UNIVERSITE D'ORLEANS UNIVERSITÉ FRANÇOIS - RABELAIS TOURS	**DDF de MATHEMATIQUES** **Avril et Mai 2011** « Contrôle continu », Master MEEFA, M2 **Blois** et **Tours, UE 44, EC1**	iufm Centre Val de Loire

NOM et PRENOM : **M2 A** ou **B** ou **C** ou **D**

MODALITES de l'épreuve : travail individuel, réponses à des questions « traitées » pendant les ***TD***.
DUREE : une heure par écrit, sans documents.
SUPPORTS : les TD de l'UE 44. THEMES : Maternelle, Numération et Opérations, Géométrie, Nouveaux Nombres au cycle III, Grandeurs et Mesures, (Calculs).

TACHE : répondre à chacune des questions ci-dessous, dans le cadre proposé ; argumenter, exemplifier, illustrer, … si besoin.

1. Donner une définition des verbes : ***classer***, ***trier***, ***ranger***, en proposant des exemples de tâches de classement, de tri, de rangement.

Classer. (= *« Mettre » ensemble ce qui se ressemble*). C'est regrouper en classes (*ou faire des paquets de*) tous les objets possédant une caractéristique commune parmi d'autres, par rapport à une relation donnée.
Exemple. A choisir parmi tous ceux déjà vus en TD.
Trier. C'est choisir des objets selon une et une seule caractéristique ou propriété donnée, en écartant ceux qui ne possèdent pas cette propriété. On fait donc deux « paquets ».
Exemple. A choisir parmi tous ceux déjà vus en TD.
Ranger. (= *« Ordonner » les éléments d'une collection*). C'est disposer des objets selon leurs différences ordonnées précisées par une relation.
Exemple. A choisir parmi tous ceux déjà vus en TD.

Compléments. Il est aussi important, à ce niveau, de s'interroger sur ce qu'est une **COLLECTION**, sur ce que veut dire **DESIGNER** et tout autre vocabulaire « environnant » ces trois verbes rencontrés par les élèves dès la Maternelle.

2. Présenter en quelques phrases, simples mais structurées, les lignes directrices de l'enseignement des ***nombres décimaux*** à l'école primaire.

Item difficile ! Les nombres décimaux, introduits au cycle III, à partir du CM1, ont pour fonction de montrer « l'insuffisance » des nombres entiers naturels pour résoudre certains problèmes. Classiquement, et c'est une « constante » dans les manuels, on fait étudier aux élèves en priorité les fractions dites « simples » (*à définir*), puis d'autres fractions, enfin, parmi ces fractions, on fait étudier les fractions décimales pour « définir » les nombres décimaux. Les usages scolaires font alors jouer un rôle prépondérant à la forme décimale classique : la désignation avec la virgule.
Important : toutes les activités de comparaison, de rangement, d'intercalation, …, puis de calcul se font avec les fractions, les fractions décimales et les nombres décimaux (*ceux « écrits » comme d'habitude*).

*Note de **PM** et de **PW***. Avant de faire état des difficultés d'APPRENTISSAGE pour les ELEVES, il convient d'abord de regarder pourquoi il est difficile pour un PE d'ENSEIGNER ces « Nouveaux Nombres ».
Enfin, il ne faut pas perdre de vue que c'est au COLLEGE que tout se « termine », bien ou mal ! Le « ballon » est ***prioritairement*** sur le territoire du PE.

3. A l'école primaire, comment peut-on partager un ***segment*** ou une ***bande*** de longueur quelconque en quatre parts égales ? Idem en cinq ?

Pour partager un segment en quatre parts égales.
On peut plier une première fois la bande en deux, puis une deuxième fois, ainsi en dépliant la bande, on peut voir apparaitre suivant les trois plis quatre parts égales. Technique qui a de l'avenir dès que la partage met en jeu une puissance de 2 ! (Ne pas confondre nombre pair (un seul pliage « sûr ») et puissance de deux (plusieurs pliages « sûrs »).

