École supérieure
du professorat
et de l'éducation
Académie d'Orléans-Tours

UNIVERSITE D'ORLEANS

CM2 et CM3. Quelques éléments de Didactique des Mathématiques pour le CRPE et plus, si affinités…

PLAN et SOMMAIRE

Apprendre et Enseigner les Mathématiques

« Survol » de quelques éléments fondamentaux de DIDACTIQUE des Mathématiques

du côté des NOMBRES et des OPERATIONS, suite.

Une comparaison (*tout à fait osée par les temps qui courent, mais tant pis !*)

MEDECIN

SOIGNER

PATIENT **GUERIR** **MALADIE**

PROFESSEUR

ENSEIGNER

ELEVE **APPRENDRE** **SAVOIR**

Quelques points de REPERES

1. ENSEIGNER. Transmettre une (ou plusieurs) **connaissance**(s) (Q ?) à quelqu'un. Introduire une médiation entre un élève et une connaissance. Favoriser l'apprentissage.
2. ENSEIGNEMENT. Organisation d' apprentissages dans le cadre d'un projet social de communication et de diffusion de connaissances déterminées.

1. APPRENDRE. S'approprier une ou plusieurs connaissance(s) qu'on ne possédait pas. Modifier l'état de ses connaissances.
Comprendre quelque chose de « nouveau ».
2. APPRENTISSAGE. Modification durable de **compétences** (Q ?) d'un individu, à la suite d'acquisition(s) qui sont de son fait ou qui résultent d'un enseignement.

Des CONCEPTIONS d’APPRENTISSAGE (et **non pas** des théories !)

La conception dite transmissive

L’élève ne sait pas

L’élève sait

AXE de l’enseignement : communication du **SAVOIR**

AVANTAGES : gain de temps, traces écrites existantes, « facilités » de mise en œuvre, …

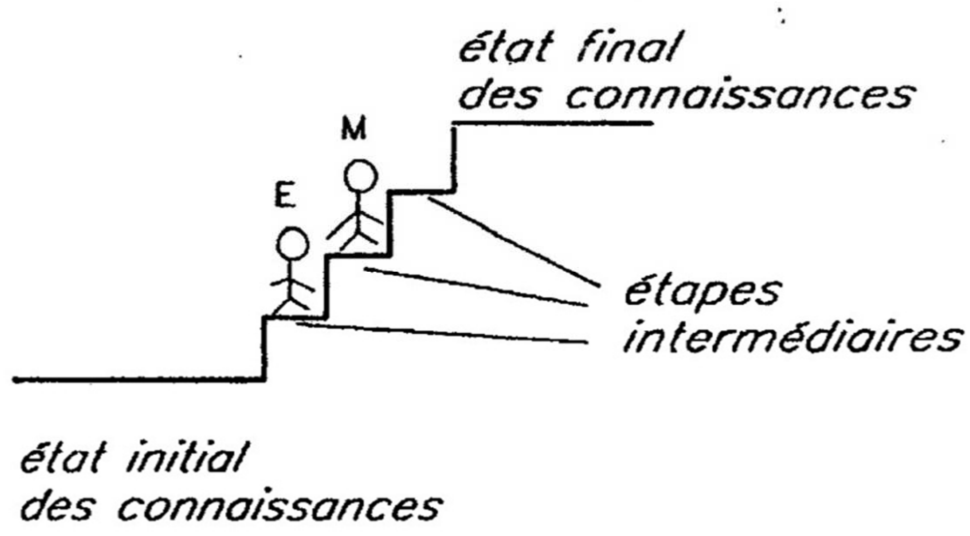
INCONVENIENTS : les conceptions incomplètes et fausses des élèves demeurent.

Variantes : le dispositif dit du « cours dialogué » ou celui du CM !

Traitement des erreurs : « reprise » de l’explication.

Commentaires : (*assez*) bonne « méthode » lorsqu’on dresse une synthèse sur une NOTION déjà travaillée antérieurement.

La conception
dite « béhavioriste »
(ou la « PPO »)



AVANTAGES : implication de l'élève, sentiment de réussite, possibilité d'individualisation, …

INCONVENIENTS et DIFFICULTES : manque de sens global pour la connaissance visée, « transfert » difficile sans guidage.

