

Géométrie plane : d'après un Concours PE...

QUESTION COMPLÉMENTAIRE : (3 points)

Vous trouverez en **annexe 1** une collection de 6 figures à partir de laquelle un enseignant propose le jeu du portrait suivant à ses élèves de CM2 :

*« J'ai quatre sommets,
mes diagonales ne sont pas perpendiculaires,
mes côtés n'ont pas tous la même longueur,
je possède au moins un angle droit.*

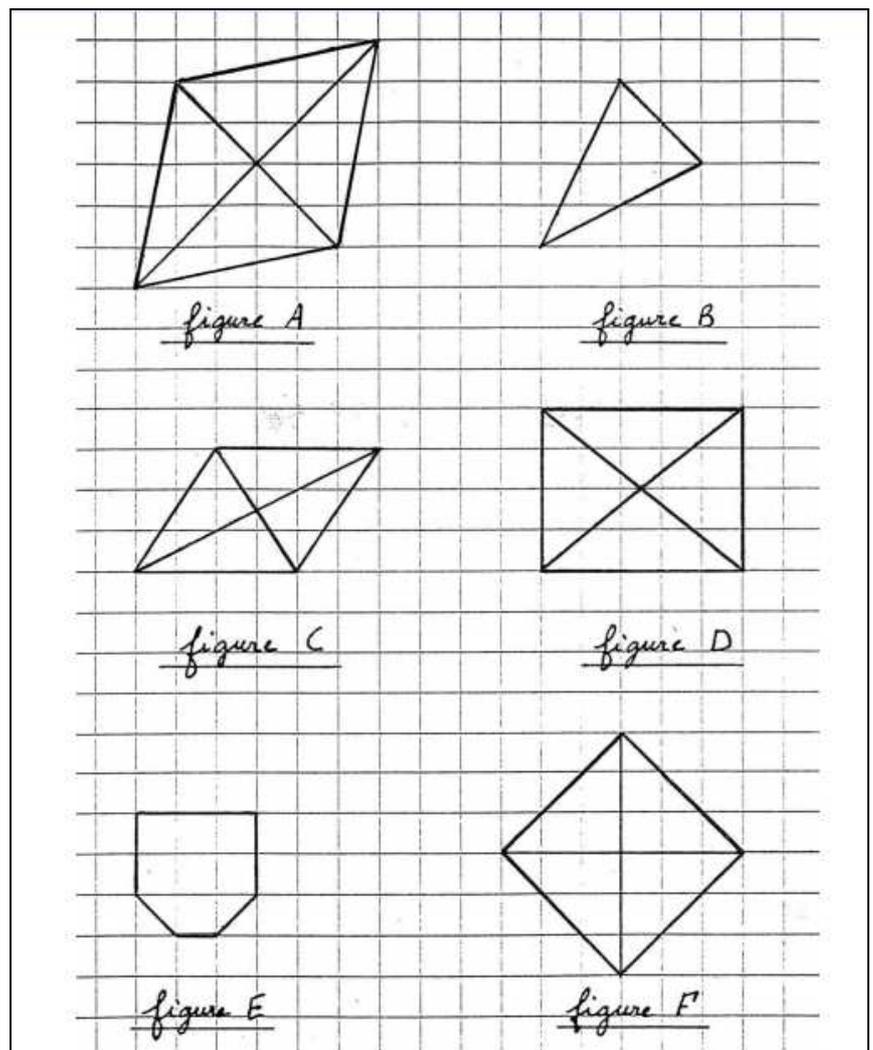
Qui suis-je ? »

Tu dois répondre par une lettre : figure ...

- 1) Est-il possible de supprimer une ligne (ou une phrase) dans ce jeu du portrait sans incidence sur la réponse attendue ? Si oui, laquelle ? Justifiez précisément votre réponse.
- 2) Relevez deux difficultés liées à la formulation des phrases utilisées dans ce jeu du portrait.
- 3) En vous référant à l'**annexe 2**, citez une connaissance et une capacité travaillées lors de cette activité.
- 4) Les figures sont présentées sur un support quadrillé. Indiquez deux conséquences, liées au choix de ce support, sur les procédures des élèves.

Ci-contre le document référencé comme **annexe 1** dans l'énoncé ci-dessus.

Il n'y a pas **d'annexe 2**, donc la question 3) ne peut être traitée !



D'après Concours Blanc Académique, Mars 2010.

