

## TP – PE. Première(s) rencontre(s) avec un LOGICIEL de GEOMETRIE DYNAMIQUE : le LGD « GeoGebra »

### Introduction. Spécificité de ces nouveaux instruments de géométrie.

On peut distinguer différents types de logiciels parmi tous les logiciels « dits » pédagogiques, du côté des mathématiques, évidemment : les didacticiels, les imagiciels et les « logiciels-outils ».

*(On laisse de côté les logiciels tels que les tableurs ou les logiciels de calcul formel, les grapheurs,... qui sont des outils spécifiques non couramment utilisés à l'école primaire !).*

▪ **« Didacticiels ».** Ce sont les logiciels les plus connus et les plus répandus. Qu'appelle-t-on « didacticiel » ? C'est un logiciel « fermé » qui propose des exercices et des « activités » enregistrés, avec en général, des aides appropriées, les réponses et des rappels de cours. Les élèves peuvent travailler ainsi d'une manière autonome et individualisée. Les « exercices » font partie de cette famille. Très souvent, c'est l'ordinateur qui contrôle et évalue simplement les productions des élèves.

Actuellement, les maisons d'éditions de fichiers et de manuels accompagnent leurs manuels de CD-Rom qui appartiennent à cette catégorie de logiciels.

▪ **« Imagiciels ».** Ce sont des logiciels qui permettent des illustrations assistées par ordinateur. Ils sont plutôt destinés à une utilisation collective à l'aide de ce qu'on peut appeler « un tableau animé » : un ordinateur relié à un grand écran de télévision (ou mieux, à un vidéo projecteur, ou encore mieux, à un TBI ou TNI !). Le professeur peut ainsi faire « voir » aux élèves des objets ou des figures de façon dynamique et interactive. Là aussi, il en existe beaucoup ; les plus connus sont ceux de la CREEM diffusés par le réseau SCEREN, ainsi que quelques logiciels de maisons d'éditions.

▪ **« Logiciels-outils ».** L'étude est aujourd'hui ciblée sur ce qu'on appelle les **Logiciels de Géométrie Dynamique (LGD)**. Ce sont des logiciels « ouverts » qui sont des nouveaux « instruments » au même titre qu'un compas ou qu'une règle sont des « anciens » instruments. Ces outils généraux et généreux permettent au professeur de construire ou d'élaborer ses propres imagiciels qu'il peut utiliser dans divers dispositifs, avec de **réelles visées d'apprentissage**, *ce qui n'est pas nécessairement le cas avec les autres types de logiciels rapidement présentés ci-dessus.*

Ces logiciels sont « ouverts », car ils « embarquent » des mathématiques, contrairement à TOUS les autres types de logiciels. **Un LGD est donc, par définition, PRET à TOUT, du moment que ce qu'on lui « dit » de faire est bien « dit » !**

Voilà qui ouvre bien des perspectives.

Le LGD<sup>1</sup> qui servira de support à ce TP s'appelle : **GeoGebra**.

On peut (*on doit, que disons-nous, PM et PW obligent !*) le télécharger gratuitement et très facilement, en tapant **GeoGebra** dans n'importe quel moteur de recherche. Il suffit alors de suivre les consignes du téléchargement.

Il n'est pas « coûteux » en place requise sur le disque dur et son ergonomie est tout à fait agréable dès le premier contact !<sup>2</sup>

Le but de ce TP est justement (*d'essayer*) de comprendre cette « nouvelle » géométrie, plane pour le moment, qu'on appelle la **géométrie dynamique**.

<sup>1</sup> Le choix s'est porté sur **GeoGebra**, même si le « meilleur » LGD, au sens de PW, est le logiciel « **CABRI – GEOMETRE** », qui a pour seul inconvénient d'être **shareware**. La rançon du succès ?!

Il y en a beaucoup d'autres, tout aussi spécifiques et techniques. On peut citer : **DECLIC, GEOPLAN, CaR-METAL** (*non, pas Heavy-METAL*), **CHAMOIS, DrGEO, GEONEXT, APPRENTI-GEOMETRE, Atelier de GEOMETRIE, MATHENPOCHE**, ... (Contacter PM ou PW pour d'autres renseignements).

<sup>2</sup> Si ça, c'est-y pas de la pub pour installer **ENFIN** sur son ordinateur un **VRAI** logiciel de Mathématiques, alors !

Pour ce faire, on n'y coupe pas, on va faire des exercices ! (Sans rentrer dans une description de toutes les possibilités ou fonctionnalités a priori : il vaut mieux les chercher et les découvrir « en acte » !).

Auparavant, quelques mots sur la **GEOMETRIE** « embarquée » dans un LGD comme GeoGebra, en parallèle avec d'autres « géométries », celles de la « **théorie** » et celle du « **papier-crayon** ».