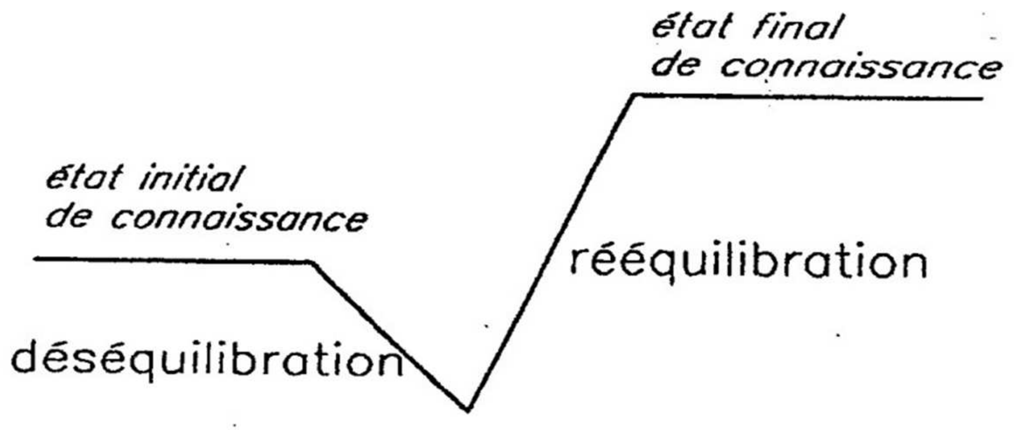
VARIANTE : enseignement programmé, exerciseurs, mobilisation des « instruments » modernes…

Traitement des erreurs : retour sur des étapes précédentes.

Commentaires : bonne « méthode » pour un entraînement sur des techniques ou des savoir-faire.

Le modèle dit « socio-constructiviste »

Modèle basé sur des processus de « Déséquilibration / Rééquilibration »



Hypothèse (*forte*) H1 : l'élève possède des conceptions initiales et n'est pas tout « neuf » face à une notion donnée.

Hypothèse (*forte*) H2 : l'apprentissage se fait nécessairement dans un contexte d'interactions sociales entre élève et problème. D'où le « rôle » des problèmes pour apprendre.

AVANTAGES : prise en compte de l'élève et de ses connaissances (*travail à partir des erreurs*), donne du sens à l'apprentissage en cours, …

INCONVENIENTS et DIFFICULTES : déstabilisation cognitive et déstabilisation de l'apprenant, gestion de la classe, importance du choix de la situation-problème.

Traitement des erreurs : point d'appui de l'apprentissage et retour au sens.

Du côté du SCCC

1. Les PILIERS du SCCC : il y en a sept, ce qui concerne plus particulièrement les mathématiques est le PILIER 3.

Note de PW : on peut, on doit, utilement s'intéresser aux autres piliers, les mathématiques ont leur place partout !

« La connaissance des principaux éléments des mathématiques, et la maîtrise d'une culture scientifique »

*Un extrait : « **Savoir lire, écrire et compter** » est un mot d'ordre qui reste d'actualité. On y ajoute…*

2. La MISE en ŒUVRE du SCCC : le (*nouveau*) livret de compétences.

3. Une compétence en 2018 est un ancien-nouveau « tryptique » :

CONNAISSANCE, CAPACITE, ATTITUDE

What's that ? Illustration et exemples à donner à l'oral

Quelques mots relativement aux **compétences**

« *Notion* » relativement récente dans l'institution scolaire, non présente dans la « vieille » culture française. *Important !*

La compétence peut désigner la mobilisation d'un ensemble de « ressources », en vue de résoudre une « situation-problème ». *Il y a des définitions plus précises et bien plus opératoires* (*Cf. article de Charnay, revue « Grand N »*).

Le programme définit des compétences pour clarifier les attentes, préciser les priorités et fournir des points de repères au ***PE*** dans le but de l'aider à organiser son projet d'enseignement. *OK, mais !*

Commentaire (MLP, GLP, PW, autres, …) **: on enseigne des NOTIONS mathématiques, on n'enseigne pas des COMPETENCES.**

Du côté des **objectifs**

On définit un objectif (*d'apprentissage*) comme un énoncé d'intention décrivant ce que l'élève saura ou « saura faire » après enseignement.

On utilise des verbes d'action pour « décrire » un objectif. (Verbe d'action, accompagné des conditions de l'action, dans un dispositif explicité : on y reviendra).

La compétence fixe donc l'objectif à atteindre. La rédaction de l'objectif demande ainsi à fixer les conditions qui vont permettre d'évaluer la compétence.

Un (contre-)exemple emblématique au cycle III !
(*Extrait d'une évaluation* ***CM2***)

Compétence évaluée :

- *.Analyser et résoudre des problèmes de type additif ou soustractif.*

Nombre de points : ……………

Pourcentage de réussite : ……………

③ <u>Consigne.</u>

Lis attentivement ces problèmes puis résous-les.

