominic boit »
s =	« Dominic va à l'hôpital »
t =	« Dominic roule très vite »
u =	« Dominic sauve le monde »
v =	« Dominic est en retard »
w =	« Dominic est content »

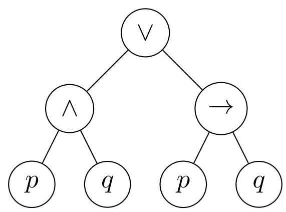
1. Soit Dominic boit, soit il conduit. Mais surtout pas les deux en même temps !
2. Si Dominic conduit et qu'il boit, il a un accident.
3. Si Dominic ne roule pas très vite, alors il est en retard et il ne sauve pas le monde, mais il n'a pas d'accident.
4. Quand Dominic sauve le monde, il est à l'hôpital mais il est content.
5. Dominic ne peut pas sauver le monde sans avoir d'accident.
6. Dominic n'est pas content quand il ne roule pas très vite, et quand il n'est pas content il boit.
7. Quand Dominic est en retard, c'est soit parce qu'il ne roule pas très vite, soit qu'il a un accident, soit qu'il sauve le monde.

Exercice 3 (Lecture de formules) Pour chacune des formules suivantes, donnez son connecteur principal ainsi que ses sous-formules. Précisez quelles sont les sous-formules immédiates et les sous-formules strictes.

> **Exemple :** la formule $(p \wedge q) \vee (p \rightarrow q)$ a la disjonction ($\vee$) pour connecteur principal, et deux sous-formules immédiates : $(p \wedge q)$ et $(p \rightarrow q)$. La première a une conjonction pour connecteur principal, et p et q comme sous-formules, la deuxième a une implication pour connecteur principal et p et q comme sous formules.

Il vous est conseillé de représenter la formule sous forme d'arbre, comme vu en cours.

> **Exemple :** Pour la formule ci-dessus :



— $\neg p \vee q$

— $\neg(p \vee q)$

— $(p \wedge (q \rightarrow r)) \vee \neg p$

— $p \wedge \neg\neg((r \wedge q) \vee (p \rightarrow \neg r))$

Exercice 4 (Tables de vérité)

1. Rappelez la table de vérité des quatre connecteurs propositionnels vus en cours.
2. Donnez la table de vérité des quatre formules de l'exercice précédent.

Exercice 5 (Formalisation) Après avoir défini des propositions élémentaires et indiqué les variables propositionnelles associées, traduire par des formules propositionnelles les phrases ci-dessous :

1. Si la lumière est allumée alors le circuit est fermé
2. La lumière est allumée si et seulement si le circuit est fermé
3. Si la lumière n'est pas allumée alors le circuit n'est pas fermé
4. Si le circuit n'est pas fermé alors la lumière n'est pas allumée
5. La lumière est allumée seulement si le circuit est fermé
6. Pour que la lumière soit allumée, il est nécessaire que le circuit soit fermé
7. Pour que la lumière soit allumée, il est suffisant que le circuit soit fermé
8. Si l'interrupteur est fermé alors que la lumière est éteinte, il est certain que soit la pile est morte, soit l'ampoule est grillée.