Une des spécificités de ce type de logiciel, on peut le dire aussi pour tout LGD digne de ce nom, est qu'il « embarque » et « gère » des mathématiques. En effet, une « **figure-GeoGebra** » se comporte comme une représentation d'un objet géométrique théorique : l'aspect dynamique crée, entre autre, un lien nouveau entre l'objet théorique et sa représentation sur la feuille de papier.

<u>En géométrie « pure » : celle des mathématiciens.</u>	<u>En géométrie « dessinée » : celle des élèves et des professeurs.</u>	<u>En géométrie dynamique : une nouvelle interface ?</u>
<p>(...) Par exemple, on s'intéresse à <b>la droite (AB)</b>, passant par deux points distincts <b>A</b> et <b>B</b>. C'est un <b>OBJET mathématique</b>.</p> <p><i>Cette (unique) droite (AB) ne « vit » pas toute seule, mais le fait de l'avoir désignée la caractérise et permet donc des tâches appropriées à cet objet mathématique.</i></p>	<p>(...) A notre niveau, on la dessine en longeant l'arête d'une règle. Et donc, en fonction du soin et de la rigueur du « dessinateur », il peut être possible de dessiner plus d'un trait droit ou rectiligne passant par deux « gros » points grossièrement représentés !</p> <p><i>Question : Une droite est-elle « toujours » droite ?</i></p>	<p>(...) Les mathématiques « embarquées » par le logiciel impliquent (<i>l'existence</i>) et surtout <i>l'unicité</i> de la droite passant par les deux points distincts <b>A</b> et <b>B</b>.</p> <p><i>A condition de respecter la « grammaire » du LGD qui nous indique comment tracer cette droite !</i></p>
<p>(...) On affirme que un certain point, <b>LE</b> point <b>W</b> appartient à la droite <b>(AB)</b>.</p>	<p>(...) Un élève marque ou coche tout simplement un point <b>W</b> « sur » la droite <b>(AB)</b>.</p> <p><i>Question : est-on certain que le point W appartienne à (AB) ?</i></p>	<p>(...) Par « glisser-déposer » d'un point <b>W</b> sur la droite <b>(AB)</b> existante, on obtient une représentation identique à celle obtenue en géométrie « dessinée » ; <b>MAIS</b> le point n'est pas lié « dynamiquement » à <b>(AB)</b>. Le logiciel ne le « verra » pas comme un point de la droite : il faut le définir pour cela !</p> <p><i>Scoop spécial LGD ! Avec un LGD, un point est soit :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>En totale liberté,</i></li> <li>• <i>En liberté surveillée,</i></li> <li>• <i>Ou enfin, totalement prisonnier. (Illustration)</i></li> </ul>
<p>(...) Soit <b>I</b> le point d'intersection de deux droites distinctes <b>(d)</b> et <b>(d')</b>.</p>	<p>(...) Le point <b>I</b> existe <i>de facto</i>, dès le tracé des deux droites sécantes ! il ne reste plus qu'à le nommer, <b>I</b> dans le cas présent.</p> <p><i>L'intersection se voit !</i></p>	<p>(...).Le point <b>I</b> n'existe dans le logiciel que s'il a été <u>créé</u> (<i>implicitement ou explicitement, puis éventuellement nommé</i>). Il y a là, une rupture importante avec le dessin de la colonne précédente.</p> <p><i>Spécificité d'un LGD. (Illustration).</i></p>
<p>(...) On s'intéresse à un segment <b>[MB]</b>, avec <b>M</b> milieu du segment <b>[AB]</b><sup>3</sup>.</p>	<p>(...) <i>Idem ci-dessus</i>, le segment <b>[MB]</b> « existe » dès que <b>M</b> a été marqué ou dessiné !</p>	<p>(...) Là aussi, il faut « <b>créer</b> » le segment <b>[MB]</b> pour qu'il existe en géométrie dynamique<sup>4</sup>.</p>

