FACULTÉ DE DROIT ÉCONOMIE & GESTION

Licence EG - Semestre 3 - 2023-2024
TECHNIQUES QUANTITATIVES
Développements limités (exercices)

Exercice 1 : Déterminer les DL_3 en 0 des fonctions :

1) $f(x) = e^{2-5x}$ 2) $g(x) = \ln(3 + 10x)$ 3) $h(x) = (4x+1)^{3/4}$.

Exercice 2 :

1) Déterminer les DL_3 en 0 des fonctions $f(x) = \dfrac{1}{4+x}$ et $g(x) = \dfrac{1}{4-x}$.

2) Soit la fonction h définie pour $x \in]-4\,;4[$ par $h(x) = \dfrac{1}{16-x^2}$.

a) Déterminer les réels A et B tels que $h(x) = Af(x) + Bg(x)$.

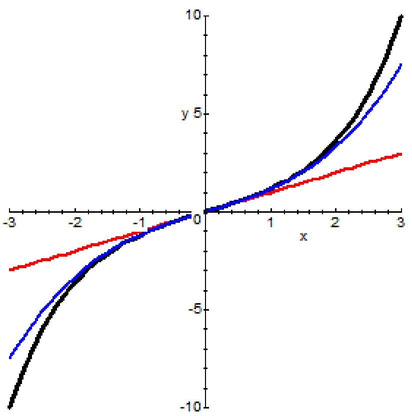
b) Déterminer en utilisant les questions précédentes le DL_3 en 0 de la fonction h.

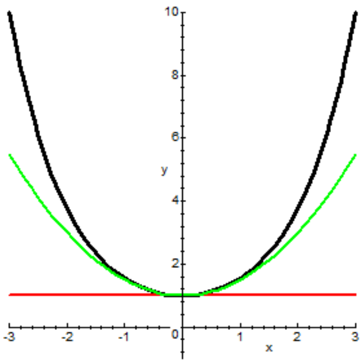
Exercice 3 : *Fonctions hyperboliques*.

On définit les fonctions « cosinus hyperbolique » et « sinus hyperbolique » sur $\mathbb{R}$ respectivement par :

$$\mathrm{ch}(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \text{ et } \mathrm{sh}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}.$$

1) Déterminer le DL_3 en 0 de ces deux fonctions.





2) En déduire le DL_3 en 0 de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \mathrm{ch}(x) \times \mathrm{sh}(x)$.

3) Que vaut h''(0) ?

4) Proposer un tracé local de le fonction h au voisinage du point d'abscisse 0.

Exercice 4

Soit h une fonction 3 fois dérivable en 0 dont le DL_3 en 0 est : $h(x) = -1 + \dfrac{3}{2}x - 2x^3 + o(x^3)$ (reste) .

Proposer un tracé local de C_h , courbe représentative de h, pour x voisin de 0.

Exercice 5 :

Dans chacun des cas suivants, déterminer le DL_3 en 0 de f . En déduire l'équation de (T), tangente à C_f en (0 ; f(0)) et faire une représentation graphique locale de (T) et C_f.

a) $f(x) = \dfrac{1}{1-x}$ b) $g(x) = \dfrac{1}{1-x^2}$ c) $h(x) = \dfrac{1}{1-x^3}$

Exercice 6 :

Déterminer le DL_3 en 0 des fonctions suivantes, soit en utilisant la formule de Taylor, soit en utilisant les développements limités des fonctions usuelles.

1) $f(x) = 2 - x + 4x^2 + 5x^3 - 8x^4$ 2) $g(x) = \dfrac{1}{3x+2}$ 3) $h(x) = \dfrac{2 - x + 4x^2 + 5x^3 - 8x^4}{3x+2}$

4) $t(x) = e^{-4x+3}$ 5) $v(x) = \ln(2 - 5x)$

Exercice 7 : Déterminer les limites suivantes à l'aide de développements limités :

1) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+x)}{x}$ 2) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - 1}{x}$ 3) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\text{ch}(x) - 1}{x^2}$

Exercice 8 :

1) Vérifier que le DL_3 en 0 de la fonction $f(x) = \sqrt{1-x}$ est égal à $1 - \dfrac{1}{2}x - \dfrac{1}{8}x^2 - \dfrac{1}{16}x^3 + o(x^3)$.

2) Déterminer le DL_3 en 0 de la fonction $g(x) = \dfrac{1}{2+x}$.

3) En déduire le DL_3 en 0 de la fonction $t(x) = \dfrac{\sqrt{1-x}}{2+x}$.

4) Déterminer alors une valeur approchée de $\dfrac{\sqrt{0,96}}{2,04}$.