

Nom-Prénom :

Toutes les réponses doivent être justifiées

EXERCICE 1: Calculer les intégrales suivantes en déterminant une primitive des fonctions considérées

$$1) A = \int_0^{\sqrt{3}/2} \frac{2}{4x^2 + 3} dx$$

$$2) B = -2 \int_1^5 \frac{1}{(1+2x)^2} e^{\frac{1}{2x+1}} dx$$

EXERCICE 2: Pour quelle(s) valeur(s) du réel b l'intégrale $A = \int_2^b \frac{x}{\sqrt{3x^2 + 4}} dx$ est-elle égale à $\frac{10}{3}$?

EXERCICE 3: 1) Déterminer trois réels A, B et C tels que : $3x^2 - 3x + \frac{3}{2} = A[(Bx + C)^2 + 1]$ pour $x \in \mathbb{R}$.

2) En déduire la valeur de l'intégrale $A = \int_0^{1/2} \frac{1}{3x^2 - 3x + \frac{3}{2}} dx$

3) Calculer l'intégrale $B = \int_0^{1/2} \frac{6x - 3}{3x^2 - 3x + \frac{3}{2}} dx$. En déduire que $C = \int_0^{1/2} \frac{x}{3x^2 - 3x + \frac{3}{2}} dx$ est égale à $-\frac{1}{6} \ln(2) + \frac{\pi}{12}$.

4) Déterminer a et b tels que $h(x) = \frac{1}{3x^3 - 6x^2 + \frac{9x}{2} - \frac{3}{2}} = \frac{a}{x-1} + \frac{bx}{3x^2 - 3x + \frac{3}{2}}$. En déduire $D = \int_0^{1/2} h(x) dx$.

EXERCICE 4: Calculer, à l'aide d'une intégration par parties, les intégrales suivantes

$$1) A = \int_{-1}^3 \ln(2+t) dt$$

$$2) B = \int_0^1 6x^3 e^{3x^2} dx$$

EXERCICE 5: Soit la fonction définie sur $I =]10 ; +\infty [$ par $f(x) = 5x \left(\frac{1}{2}x - 5\right)^{1/3}$.

1) Soit $x \geq 12$.

Calculer l'intégrale $\int_{12}^x f(t) dt$ (faire au choix, une intégration par parties ou un changement de variables)

2) En déduire la primitive de f sur I qui s'annule en 12.

EXERCICE 6: Calculer, à l'aide d'un changement de variable, les intégrales suivantes:

$$1) A = \int_{e^{-5}}^e \frac{\ln(t)+3}{t \sqrt{4-\ln(t)}} dt \quad (\text{indice : poser } x = 4 - \ln(t))$$

$$2) B = \int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}(2\sqrt{x}-3)} dx$$

$$3) C = \int_0^{\ln(2)} \sqrt{e^x-1} dx \quad (*\text{Bonus}*)$$