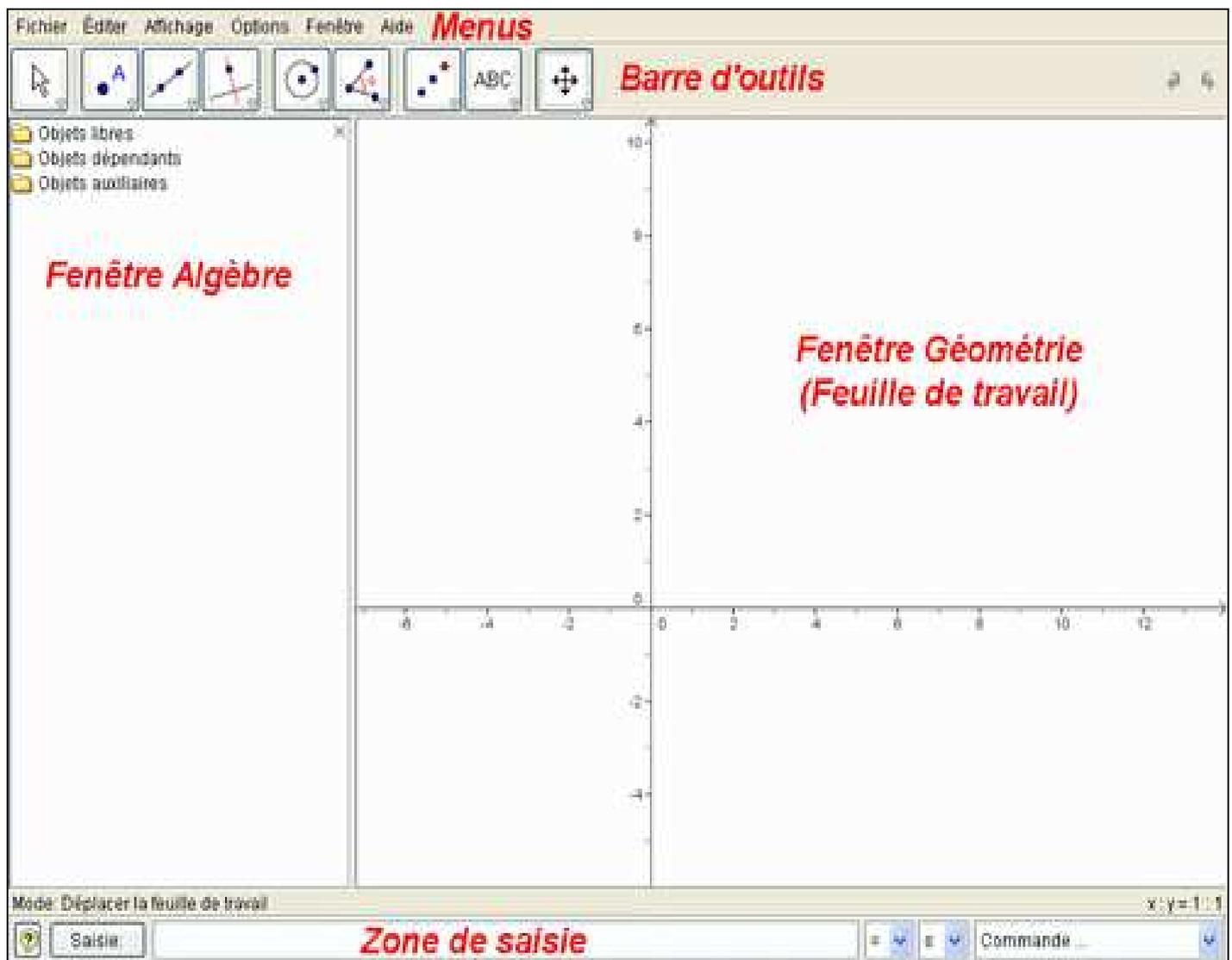
<sup>3</sup> Au fait, en plaçant le point **M** sur **[AB]**, on détermine combien de segments distincts ?

<sup>4</sup> Un point crucial de la géométrie dynamique : si on veut qu'un **OBJET**, dont on a une « **VUE** » sur l'écran, existe, il faut le « créer ». On « dépasse » ainsi la notion de **DESSIN**, puis celle de **SCHEMA**, puis celle de **FIGURE**, pour se rapprocher de l'**OBJET**, tel qu'il est défini en géométrie « pure » (*la première colonne ci-dessus*).

**La notion de géométrie dynamique repose (essentiellement) sur  
TROIS « principes » :**

- 1. Une même figure peut être construite ou obtenue à partir de plusieurs « primitives » ou « fonctions » différentes des menus du LGD.**
- 2. Une fois construite, la figure peut être modifiée « dans tous les sens », a posteriori, tout en respectant les « autorisations » des « primitives ». Il y a donc possibilité d'expériences géométriques et graphiques.**
- 3. Par déplacement des objets de base de la construction ou par déplacement global de la figure, celle-ci conserve toutes les propriétés géométriques qui ont servi à la générer.**

Une copie d'écran de la page qui apparaît dès qu'on « lance » le logiciel.

