FACULTÉ DE DROIT ÉCONOMIE & GESTION UNIVERSITÉ D'ORLÉANS	**Licence EG** **TECHNIQUES QUANTITATIVES** **CC2**	**2023-2024** **durée : 1h30**
Nom-Prénom :		

<u>EX1</u> : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \begin{cases} sh(x)\times ch(x) & si\ x \leq 0 \\ xe^{2x^2-2} & si\ 0 < x < 1 \\ \dfrac{1}{x^3} & si\ x \geq 1 \end{cases}$.

1) Calculer l'intégrale $A = \int_{-1}^{0} f(x)dx$.

2) Calculer l'intégrale $B = \int_{1/2}^{3} f(x)dx$.

<u>EX2</u> :

1) Montrer que $ch(\ln(2)) = \frac{5}{4}$ (<u>rappel</u> : $ch(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$).

2) Calculer, grâce à une intégration par parties, l'intégrale $A = \int_{0}^{\ln(2)} x\ ch(x)dx$. (on admettra que $sh(\ln(2)) = \frac{3}{4}$.)

EX3 : 1) Calculer les intégrales $K = \int_0^3 \frac{2}{3x+2}dx$ et $L = \int_0^3 \frac{1}{x^2+9}dx$.

2) Soit la fonction définie sur $I =]-\frac{2}{3} ; +\infty[$. par $g(x) = \frac{2x^2 - 3x + 16}{(x^2+9)(3x+2)}$.

a) Déterminer les réels A et B tels que, pour tout x de I, $g(x) = \frac{A}{x^2+9} + \frac{B}{3x+2}$.

b) Calculer l'intégrale $M = \int_0^3 g(x)dx$

3) Soit la fonction définie sur I par $f(x) = \frac{6x^3 + 60x + 4}{(x^2+9)(3x+2)}$

a) Développer $P(x) = (x^2 + 9)(3x + 2)$.

b) Calculer l'intégrale $N = \int_0^3 f(x)dx = \int_0^3 \frac{6x^3+60x+4}{(x^2+9)(3x+2)}dx$. (on pourra faire une division euclidienne et utiliser les questions précédentes)

EX4 : 1) Pourquoi le polynôme $p(x) = 2x^2 + 2x + 1$ n'est-il pas factorisable sur IR ?

2) Déterminer trois réels A , B et C tels que : $p(x) = 2x^2 + 2x + 1 = A\left[(Bx+C)^2+1\right]$

On admettra pour continuer que les valeurs $A = \frac{1}{2}$, $B = 2$ et $C = 1$ conviennent.

3) En déduire une primitive sur IR de f telle que $f(x) = \frac{1}{2x^2+2x+1}$ pour tout $x \in$ IR.

4) Calculer alors $K = \int_{-1}^{1} \frac{1}{2x^2+2x+1}dx$.

EX5 : 1) Vérifier à l'aide du changement de variable $t = \sqrt{x}$, que $J = \int_1^9 \frac{1}{\sqrt{x} + x} dx$ est égale à 2ln(2).

2) Déterminer la valeur moyenne M sur I = [1 ;9] de la fonction définie sur]0 ;+ ∞[$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x} + x}$.

EX6 : 1) Calculer l'intégrale $A = \int_3^{15} \frac{x}{\sqrt{2x-5}} dx$. (indication : faire une intégration par parties)

2) a) Calculer l'intégrale $B = \int_1^{25} (\sqrt{t} + \frac{5}{\sqrt{t}})dt$

b) Calculer à l'aide du changement de variable t = 2x – 5 dans l'intégrale A la valeur de $A = \int_3^{15} \frac{x}{\sqrt{2x-5}} dx$.