Maintenant, pour partager un segment en cinq parts égales, et en autant qu'on veut !
On utilise le « guide-âne ». Voir le **TD** consacré à l'usage de cet « instrument ».

*Note de **PM** et de **PW**. Deux points.*

1) Vu dans les copies : passer par la construction utilisant explicitement le théorème de Thalès. Double problème : Hors Programme au Primaire, ouf ! Et justement le « guide-âne » repose sur la propriété de Thalès.
2) Il est plus pertinent de fractionner ou de partager une bande plutôt qu'une surface : c'est faussement plus facile de partager une aire. Les Mathématiques en jeu sont bien plus complexes. On touche du doigt une difficulté fondamentale de l'enseignement. Ce n'est pas parce qu'on a une habitude sociale de partager un camembert ou une pizza que c'est « automatiquement » plus facile quand on fait des Mathématiques, c'est justement le contraire ! La dimension perceptive qui semble suffire est un obstacle à la compréhension. Revoir les **TD**.

4. Donner trois difficultés qu'un élève peut rencontrer au cours de l'apprentissage de la ***technique opératoire*** usuelle de la multiplication posée ?

Item facile, mais il est important de recenser et de connaître les difficultés premières liées à la technique.

- Les résultats des tables de multiplication ne sont pas parfaitement mémorisés.
- Difficultés dans la gestion des retenues.
- Difficultés dans le respect de l'ordre des calculs à effectuer.
- Difficultés de « décalage » qui correspond à l'existence d'un « 0 » par exemple multiplication par 507.
- L'élève additionne la retenue avant d'effectuer le produit. …

5. Proposer deux techniques à disposition des élèves de cycle III pour vérifier que deux droites sont ***parallèles***.

Avec les instruments, il y a deux méthodes ou techniques usuelles :

- Vérifier que le l'écart est constant (*on peut plutôt vérifier que les droites ne sont pas parallèles dès que l'écart n'est plus constant*);
- Utiliser, en acte, la « double perpendicularité ».

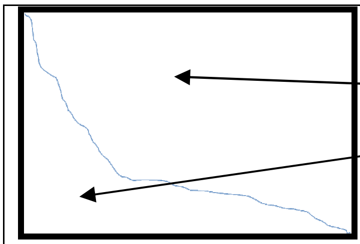
Un élève de cycle III peut utiliser une équerre, un gabarit d'angle droit pour vérifier que deux droites sont parallèles. Il peut également utiliser le pliage, à bien expliciter. La propriété mise en œuvre dans ce cas est que si une droite est perpendiculaire à l'une des deux droites parallèles elle l'est également à l'autre. D'autres techniques sont à explorer, mais on doit retenir les plus « usuelles ».

6. En se basant sur la différence ***d*** = 53 – 27, présenter clairement, sans les justifier, trois procédures de calcul de ***d***, définies comme des « techniques personnelles ou privées » (par opposition aux techniques dites « expertes »).

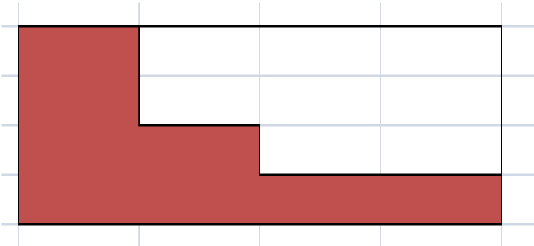
Quelques procédures de calcul de 53 – 27 : on est dans du *CALCUL REFLECHI* ou du *CALCUL RAISONNE*.

- 53 – 27 = 53 – 20 – 7 = 33 – 7 = 26. *Remarque* : 53 – 27 est aussi « difficile » à traiter que 33 – 7, why ? !
- 53 – 27 = 53 + 3 – 27 – 3 = 56 – 30 = 26 ; 53 – 27 = 53 – (30 – 3) = 53 – 30 + 3 = 23 + 3 = 26.
- 27 + … = 53 : « addition à trou ».
- Passage par les compléments à la dizaine, « *par au-dessus* » ou « *par en dessous* » : 53 – 27 = 54 – 28 = 55 – 29 = 56 – 20 = 26 ou bien 53 – 27 = 52 – 26 (*tiens, un double, au passage*) = 51 – 25 = 50 – 24 = 26. …

7. Présenter un exemple pour montrer que l'***aire*** d'une figure géométrique peut varier, alors que son ***périmètre*** reste constant. Idem avec une figure dont le ***périmètre*** varie, alors que l'***aire*** reste constante.