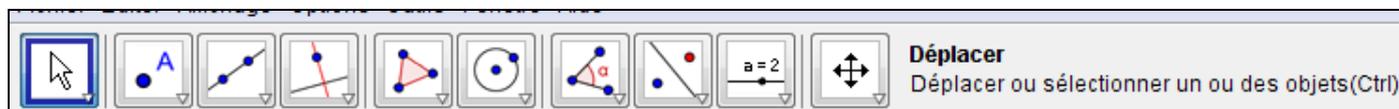


## Description.

- Il y a tout d'abord une première ligne, support d'un **MENU** « usuel » : pas de commentaire particulier. Il contient tout ce qui relève de l'aspect spécifiquement bureautique. *A explorer quand même.*

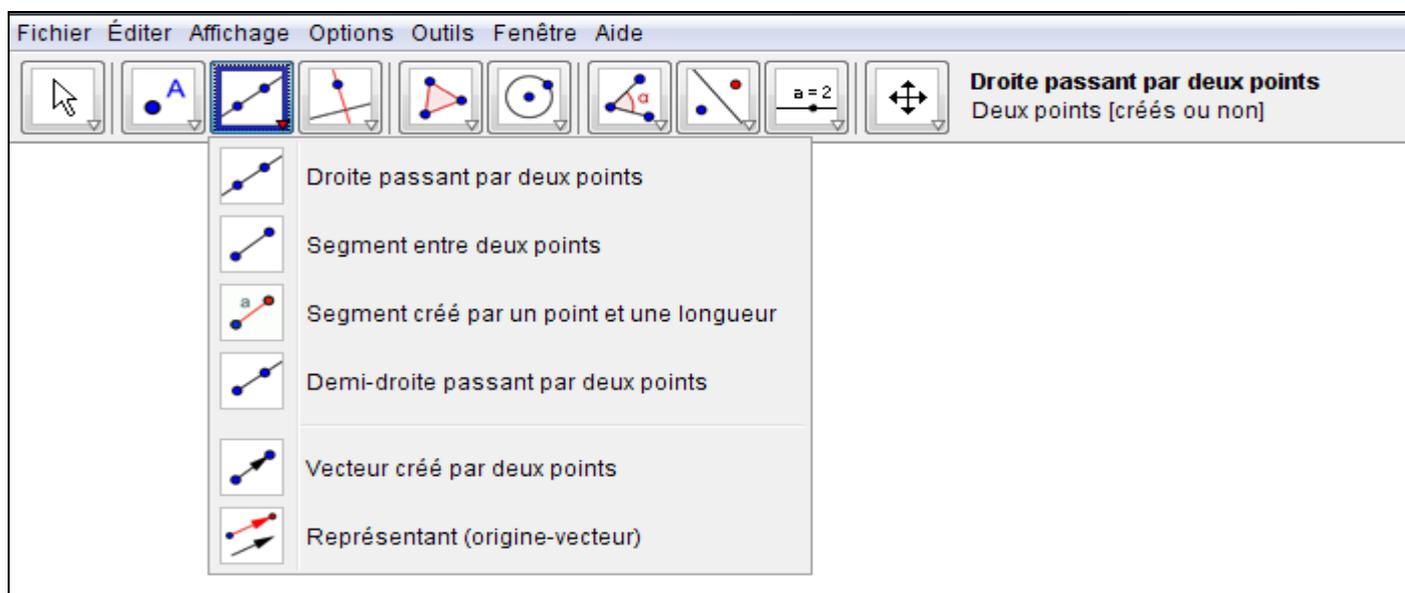
Fichier	Editer	Affichage	Options	Outils	Fenêtre	Aide
---------	--------	-----------	---------	--------	---------	------

- Deuxième ligne : la **BARRE d'OUTILS**. Le « menu » **GeoGebra** : le plus important !

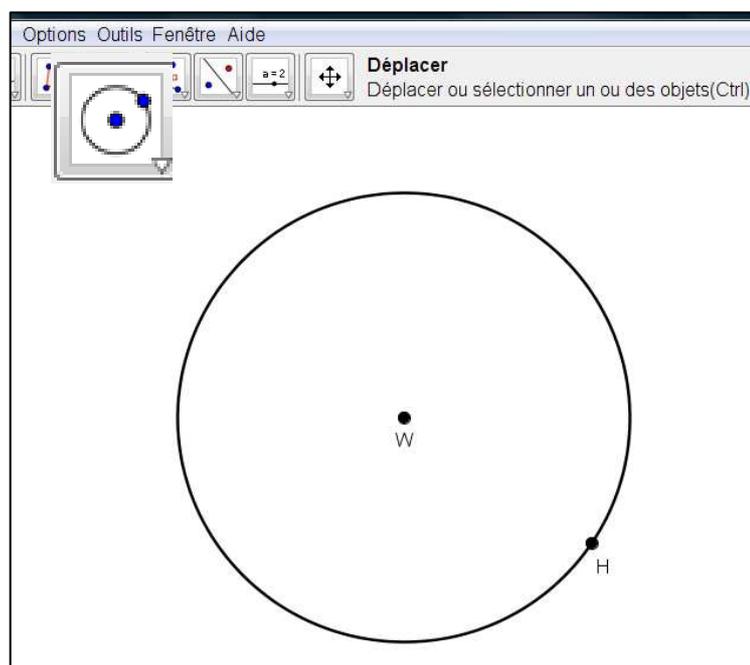


Dix icônes représentent les « **primitives** » de ce que peut faire le logiciel, à condition de lui dire de le faire ! Chaque « **primitive** » décline plusieurs « **fonctions** », voir image ci-dessous.

