

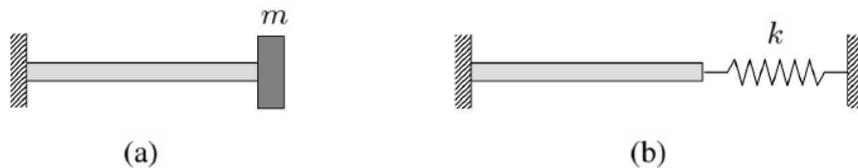
## TD4 : Systèmes continus

### Exercice 1

On s'intéresse aux vibrations en flexion d'une poutre homogène de longueur  $L$ , de moment d'inertie quadratique  $I_{Gz}$  et de module d'Young  $E$ . Les deux extrémités de la poutre sont encastrées. Déterminer les fréquences propres.

### Exercice 2

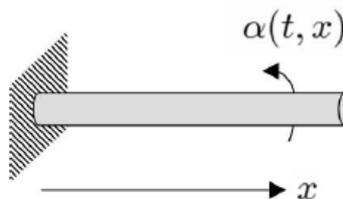
On s'intéresse aux vibrations longitudinales d'une barre homogène de longueur  $L$ , de section  $S$  et de module d'Young  $E$ . L'extrémité  $x = 0$  de la barre est encastrée, alors que l'extrémité  $x = L$  est supposée (i) soit connectée à une masse rigide  $m$  (cf. Figure (a)), (ii) soit connectée à un ressort  $k$  (cf. Figure (b)).



1. Formuler les conditions aux limites en  $x = 0$  et en  $x = L$  pour les deux types de configurations envisagées (couplage avec masse et couplage avec ressort).
2. Pour chacune de ces deux configurations, formuler l'équation permettant de trouver les pulsations propres du système. Analyser les solutions de cette équation dans les cas critiques suivants :
  - Configuration avec masse :  $\beta L \ll 1$  et  $m \ll \rho SL$
  - Configuration avec ressort :  $k \gg ES/L$  et  $k \ll ES/L$

### Exercice 3

On s'intéresse aux vibrations libres d'une poutre cylindrique (diamètre  $D$ ) en torsion. Cette poutre, de longueur  $L$ , est encastrée en  $x = 0$  et libre en  $x = L$ . On note  $\alpha$  l'angle de rotation de la section d'abscisse  $x$ .



Déterminer l'équation du mouvement. En déduire les pulsations propres et modes propres.