Question Complémentaire. Dans cette partie, on se reportera aux annexes ①, ②, ③ et ④.

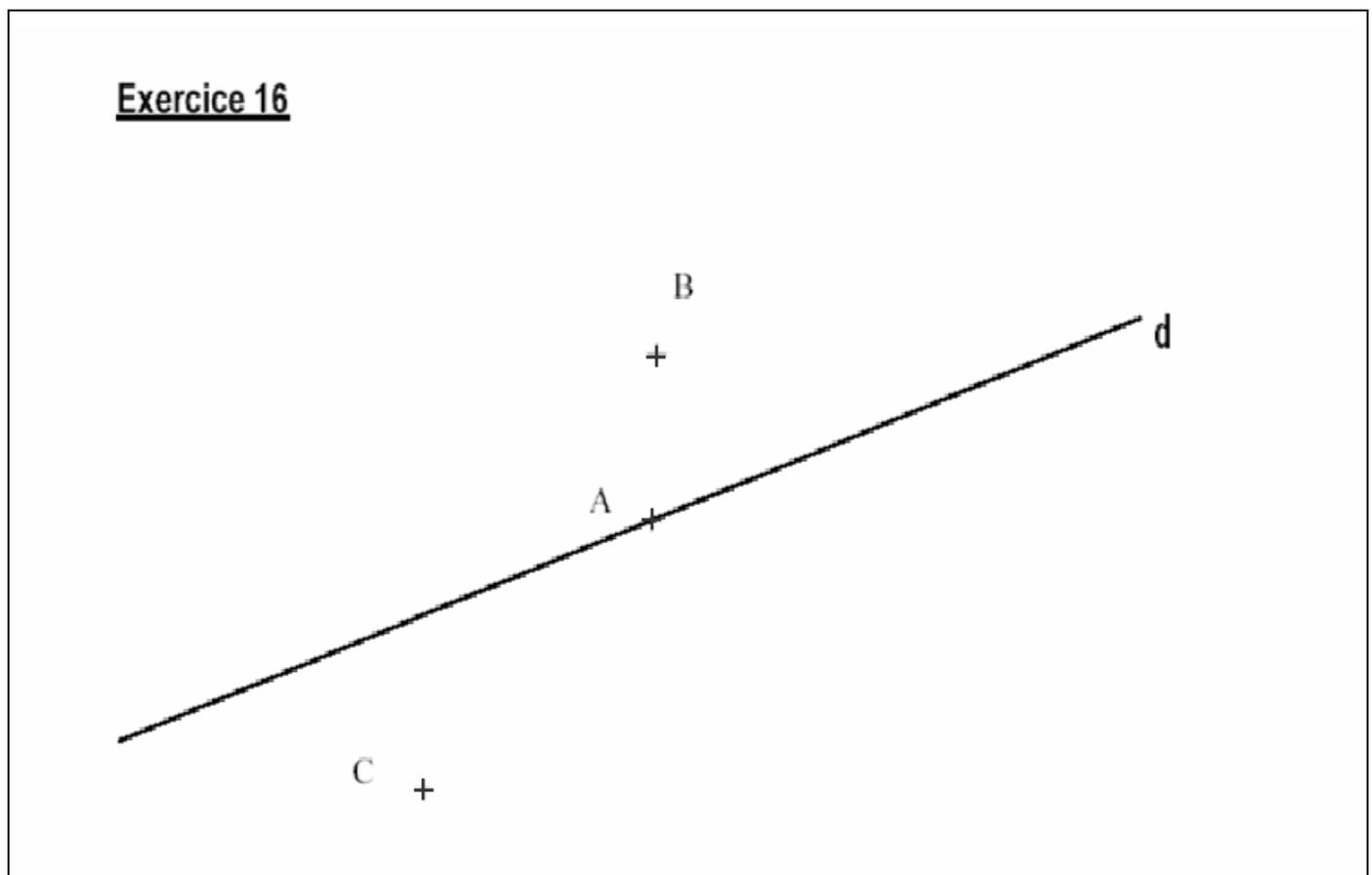
L'énoncé de l'exercice 16, extrait d'un fichier d'évaluation nationale à l'entrée en sixième (*avant la parution des programmes 2008*) est proposé en annexe ①. Il est précisé aux élèves qu'ils peuvent avoir besoin d'une règle graduée, d'une équerre et d'un compas.