Les deux surfaces ci-contre ont le même périmètre car les côtés du rectangle sont égaux deux à deux et la ligne tracée est la même pour les deux figures.
L'aire de la surface **S1** est plus petite que l'aire de la surface **S2** (*comparaison perceptive, directe : procédure suffisante*).



Les deux surfaces ci-contre ont la même aire mais pas le même périmètre.
Ici, il y a apparition du NOMBRE : on compte les carreaux et les longueurs et largeurs.

*<u>Note de **PM** et de **PW**</u>*. Les exemples vus dans les copies sont pour la plupart corrects et les calculs justes, mais ils sont trop génériques : les figures proposées sont des carrés ou des rectangles, rarement d'autres. Ca marche, c'est ce qui compte !

8. Qu'est-ce que l'***énumération*** ?

L'énumération est associée à une collection discrète, c'est une compétence « intermédiaire », mais fondamentale pour accéder au dénombrement. A priori, elle ne fait pas « agir » le NOMBRE.

Enumérer, c'est faire un inventaire (donc, pas de rapport immédiat avec le NOMBRE). Autrement dit, énumérer, c'est pointer une et seule fois tous les éléments de la collection étudiée et s'arrêter quand c'est terminé (c'est-à-dire : sans en compter en double, ni en oublier).
Cette compétence peut-être travaillée et exploitée indépendamment de la « récitation » de la comptine numérique. L'énumération a pour fonction de développer des procédures permettant d'être certain de ne pas oublier d'objets de la collection et de ne pas pointer deux fois le même.

*<u>Note de **PM** et de **PW**</u>*. Item difficile, mais il a été étudié « à fond » pendant le **TD** consacré à la Maternelle. Dans certaines copies, des propositions d'activité ont été faites : « les boîtes à œufs », les « cases à remplir », mais la définition de cette compétence n'a pas été effective.

9. Dans tous les bandeaux de présentation des programmes 2008, il est systématiquement fait référence à la « résolution de problèmes » comme moteur de l'apprentissage. Donner et illustrer la définition de « ***situation – problème*** », de « ***problème ouvert*** », dans le cadre scolaire.

<u>Situation-Problème.</u> Il faut impérativement se rapporter à la ***Théorie des Situations Didactiques*** de G. BROUSSEAU. C'est une situation d'enseignement-apprentissage autour d'un « obstacle » (*le mot est fort*) à franchir. Elle présente un défi à la portée de l'élève qui ne dispose pas au départ, des moyens de trouver la solution recherchée. C'est une situation qui a pour objectif l'acquisition d'une nouvelle connaissance. Les élèves doivent pouvoir s'engager dans la résolution du problème. Les connaissances des élèves sont insuffisantes pour résoudre immédiatement le problème. La situation problème doit permettre à l'élève de décider si la solution trouvée est convenable. La connaissance que l'on veut voir acquérir doit être l'outil le plus adapté. ***<u>Exemple.</u>*** *Construire une rosace à huit branches.*

*<u>Note de **PM** et de **PW**</u>*. La paternité « théorique » de l'expression « ***situation-problème*** » revient à Brousseau.
Cependant, d'autres champs disciplinaires se sont emparés de cette expression et elle a parfois perdu de son acuité suivant des déclinaisons moins « fines » et moins élaborées.
PM et **PW** conseillent vivement la lecture des documents d'accompagnement des programmes 2002 intitulé : « ***Les Problèmes pour Chercher*** » et « ***Résolution de Problèmes et Apprentissage*** ».