Par exemple, en sélectionnant la troisième « **primitive** », en partant de la gauche, on peut ainsi construire chacun des six objets en cliquant sur la « **fonction** » qui autorise cette construction.



Exemple ci-dessous : construction d'un cercle de centre **W** et de rayon quelconque : sélection de la « primitive » ou de l'icône : « fonction » : cercle (centre, point). Si le cercle est dynamiquement bien construit, on peut lui appliquer les principes de la page 2. (*Illustration en TD*).



- Dernier point. La page de travail, par défaut, est formée de deux parties.

La partie gauche de l'écran est une sorte de boîte de dialogue, elle renseigne sur la « qualité » des objets travaillés, elle donne « en temps réel » des informations sur le travail en train d'être accompli, ...

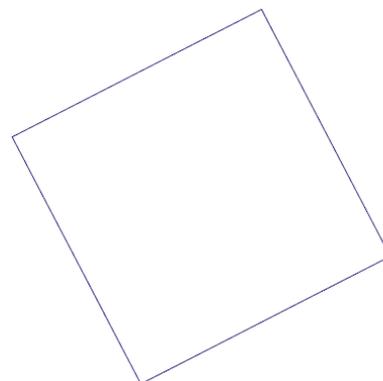
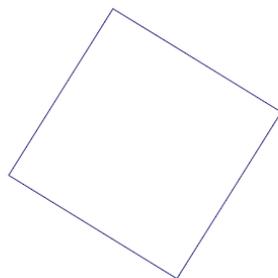
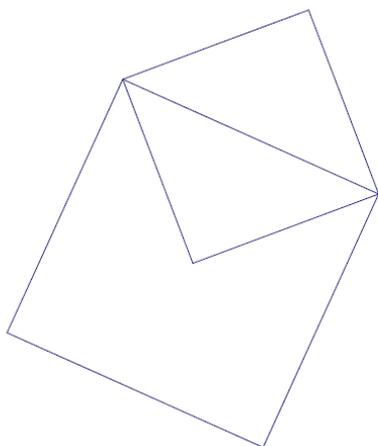
La partie droite est la feuille de travail, presque blanche, puisqu'un système d'axes de coordonnées est représenté.

On peut facilement rendre réellement « blanche » cette feuille, en cliquant sur Affichage et en demandant de « cacher » la fenêtre Algèbre et de « cacher » les axes. Top Méga-géant, Trop bien !

C'est parti. Les **exercices** et **activités** incontournables !

**EXERCICE 1 : les enveloppes.** Avant de se « jeter » sur le logiciel LGD « GeoGebra », il convient de « résoudre » cet exercice **à la main**, c'est-à-dire, avec crayon, papier et « bons » instruments de construction géométrique.

Voici le dessin d'une enveloppe, fait de deux carrés. On a commencé deux autres dessins de la même enveloppe. Complète-les.



Dessin 1. On a tracé le plus petit carré  
Tu dois construire le plus grand

Dessin 2. On a tracé le plus grand  
carré.  
Tu dois construire le plus petit

**EXERCICE 2**

On reste dans le domaine des quadrilatères. Appliquer le programme de construction suivant.

1. Construire un quadrilatère (*convexe*) quelconque de sommets **A, B, C** et **D**.
2. Marquer les points **R, S, T** et **U** ; milieux respectifs des côtés **[AB]**, **[BC]**, **[CD]** et **[AD]** du quadrilatère **ABCD**.
3. Tracer le quadrilatère **RSTU**.

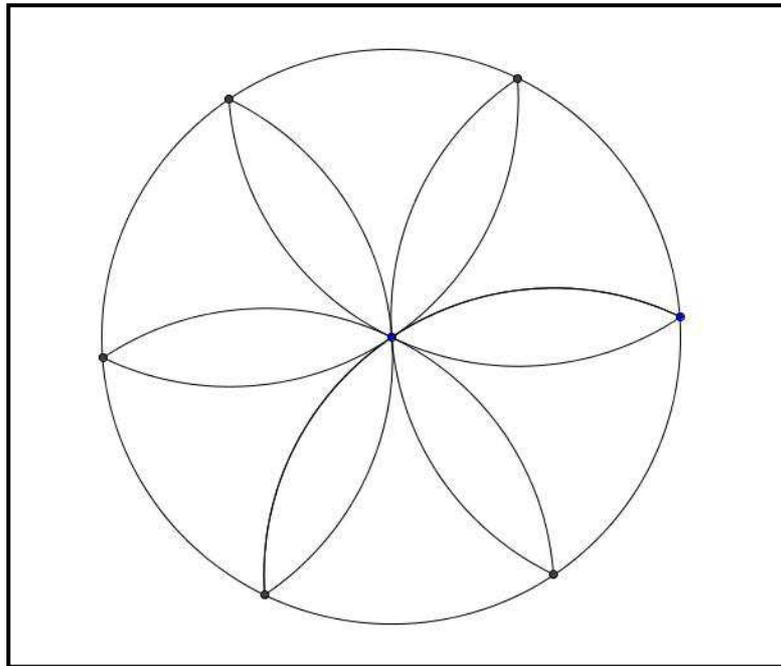
CONSIGNES :

