

Nom-Prénom :

EX1 : Pour chacune des fonctions suivantes : déterminer une primitive de f sur I

$$1) f(x) = 3 - 12x^8 + \frac{10}{x^3 \sqrt{x}} - \frac{1}{5x} \quad I =]0; +\infty[$$

$$2) f(x) = \frac{2}{9(5-x)^4} \quad I =]5; +\infty[$$

$$3) f(x) = \frac{4}{9+x^2} \quad I = \mathbb{R}$$

$$4) f(x) = 4x^3 e^{3x^4-2} \quad I = \mathbb{R}$$

EX2 : Soit la fonction f définie pour x appartenant à $I =]-8; -\frac{4}{3}[$ par $f(x) = \frac{-x+32}{3x^2+28x+32}$.

1) Déterminer les réels A et B tels que $f(x) = \frac{A}{3x+4} + \frac{B}{x+8}$.

2) En déduire une primitive de f sur I .

EX3 : Soit la fonction f définie sur $I =]-3; +\infty[$ par $f(x) = \ln(x+3)$.

Pour quelle valeur du réel a la fonction F définie par $F(x) = (x+a)\ln(x+a) - x$ est-elle une primitive de f sur I ?
Déterminer alors la primitive de f sur I qui s'annule en -2 .

DL_n : développement limité d'ordre n

EX4 : Soit f une fonction 3 fois dérivable en 0 dont le DL_3 en 0 est : $f(x) = 2 - 3x - 8x^3 + o(x^3)$ (reste).
Proposer un tracé local de C_f , courbe représentative de f , pour x voisin de 0.



EX5 : Soit la fonction définie pour $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = 4 + \ln(2 - e^{\frac{5}{2}x})$.

1) Vérifier, en utilisant la formule de Taylor, que le DL_2 en 0 de f est : $f(x) = 4 - \frac{5}{2}x - \frac{25}{4}x^2 + o(x^2)$ (reste)

2) En déduire une valeur approchée de $d = 4 + \ln(2 - e^{0,05})$. ($d = f(\dots)$)

3) Déterminer le DL₂ en 0 de la fonction g définie pour $x \neq -\frac{2}{5}$ par $g(x) = \frac{1}{2+5x}$.

4) Déduire de la question 1) le DL₂ en 0 de $h(x) = 4 + \ln(2 - e^{-5x^2})$. (remarquer que $h(x) = f(kx^a)$)

5) Déduire des questions précédentes le DL₂ en 0 de $t(x) = \frac{4 + \ln(2 + e^{-\frac{5}{2}x})}{2+5x} = f(x) g(x)$.

EX6 : Déterminer les limites suivantes à l'aide de développements limités :

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(3+5x) - \ln(3)}{x}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sh}(x) - x}{x^3}$$