1. Relever les erreurs commises par l'élève Basile (annexe ③). Donner à chaque fois une hypothèse sur l'origine des erreurs.

2. A propos de la question **3.** (item 44). Donner deux procédures différentes que peut mettre en œuvre un élève de cycle III pour répondre à cette question, en précisant les instruments utilisés.

3. A propos des questions **4.** et **5.** (items 45 et 46). En observant les productions des trois élèves, on remarque une différence de réussite entre ces deux items. Formuler deux hypothèses expliquant cette différence.

ANNEXE ① : l'énoncé de l'exercice 16.



Note de PW. Les documents scannés ne sont pas d'une grande qualité. Quelques tracés ont été « améliorés » « à la main » pour que les photocopies des productions des élèves soient correctement exploitables.

ANNEXE 1, suite

1. Trace la droite qui passe par les points A et C.	<table border="1"><tr><td>1</td><td>2</td><td>9</td><td>0</td></tr><tr><td colspan="4" style="text-align: right;">42</td></tr></table>	1	2	9	0	42					
1	2	9	0								
42											
2. Trace la droite qui passe par C et qui est perpendiculaire à la droite d .	<table border="1"><tr><td>1</td><td>6</td><td>7</td><td>9</td><td>0</td></tr><tr><td colspan="5" style="text-align: right;">43</td></tr></table>	1	6	7	9	0	43				
1	6	7	9	0							
43											
3. Trace la droite qui passe par B et qui est parallèle à la droite d .	<table border="1"><tr><td>1</td><td>6</td><td>7</td><td>9</td><td>0</td></tr><tr><td colspan="5" style="text-align: right;">44</td></tr></table>	1	6	7	9	0	44				
1	6	7	9	0							
44											
4. Trace le cercle de centre B passant par A.	<table border="1"><tr><td>1</td><td>4</td><td>6</td><td>9</td><td>0</td></tr><tr><td colspan="5" style="text-align: right;">45</td></tr></table>	1	4	6	9	0	45				
1	4	6	9	0							
45											
5. Trace le cercle de diamètre [AC].	<table border="1"><tr><td>1</td><td>4</td><td>6</td><td>9</td><td>0</td></tr><tr><td colspan="5" style="text-align: right;">46</td></tr></table>	1	4	6	9	0	46				
1	4	6	9	0							
46											

(La signification des codes est la même pour tous les exercices du protocole)

Code 1 : Réponse exacte attendue, procédure induite par l'énoncé.

Code 2 : Réponse exacte : formulation moins attendue ou non exhaustive.

Code 3 : Réponse incomplète sans élément erroné. Objectif visé non atteint par l'élève.

Code 4 : Réponse partiellement exacte avec éléments erronés.

Code 5 : Réponse pouvant être interprétée comme une mauvaise lecture de consigne.

Codes 6, 7 et 8 : Réponse erronée spécifiée.