- Tester dynamiquement cette construction.
- A l'aide du **LGD**, « **montrer** » que dans le cas le plus générique, le quadrilatère **RSTU** est un parallélogramme. (*On l'appelle le parallélogramme de Varignon*). Poser les bonnes questions au logiciel : il y a une primitive qui permet ce genre d'interrogations.
  - *Pour aller plus loin.* Quelle doit être la nature de **ABCD**, pour que **RSTU** soit un **RECTANGLE** ? Idem avec **RSTU LOSANGE** et idem avec **RSTU CARRE** ? Conjectures à « **prouver** » avec le **LGD**.

*Il reste un peu de place sur cette page. Profitons-en !*

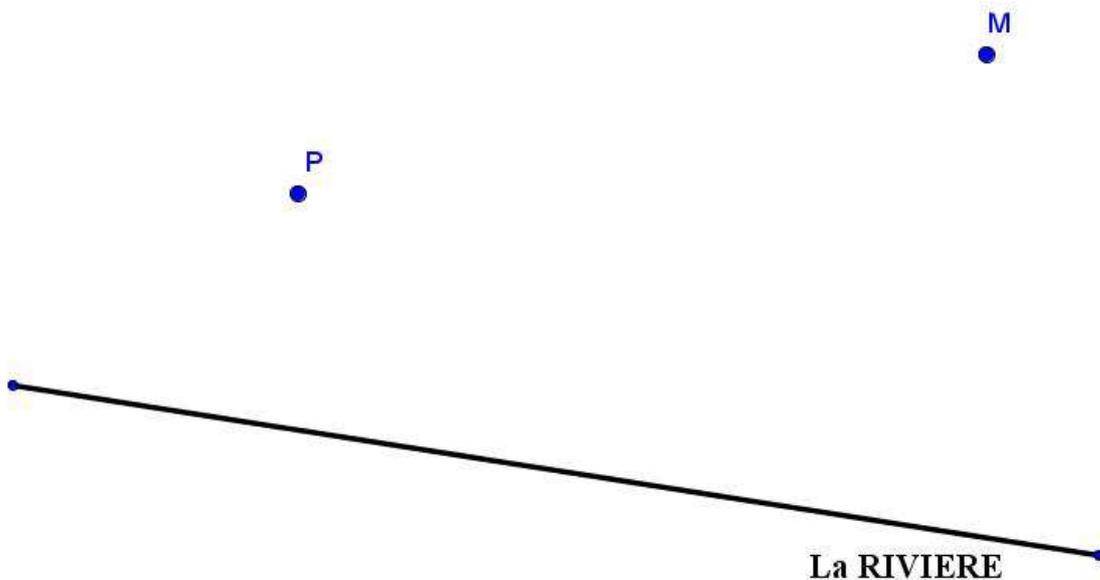
*Construire le « double carré » (« le petit dans le grand ») de la diapositive 16 du diaporama du stage. (Demander à PW). Allons-y, mettons-y des couleurs « United Colors of LGD » !*

**EXERCICE 3 : les rosaces.** En guise d'apéritif, on peut s'amuser à construire dynamiquement une rosace à **six** branches. (Voir la figure ci-dessous). Comme plat de résistance, on demande maintenant de tracer dynamiquement une rosace à **huit** branches.



**EXERCICE 4 : « Il y a le feu à la maison ».**

Une maison **M** est en feu. Au secours les pompiers ! Y a-t-il un chemin plus court pour aller de **P** à **M** en remplissant la citerne à la rivière (supposée rectiligne) ? Expliquer, justifier, démontrer ... Reproduire cette figure et proposer des conjectures à tester au logiciel.



## COMMENTAIRES ...

Pour chacun des trois exercices,

☺ Tester la « qualité » et la « robustesse » de la construction, en utilisant les « principes » de la géométrie dynamique : les figures ainsi construites résistent-t-elles à la déformation, au déplacement, à la torsion, ...