1. Le sommet le plus élevé de la Terre est le mont Everest dans l'Himalaya. Son altitude est de 8 846 mètres. Le lieu le plus profond sous la mer est la fosse des Mariannes dans l'océan pacifique. Sa profondeur est de 11 020 mètres. Calcule la différence d'altitude entre le sommet du mont Everest et le fond de la fosse des Mariannes.

Etude d'une production. Un élève pose la soustraction : 8846 – 11020 ; « *ça ne marche pas* », il s'arrête là momentanément et modifie alors sa soustraction.

Il pose alors 11020 – 8846 et obtient 2174. La réponse calculée est donc 2174 (*mètres*) (*sauf erreur de calcul !*), mais l'élève dit que c'est faux, mais il ne sait pas vraiment pourquoi : « *ça peut pas « marcher », c'est pas assez !* ».

Que penser de cette procédure ? Quelle(*s*) hypothèse(*s*) peut-on faire ? Analyser cet exercice à travers la compétence visée.

Proposer une autre formulation permettant de résoudre le problème en calculant effectivement une différence. S'agit-il d'une « différence » au sens usuel ?

Vers une MODELISATION des phénomènes d'enseignement.
Activité support : « **la course à vingt** ».

Jeu à deux : un « duel » comme activité duale !
Aspects didactiques de ce jeu

REGLES du JEU et ENVIRONNEMENT

1. Jeu à deux (*accord sur qui « tire le premier » !*)
2. A l'issue du jeu, le premier qui a dit 20 a gagné
3. Le premier joueur dit 1 ou 2
4. Le deuxième joueur ajoute 1 ou 2 au nombre dit et énonce le résultat
5. Le premier joueur fait de même que le deuxième
6. Retour au point 4. : le deuxième … (*and so on !*)

Note de PW : (i) « vous pouvez répéter » (déjà entendu quelque part !) et (ii) garder une trace écrite du déroulement du jeu.

(*Parties à ne jouer qu'après l'accord de* ***PW***)

- Au lieu d'atteindre 20, il faut atteindre 113
- Et ce, en ajoutant un nombre de 1 à 6.

On peut donc faire varier la cible ***n*** (20, 113, ...)
Et l'intervalle de nombres à ajouter, qu'on peut appeler la pas (1, ..., ***p***)

Question. **Pour tout jeu de ce type, le premier qui entame la partie est-il sûr de gagner (*s'il joue correctement*) ?**

SYNTHESE : qu'est-ce qu'il y a « derrière » ce jeu ? Sur le plan mathématique, évidemment !

Eléments de la TSD : « Théorie des Situations Didactiques ». (Guy BROUSSEAU)

Une situation est didactique si un individu a l'intention d'enseigner à un autre individu un savoir donné

Une situation qui permet à un sujet de passer d'un état de connaissances à un autre état de connaissance est une situation d'apprentissage

On appelle situation a-didactique la part de la situation didactique dans laquelle l'intention d'enseignement n'est pas explicite au regard du sujet

Question. Est-ce le cas du jeu vécu en direct pendant le CM ?

On appelle dévolution d'une situation a-didactique l'ensemble des conditions qui permettent à l'élève de s'approprier la situation : enjeu intellectuel et contexte favorable.

« *La dévolution consiste non seulement à présenter [...] le jeu, mais aussi à faire en sorte que l'élève se sente responsable, au sens de la connaissance et non pas de la culpabilité, du résultat qu'il doit rechercher* ».
(*Guy Brousseau, in TSD*).

Le jeu pendant le *CM* : y a-t-il eu dévolution ?

(Dynamique ou) dialectique de l'**ACTION**

Elle consiste à placer l'élève devant un problème présentant plusieurs caractéristiques :

- la solution est la connaissance visée ;
- l'élève doit posséder un ou des modèles plus ou moins perfectionnés, lui permettant de prendre des décisions ;
- la situation doit renvoyer à l'élève des informations sur son action lui permettant de juger du résultat, d'ajuster cette dernière, sans aucune intervention du professeur.

Ce jeu est-il une situation d'action ?

(Dynamique ou) dialectique de la **FORMULATION**

Elle consiste à proposer des situations au cours desquelles l'élève échange avec une ou plusieurs personnes des informations rédigées dans un langage qui sera, lui-même, objet d'étude.

Pour ce jeu : situation de formulation ?

Exemple : les situations avec émetteur-récepteur

(Dynamique ou) dialectique de la VALIDATION

Elle consiste à proposer une situation dont l'enjeu est de convaincre quelqu'un d'autre (pair ou autre).

Pour ce jeu : situation de validation ?