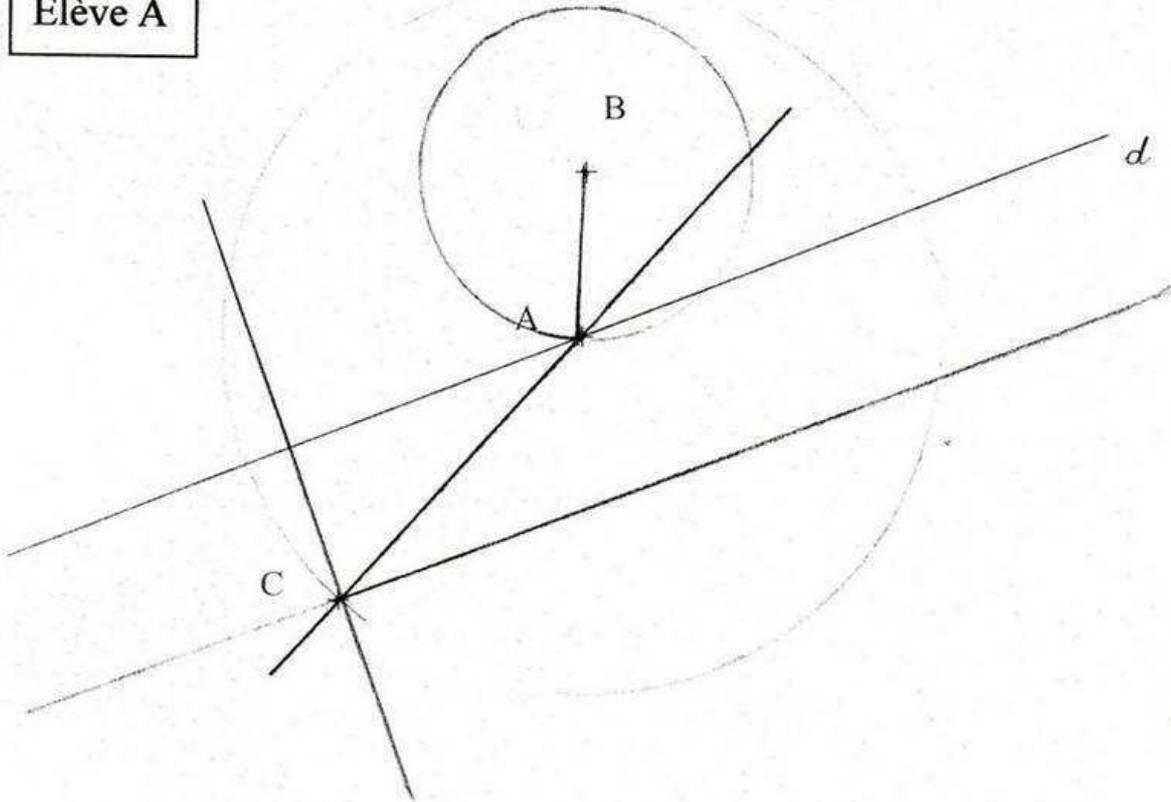
Code 9 : Autre réponse erronée.

Code 0 : Absence de réponse (*Elève présent mais absence de réponse à l'item*).

En dessous de la ligne des codages possibles, un numéro à deux chiffres (de **42** à **46**) désigne l'item testé.