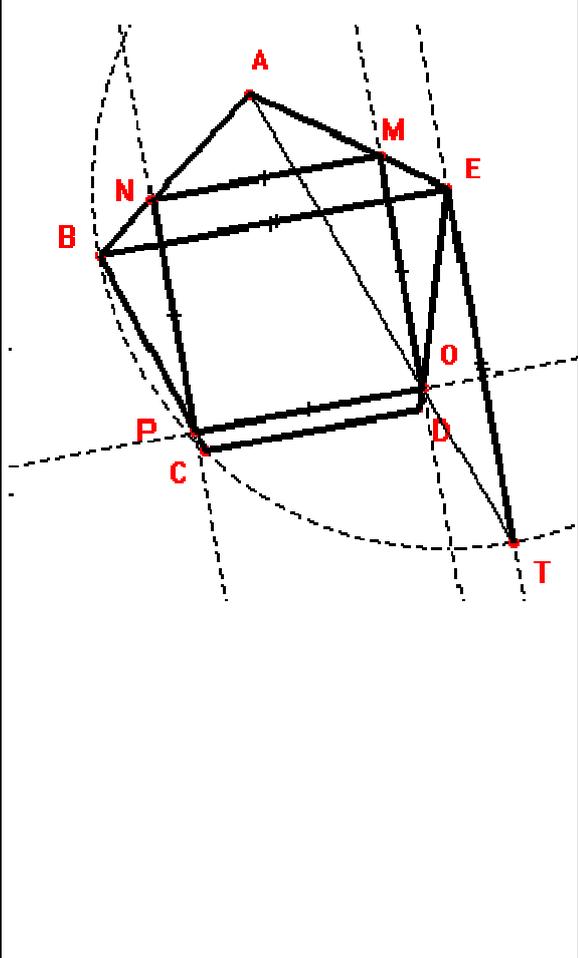
☺ Rédiger éventuellement un programme de constructions (Voir le logiciel et la possibilité de « montrer la description »).

### EXERCICE 5. Un peu de mathématiques « traditionnelles » et « originales ».

• Etant donné un segment **[AB]** de longueur quelconque, où placer un point **T** pour que le triangle **(ATB)** soit rectangle en **T**.

Donner plusieurs solutions, puis, donner toutes les solutions. Tester alors les solutions avec les commandes du logiciel.

- « CARRE INSCRIT dans PENTAGONE REGULIER ».

« <u>FIGURE-GeoGebra</u> » : (copie d'écran)	« <u>COMMANDES</u> » :	« <u>TEXTE</u> » :
	<p>Dans cette colonne on trouve une liste de « commandes-GeoGebra » permettant de réaliser la construction.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Pentagone régulier.</li> <li>• Segment.</li> <li>• Droites <math>\perp</math> et <math>\parallel</math>.</li> <li>• Point sur objet(s).</li> <li>• Compas.</li> <li>• (...)</li> </ul> <p>(Ne pas hésiter à faire des essais ou à demander).</p>	<p>Le texte proposé, écrit en ancien français, est celui qui figure dans le manuel de 6<sup>e</sup> de la collection MAGNARD (avant 2002).</p> <p><u>Le pentagone régulier (AEDCB) est donné.</u></p> <p>Programme de construction :</p> <p>« <b>Tirez la ligne BE.</b>  <b>Puis, abaissez la perpendiculaire ET à l'extrémité de BE.</b>  <b>Faites alors cette perpendiculaire ET égale à la ligne BE.</b>  <b>Tirez la ligne AT.</b>  <b>De la section O, menez la ligne OP parallèle au côté CD.</b>  <b>Aux extrémités O et P, eslevez (aie !) les perpendiculaires OM et PN.</b>  <b>Tirez la ligne NM.</b>  <b>NMOP est le carré requis.</b></p>

- (...)

**EXERCICE 6.**

**Du côté des périmètres et des aires, en travaillant dans un QUADRILLAGE.**

Génération du quadrillage. Choisir le **LGD** « préféré ».  
 Afficher un réseau à mailles carrées de côté 1cm.  
 Quelques constructions à réaliser, programmes donnés à l'oral.

**Pour aller plus loin. A la découverte d'une formule magique : la formule de G.A. PICK (et pick et colegram, bourre et bourre et ratatam !)<sup>5</sup>.**

On se place dans un réseau à mailles carrées de côté 1cm. On s'intéresse aux **nœuds** (ou aux **CLOUS**) du réseau<sup>6</sup>.

Construire plusieurs polygones, non croisés. On s'intéresse à leurs aires : on peut demander au logiciel de les calculer, mais on peut aussi calculer, au mieux, ces aires<sup>7</sup> en comptant le nombre de carrés unités d'aire 1cm<sup>2</sup>, augmenté éventuellement d'un certain nombre de « demi-carrés », d'aire 0,5cm<sup>2</sup> et ainsi de suite.