<u>Problème ouvert.</u> (*On devrait dire <u>Problème Ouvert dans le cadre scolaire</u>*). La paternité revient ici à l'IREM de Lyon qui a publié au début des années 1980 un petit opuscule intitulé : « ***La Pratique du Problème Ouvert*** ».
C'est un problème dont d'énoncé est court et compréhensible, ne contenant ni la méthode, ni la solution, permettant à chacun qui le cherche de faire des essais. *Il n'est pas certain qu'on trouve la solution !*
<u>Exemple 1.</u> *On donne une droite (**D**) et deux points **A** et **B** situés dans un même demi-plan par rapport à la droite (**D**). Existe-t-il un point **C** de (**D**) tel que le « trajet » **ACB** soit minimum ? A chercher !*
<u>Exemple 2</u>*. (Plus en rapport avec les programmes du Primaire !). On s'intéresse aux décompositions additives d'un nombre entier naturel. Parmi toutes les décompositions possibles, en existe-t-il une dont le produit est maximal ? Des exemples de décompositions additives de l'entier 17 :* $17 = 10 + 7 = 3 + 5 + 7 + 2 = 8 + 9 = 12 + 4 + 1 = \ldots$ *(On peut en écrire tout plein !). Regardons du côté des produits :* $10 \times 7 = 70$, $3 \times 5 \times 7 \times 2 = 210$, $8 \times 9 = 72$, $12 \times 4 \times 1 = 48$ *: ils sont tous différents, mais a-t-on exhibé le produit le plus grand ? Au travail ! Bonne recherche.*

10. A partir du cycle II, les élèves sont familiarisés avec la manipulation de la ***règle***, graduée ou non. Citer les trois principales fonctions de cet instrument.

<u>La règle non graduée.</u>
Vérifier un alignement, « réaliser » un alignement, tracer des droites, des segments de droite, des côtés de figures polygonales, …
<u>Remarque</u>. La règle n'est pas le seul instrument pour travailler le concept d'alignement ; on pourra aussi utiliser la corde ou le ficelle tendue, la visée, …
<u>La règle graduée.</u>
Cet instrument va être utilisé dans le cadre du mesurage de **<u>longueurs</u>**.
La longueur est la première grandeur rencontrée à l'école et il ne faut pas confondre travail sur les longueurs et mesure de longueurs. Avant d'arriver à l'utilisation de la règle graduée, d'autres travaux sur les longueurs sont à envisager : Comparaison directe puis indirecte d'objets du point de vue de leur longueur, sans recours à la mesure, qui est un NOMBRE.

11. À partir de quel niveau d'enseignement l'usage de la ***calculette*** ou de la ***calculatrice*** est-il pertinent ? Expliquer pourquoi à l'aide d'exemples appropriés.

On peut utiliser la calculatrice dès le cycle II, même si les programmes préconisent une « utilisation raisonnée » de la calculatrice à partir du cycle III.
<u>Pour le cycle II.</u> Utilisation d'une calculatrice « à bon escient ! » pour obtenir un résultat lorsqu'on ne dispose pas d'une méthode de calcul efficace. Il y a mieux et plus : par exemple, dans le domaine de la numération, la calculatrice peut apporter des aides pédagogiques non négligeables, voir les exemples fournis en **TD**. La calculatrice n'est pas uniquement un instrument de calcul : c'est aussi un instrument d'exploration de phénomènes numériques : cette dimension a été oubliée dans les programmes actuels.
<u>Pour le cycle III.</u> Utilisation à bon escient d'une calculatrice pour obtenir un résultat numérique issu d'un problème et interprétation du résultat obtenu.
Utilisation d'une calculatrice pour déterminer la somme, la différence de deux nombres entiers (ou décimaux au cycle III), le produit de deux entiers ou celui d'un nombre décimal par un nombre entier, le quotient entier ou décimal de deux entiers ou d'un décimal par un entier.
Connaitre et utiliser certaines fonctionnalités de sa calculatrice pour gérer une suite de calculs : touches « opérations », touches « mémoires », touches « parenthèses », ~~facteur constant~~, …

Ici aussi, **PM** et **PW** conseillent vivement la lecture attentive d'un autre document d'accompagnement des programmes 2002 intitulé : « ***Utiliser les Calculatrices en classe*** ».