ANNEXE ② : élève Anatole

Elève A



1. Trace la droite qui passe par les points A et C.

| ① 2 9 0 |
42

2. Trace la droite qui passe par C et qui est perpendiculaire à la droite d .

| ① 6 7 9 0 |
43

3. Trace la droite qui passe par B et qui est parallèle à la droite d .

| 1 6 7 ⑨ 0 |
44

4. Trace le cercle de centre B passant par A.

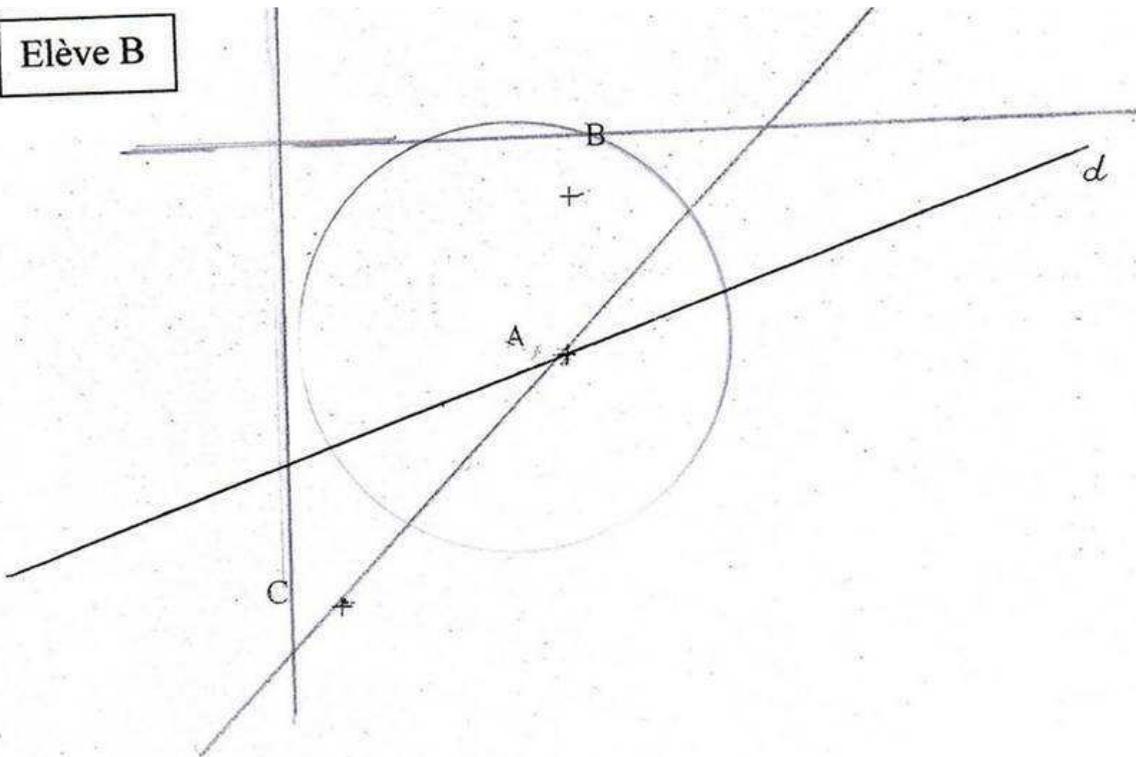
| ① 4 6 9 0 |
45

5. Trace le cercle de diamètre [AC].

| 1 4 ⑥ 9 0 |
46

ANNEXE ③ : élève *Basile*

Elève B



1. Trace la droite qui passe par les points A et C.

| ① 2 9 0 |
42

2. Trace la droite qui passe par C et qui est perpendiculaire à la droite d .

| 1 ⑥ 7 9 0 |
43

3. Trace la droite qui passe par B et qui est parallèle à la droite d .

| 1 ⑥ 7 9 0 |
44

4. Trace le cercle de centre B passant par A.

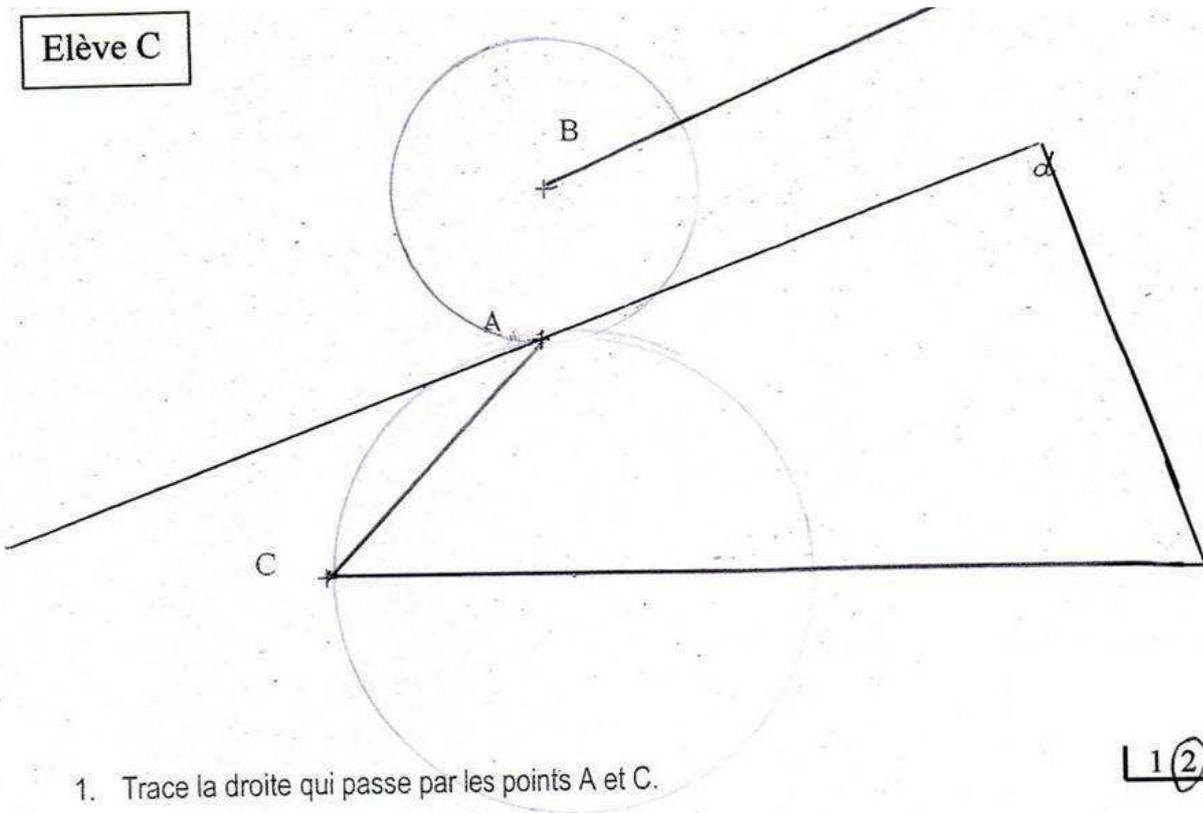
| 1 4 ⑥ 9 0 |
45

5. Trace le cercle de diamètre [AC].

| 1 4 6 9 ① |
46

ANNEXE ④ : élève Casimir

Elève C



1. Trace la droite qui passe par les points A et C.

1 2 9 0
42

2. Trace la droite qui passe par C et qui est perpendiculaire à la droite d .

1 6 7 9 0
43

3. Trace la droite qui passe par B et qui est parallèle à la droite d .

1 6 7 9 0
44

4. Trace le cercle de centre B passant par A.

1 4 6 9 0
45

5. Trace le cercle de diamètre [AC].

1 4 6 9 0
46

Un dernier exercice : du côté des objectifs pédagogiques.

Un professeur des écoles fait une recherche documentaire et il retient deux documents qu'il juge susceptibles d'être utilisés dans ses classes.

Document 1

1. Poser et effectuer la division euclidienne de 537 par 23.
2. Dans une division euclidienne, le diviseur est 23 et le reste est 10.
 - a) De combien peut-on augmenter le dividende sans changer le quotient entier ?
 - b) Quels nombres peut-on retrancher du dividende pour que le quotient diminue d'une unité ?

Document 2

Chaque ligne du tableau correspond à une division, le quotient n'est donné que pour la première division.

Sans utiliser la calculatrice et sans poser les divisions suivantes (par exemple, on ne pose pas $1050 \div 7$), on peut trouver les trois autres quotients. Quels sont-ils ?

Dividende	Diviseur	Quotient