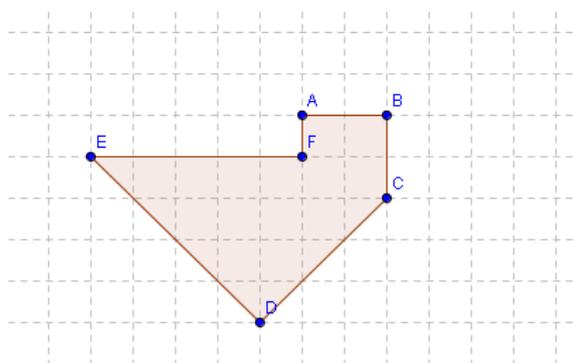
**On va faire plus fort !** On va CALCULER ces aires, uniquement en COMPTANT les **CLOUS** du polygone d'une certaine façon. Cette « façon » est à découvrir : c'est la formule de **PICK**.

Exploiter le tableau suivant, à reproduire et à compléter :

<b><u>POLYGONE n° :</u></b>	Nombre <i>i</i> de <b>CLOUS</b> , à l'intérieur du polygone :	Nombre <i>c</i> de <b>CLOUS</b> sur les COTES du polygone :	Aire <i>A</i> , affichée par le logiciel, ou « comptée » à partir des surfaces unités.
(1)			
(2)			
(3)			
(4)			
...			

... (On doit tester un nombre important ou significatif de cas).

Conjecture : la formule de PICK est : ......



Exemple ci-contre :

- ✓ *i* = 10 (nombre de CLOUS à l'intérieur).
- ✓ *c* = 17 (nombre de CLOUS sur les côtés).
- ✓ Aire *A* = 17,5 (cm<sup>2</sup>, à l'échelle de réduction près !).

*Formule à trouver et à tester.*

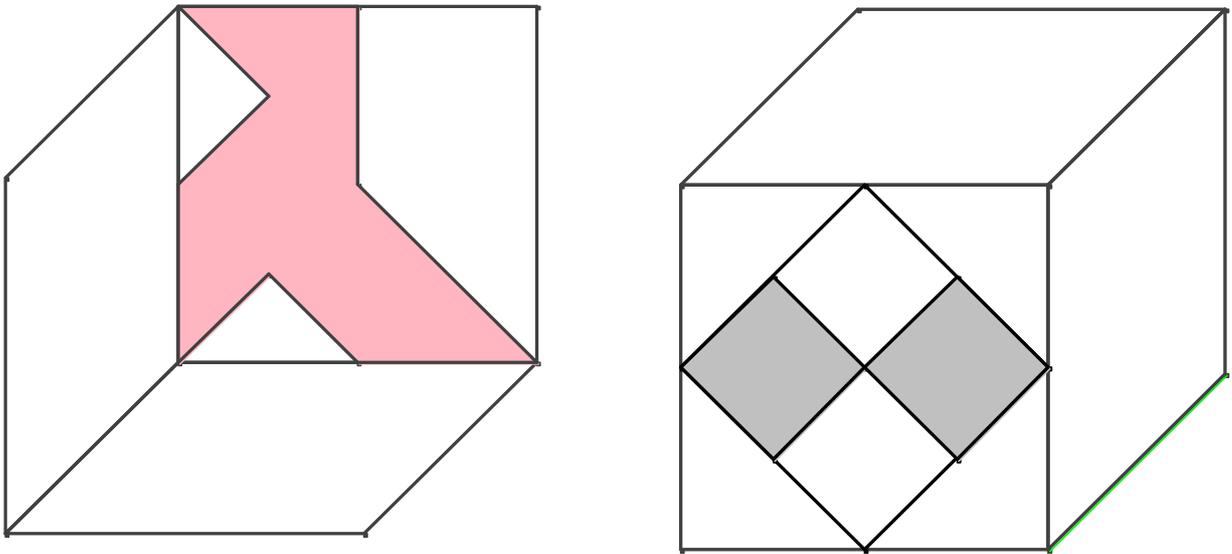
<sup>5</sup> N'importe quoi !!!

<sup>6</sup> En fonction du logiciel choisi, il s'agit de construire un réseau pointé : on ne « garde » que les sommets des carrés, qu'on peut appeler des **CLOUS**, en référence à la planche cloutée appelée *GEOPLAN*, sur laquelle on pouvait « tisser » des figures avec des fils ou avec des élastiques. C'était dans le temps !

<sup>7</sup> Et non pas **Césaire**, vous avez **Aimé** !

**EXERCICE 6. Le « CUBISME », avec un logiciel de géométrie dynamique.**

C'est donc parti pour le quart d'heure artistique !



**CONSIGNE.**

1. Reproduire les représentations en PC des deux cubes ci-dessus sur la feuille de travail du LGD. Tester dynamiquement et rédiger, éventuellement un programme de construction, en utilisant le programme affiché par le LGD.
2. Pour chacun de ces deux cubes, reproduire alors le dessin de la face « avant » sur les deux autres faces visibles. Tester dynamiquement.