	Licence EG **2022-2023** **TECHNIQUES QUANTITATIVES CC1 durée : 1h30**
Nom-Prénom :	

DL_n : développement limité d'ordre n.

<u>EXERCICE 1</u> : Soit la fonction définie pour x ∈ par $f(x) = e^{1-\sqrt{1+4x}}$.

1) a) Vérifier, en utilisant la formule de Taylor, que le DL_2 en 0 de f est : $f(x) = 1 - 2x + 4x^2 + o(x^2)$ (reste)

b) En déduire une valeur approchée de $d = e^{1-\sqrt{1,12}}$. (d = f(…))

2) a) On admet que le DL_2 en 0 de la fonction définie par $g(x) = \sqrt{1-x}$ est : $g(x) = 1 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + o(x^2)$

En déduire :

le DL_2 en 0 de la fonction définie par $h(x) = \sqrt{1+4x}$, puis celui de la fonction u définie par $u(x) = 1 - \sqrt{1+4x}$.

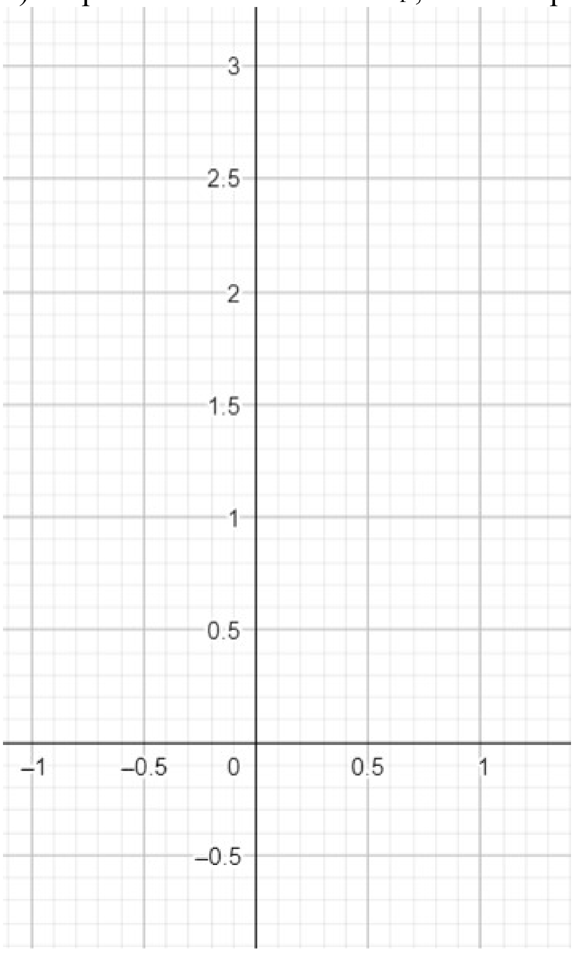
b) Rappeler le DL_2 en 0 de la fonction définie par $v(x) = e^x$.

c) Retrouver en utilisant le questions 2a) et 2b) que le DL_2 en 0 de f est : $f(x) = e^{1-\sqrt{1+4x}} = 1 - 2x + 4x^2 + o(x^2)$

EXERCICE 2 :

On admet que le DL_3 en 0 de la fonction f définie par $f(x) = e^{\sqrt{1+4x}-1}$ est $f(x) = 1 + 2x + \frac{4}{3}x^3 + o(x^3)$

1) Proposer un tracé local de C_f, courbe représentative de f, pour x voisin de 0.



2) Déterminer le DL_3 en 0 de la fonction g définie pour $x \neq 2$ par $g(x) = \frac{1}{2-x}$.

3) <u>Déduire des questions précédentes</u> le DL_3 en 0 de $t(x) = \frac{e^{\sqrt{1+4x}-1}}{2-x}$.

EXERCICE3 : Déterminer les limites suivantes à l'aide de développements limités :

1) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{3x} - 1}{x}$

2) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(1 + x^2) - x^2}{x^2}$

EXERCICE4: Pour chacune des fonctions suivantes : déterminer la primitive de f sur I qui s'annule en 1.

1) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{4x - 1}}$ $\quad I = \left]\dfrac{1}{4}; +\infty\right[$

2) $f(x) = \dfrac{1}{x^2} e^{\frac{1}{3x}}$ $\quad I = \left]0; +\infty\right[$

3) $f(x) = \dfrac{6x^5 + 2x^3}{2x^6 + x^4 + 20}$ $\quad I = IR$

EXERCICE5

1) Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $x^4 - x^3 - 9x^2 + 13x + 5 = (x^2 + 3x)(x^2 - 4x + 3) + 4x + 5$.

2) Déterminer alors les réels a, b ,c, et d tels que $\dfrac{x^4 - x^3 - 9x^2 + 13x + 5}{x^2 - 4x + 3} = ax^2 + bx + \dfrac{cx + d}{x^2 - 4x + 3}$

3) Déterminer les réels A et B tels que $\dfrac{4x + 5}{x^2 - 4x + 3} = \dfrac{A}{x - 1} + \dfrac{B}{x - 3}$

4) Déterminer une primitive de $\dfrac{x^4 - x^3 - 9x^2 + 13x + 5}{x^2 - 4x + 3}$ sur $I =]3 ;+\infty[$