105	7	15
1050	7	
315	7	
315	21	

3) a) L'ANNEXE 2 propose une liste de sept objectifs. Indiquer pour chacun d'eux, s'il peut constituer ou non un objectif d'apprentissage « principal » visé par le **Document 1**.

Justifier succinctement chacune de vos réponses dans le tableau.

3) b) L'ANNEXE 3 propose une liste de sept objectifs. Indiquer pour chacun d'eux, s'il peut constituer ou non un objectif d'apprentissage « principal » visé par le **Document 2**.

Justifier succinctement chacune de vos réponses dans le tableau.

4) L'ANNEXE 4 présente la réponse de trois élèves à la question **1.** du **Document 1**. Expliciter la procédure mise en œuvre par chacun des élèves. Analyser la (ou les erreurs) éventuellement commise(s).

Master M1. Site de Blois. Questions « complémentaires ». PW

ANNEXE 2. Liste des objectifs principaux concernant le *Document 1*. Cette annexe est à rendre avec la copie.

Objectifs pour le <i>document 1</i>		Oui / Non	Justifications succinctes
Obj.1	Introduire la division euclidienne		
Obj. 2	Poser et effectuer des divisions		
Obj. 3	Entraîner à la technique opératoire de la division euclidienne		
Obj. 4	Produire des résultats à partir d'un résultat donné		
Obj. 5	Mieux appréhender les relations entre diviseur, dividende, quotient et reste d'une division euclidienne		
Obj. 6	Réinvestir le vocabulaire de la division		
Obj. 7	Développer les aptitudes des élèves en calcul mental		

Master M1. Site de Blois. Questions « complémentaires ». PW

ANNEXE 3. Liste des objectifs principaux concernant le *Document 2*. Cette annexe est à rendre avec la copie.

Objectifs pour le <i>document 2</i>		Oui / Non	Justifications succinctes
Obj.1	Introduire la division euclidienne		
Obj. 2	Poser et effectuer des divisions		
Obj. 3	Entraîner à la technique opératoire de la division euclidienne		
Obj. 4	Produire des résultats à partir d'un résultat donné		
Obj. 5	Utiliser des procédures de calcul réfléchi pour trouver un quotient		
Obj. 6	Mieux appréhender les relations entre diviseur, dividende, quotient et reste d'une division euclidienne		
Obj. 7	Réinvestir le vocabulaire de la division		

ANNEXE 4. Productions des élèves.

