

Nom-Prénom :

Toutes les réponses doivent être justifiées

EXERCICE 1: Calculer les intégrales suivantes en déterminant une primitive des fonctions considérées

1) $A = \int_0^2 xe^{5x} dx$

2) $B = \int_0^1 \ln(x^2 + 4) dx .$

EXERCICE 2

1) a) Déterminer trois réels A, B et C tels que : $t^2 + t + 1 = A[(Bt + C)^2 + 1]$ pour $x \in \mathbb{R} .$

b) En déduire la valeur de $I_1 = \int_0^1 \frac{1}{t^2 + t + 1} dt$.

2) Calculer les intégrales $I_2 = \int_0^1 \frac{2t+1}{t^2 + t + 1} dt$ et $I_3 = \int_0^1 \frac{2t}{t^2 + t + 1} dt$.

3) A l'aide d'une intégration par parties et des questions précédentes, calculer l'intégrale $I = \int_0^1 \ln(t^2 + t + 1) dt$.

EXERCICE 3

1) Effectuer la division euclidienne de $12x^4 - 12x^3 + 15x^2 - 7x + 3$ par $4x^3 - 4x^2 + x$.

2) En déduire que $f(x) = \frac{12x^4 - 12x^3 + 15x^2 - 7x + 3}{4x^3 - 4x^2 + x} = 3x + \frac{12x^2 - 7x + 3}{4x^3 - 4x^2 + x}$

3) Déterminer les réels A et B tels que $g(x) = \frac{12x^2 - 7x + 3}{4x^3 - 4x^2 + x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{(2x-1)^2}$

On admettra que $A = 3$ et $B = 5$

4) Calculer en utilisant les questions précédentes $K = \int_1^2 \frac{12x^4 - 12x^3 + 15x^2 - 7x + 3}{4x^3 - 4x^2 + x} dx$.

EXERCICE 4:1) Calculer à l'aide du changement de variable $x = \sqrt{t} - 5$ l'intégrale $A = \int_{36}^{49} \frac{\sqrt{t}}{\sqrt{t}-5} dt$.

2) a) Montrer, à l'aide du changement de variable $t = 2x - 3$, que $B = \int_1^2 \frac{1}{2x^2 - 6x + 5} dx$ est égal à $A = \int_a^b \frac{1}{t^2 + 1} dt$

où a et b sont deux réels à déterminer. En déduire la valeur de B .

b) On admet que $B = \frac{\pi}{2}$. Calculer $C = \int_1^2 \frac{x}{2x^2 - 6x + 5} dx$.