<p>Pauline</p> $\begin{array}{r l} 5 & 3 & 7 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & & 1 & 1 & 3 \\ & 7 & 7 & & & \\ & & 8 & & & \end{array}$
<p>Pierre</p> $\begin{array}{r l} 5 & 3 & 7 & 2 & 3 \\ - & 2 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 3 & 0 & 7 & + & 1 & 0 \\ - & 2 & 3 & 0 & + & 3 \\ \hline 0 & 7 & 7 & & 2 & 3 \\ - & & 6 & 9 & & \\ \hline & & & 8 & & \end{array}$
<p>Yann</p> $\begin{array}{r l} 5 & 3 & 7 & 2 & 3 \\ - & 4 & 6 & & 2 & 3 \\ \hline & & 7 & 7 & & \\ - & & 6 & 9 & & \\ \hline & & & 8 & & \end{array}$

Pistes de correction de l'exercice portant sur des items extraits d'une évaluation nationale. Note de PW. Le barème indiqué est celui utilisé pour la correction de cet exercice lors de l'épreuve de Concours Blanc.

1. (Barème : 2 pour l'ensemble)

Erreur à l'item 42 : la droite (AC) passe par deux extrémités des croix qui représentent les points A et C.

Origine de l'erreur : non « compréhension » de la matérialisation d'un point comme l'intersection de deux segments.

Erreurs à l'item 43 : la droite passe à proximité de la lettre C et pas par le point C. Origine de l'erreur : confusion « point » et « lettre » désignant ce point.

La droite demandée n'est pas perpendiculaire à la droite d mais sécante à celle-ci et verticale. Origine de l'erreur : perception de l'orthogonalité comme la verticalité.

Erreurs à l'item 44 : la droite passe par la lettre B (même type d'erreur que ci-dessus)

La droite demandée n'est pas parallèle à la droite d mais horizontale. Origine de l'erreur : perception du parallélisme comme l'horizontalité.

Erreurs à l'item 45 : le cercle est centré sur la lettre A et passe par la lettre B. Origine de l'erreur : confusion « point » et « lettre » désignant ce point.

Absence de réponse à l'item 46.

2. (Barème : 1 pour l'ensemble)

A propos de la question 3 (item 44) voici plusieurs procédures possibles, au niveau cycle III, pour obtenir la droite passant par B et parallèle à la droite d en fonction des instruments utilisés et autorisés (règle, équerre, compas).

- En n'utilisant que l'équerre : tracer la perpendiculaire à la droite d passant par B, puis tracer la perpendiculaire à la droite obtenue, passant par B ;
- En utilisant une équerre graduée : matérialiser la distance du point B à la droite d (c'est-à-dire en projetant le point B sur la droite d), mesurer cette distance et tracer un autre segment perpendiculaire à droite d et de même longueur que le premier ;
- En utilisant une règle et une équerre (Cf. programmes) : placer l'un des côtés de l'angle droit de l'équerre le long de la droite d puis faire glisser le deuxième côté de l'angle droit de l'équerre le long de la règle jusqu'au point B (c'est-à-dire obtenir l'image de la droite d par translation jusqu'au point B). ...

3. (Barème : **0,5** pour l'ensemble)

A propos des questions 4 et 5 (items 45 et 46), deux hypothèses pour expliquer la différence de réussite :

Question 4 (construction cercle)	Question5 (construction cercle)
Le centre est donné, le point par lequel il passe également, il y a un aspect « dynamique » : on peut percevoir le cercle avant de le tracer ¹ .	Le centre (milieu du diamètre) est à déterminer par mesurage, par conséquent cela suppose une étape intermédiaire avant le traçage du cercle.
	La longueur AC s'exprime par un nombre décimal ($\approx 4,2$ cm), donc déterminer la moitié de ce nombre pour connaître le rayon, peut-être source d'imprécisions, voire gênant pour certains élèves.
	Le mot diamètre est souvent confondu avec le mot rayon (connaissance mal construite) d'où l'erreur de l'élève A qui pointe en A et qui prend la longueur AC comme rayon.

¹ Tracer un cercle dont on donne le centre et un point de la circonférence est une tâche non anodine au primaire. Ce n'est pas celle qui est le plus travaillée par les élèves.

Pistes de correction de l'exercice portant sur les documents se référant à la division euclidienne. Note de PW. Avant d'étudier les objectifs qu'on peut énoncer à l'exploitation pédagogique des documents, il convient pour tout M1 sérieux, de répondre aux questions proposées dans ces documents !

Note de PW, suite. Le document 1 a déjà été travaillé en TD, pas le document 2.

Objectifs pour le <i>document 1</i>		Oui / Non	Justifications succinctes
Obj.1	Introduire la division euclidienne	Non	L'exercice demande de poser et d'effectuer une division ce qui suppose son introduction préalable. De plus, celle-ci constitue seulement une aide pour les questions suivantes.
Obj. 2	Poser et effectuer des divisions	Non	Une seule division est à effectuer, ce n'est donc pas l'objectif principal. De plus, celle-ci constitue seulement une aide pour les questions suivantes.
Obj. 3	Entraîner à la technique opératoire de la division euclidienne	Non	Même réponse que précédemment.
Obj. 4	Produire des résultats à partir d'un résultat donné	Oui	Un « résultat » est bien donné. A la question a), il s'agit du reste 10. Il s'agit de « produire » un dividende

			sans changer le quotient. Raisonement similaire pour la question b).
Obj. 5	Mieux « appréhender » les relations entre diviseur, dividende, quotient et reste d'une division euclidienne	Oui	Il s'agit de mieux comprendre les dépendances entre les différents paramètres d'une division, au delà de la simple connaissance de l'égalité $a = b \times q + r$.
Obj. 6	Réinvestir le vocabulaire de la division	Non	Le vocabulaire est réinvesti mais pas pour lui-même. Il est au service de la compréhension de l'exercice.
Obj. 7	Développer les aptitudes des élèves en calcul mental	Non	L'exercice n'est pas nécessairement effectué mentalement. Ce n'est pas un objectif principal.

Objectifs pour le <i>document 2</i>		Oui / Non	Justifications succinctes
Obj. 1	Introduire la division euclidienne	Non	L'exercice suppose de savoir au préalable ce qu'est une division euclidienne.
Obj. 2	Poser et effectuer des divisions	Non	L'exercice demande justement de ne pas le faire.
Obj. 3	Entraîner à la technique opératoire de la division euclidienne	Non	Même justification.
Obj. 4	Produire des résultats à partir d'un résultat donné	Oui	Trois quotients doivent être obtenus à partir du résultat de la division de 105 par 7.
Obj. 5	Utiliser des procédures de calcul réfléchi pour trouver un quotient	Oui	Même justification en ajoutant qu'il n'est pas possible de les poser ou d'utilisation de la calculatrice. Autrement dit, il n'y a donc pas d'autres modalités pour résoudre l'exercice.
Obj. 6	Mieux « appréhender » les relations entre diviseur, dividende, quotient et reste d'une division euclidienne	Oui	Il s'agit de mieux comprendre les dépendances entre les différents paramètres d'une division, au delà de la simple connaissance de l'égalité : $a = b \times q + r$.
Obj. 7	Réinvestir le vocabulaire de la division	Non	Le vocabulaire est réinvesti mais pas pour lui-même. Il est au service de la compréhension de l'exercice.

5) Analyse des productions d'élèves.

Pauline. Au moment de diviser 53 par 23, elle pose 1 au quotient (au lieu de 2) ce qui lui donne un reste de 30 (donc supérieur à 23 au lieu de lui être inférieur). Elle est donc obligée d'enlever à nouveau 23 en posant un nouveau 1 au quotient, qu'elle écrit à la suite du premier 1. La suite de la division est menée correctement. Le quotient est erroné mais le reste est exact. Cette élève a une maîtrise encore imparfaite de la division : elle n'a pas (*encore*) compris que lorsque le reste est supérieur au diviseur, il faut augmenter le quotient d'au moins un.

Page 5 sur 6

CB, Mars 2009. Equipe académique ORLEANS – TOURS.

Pierre. L'élève procède essais successifs de multiples de 23. Il essaye tout d'abord un multiple de 23 facile à calculer (\times par 10), il trouve 230 qu'il soustrait à 537. Il trouve 307 qu'il divise ensuite par 23 de la même manière (\times par 10). Il lui reste 77 qu'il peut encore diviser par 23. Il pose 3 qui lui permet d'obtenir enfin un reste (8) inférieur à 23. Il additionne ensuite les quotients « partiels » obtenus pour obtenir le quotient de la division posée. La procédure est valide et il trouve le résultat exact.

Yann. Il utilise la technique usuelle en posant les soustractions intermédiaires, le résultat est exact.
Remarque. C'est une technique qui était préconisée dans le document d'accompagnement des programmes 2002 relatif au Calcul Posé.