Pour qu'elle devienne une situation de validation, il faut amener l'élève à formuler des hypothèses et une argumentation qui est soumise au débat.

(Dynamique ou) dialectique de l'INSTITUTIONNALISATION

C'est l'acte qui consiste à donner un statut scolaire au savoir produit dans la situation.

Il est essentiellement sous la responsabilité de l'enseignant. Il ne faut pas se tromper de modèle ! On peut faire appel à des propositions-conjectures-élèves, mais c'est le PE, et uniquement lui, qui « institutionnalise ».

Eléments de CORRECTION

Comment trouver rapidement le premier nombre de la suite gagnante, si on est dans les conditions que cette suite existe ?

En partant de 113, on retranche un certain nombre de fois 7, donc, on retranche donc un multiple de 7, nommons-le 7**q**, avec **q** le plus grand possible

$$113 - 7\mathbf{q} = \mathbf{r} \text{ avec } \mathbf{r} < 7$$

$$113 = 7\mathbf{q} + \mathbf{r} \text{ avec } \mathbf{r} < 7$$

Il suffit donc de « faire » la division euclidienne de 113 par 7 et de s'intéresser au reste **r**. Pour gagner, on ajoute 7 à **r** et on continue (*suite arithmétique*)…

« La course à **n** », *compléments* : une question.

Si chacun joue correctement, est-ce toujours le même qui gagne ?

EVALUATION. Quelques mots à l'oral.

Pour compléter cette première présentation de la ***TSD***, il est indispensable de définir deux nouveaux « objets » liés à cette modélisation ou théorie : le « contrat didactique » et les « variables didactiques ».

Le « contrat didactique » (≠ « contrat pédagogique »). C'est la part IMPLICITE de la situation que chaque partenaire possède à sa charge, sans que chacun des partenaires ne soit explicitement responsable de la charge de l'autre. (*Pas facile du tout !*).

Un « contrat didactique » n'est pas écrit, encore moins signé. On s'aperçoit souvent de ses effets une fois qu'il a été rompu ! *Exemples à l'oral.* (*Les « effets » Topaze, Jourdain, …*).

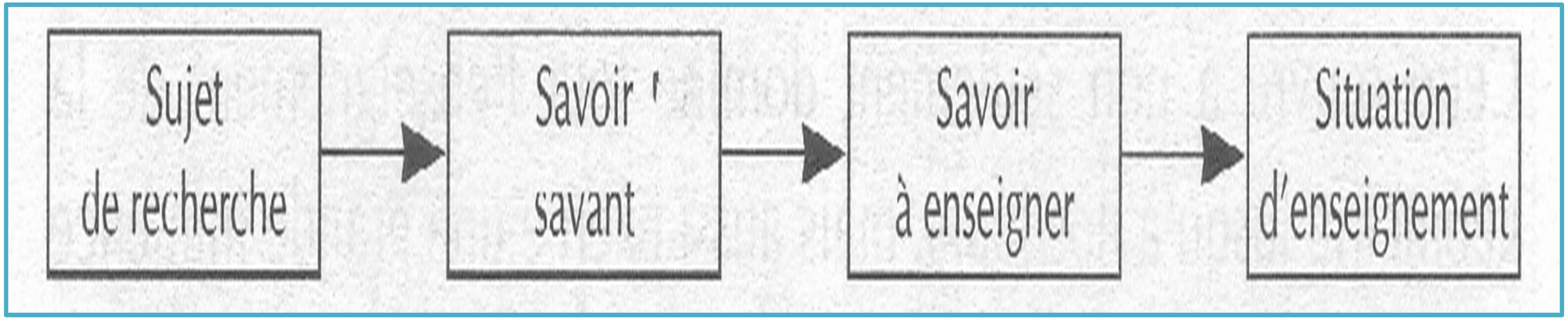
On appelle « variables didactiques » ou parfois « variables de situations » les éléments de la situation sur lesquels on peut jouer pour amener des adaptations, des régulations et surtout des changements de stratégies ou de procédures. *Exemples à l'oral.*

La ***TAD*** de CHEVALLARD, à partir d'un exemple

<u>Premier point théorique</u> : la TRANSPOSITION DIDACTIQUE

Communauté scientifique

La NOOSPHERE



Travail du mathématicien

Les IO

Le travail du professeur

*D'après « **les Enjeux Didactiques dans l'Enseignement des Mathématiques** » Briand et Chevalier , Hatier Pédagogie.*

La THEORIE ANTHROPOLOGIQUE du DIDACTIQUE

La ***TAD*** fournit un MODELE de l'activité mathématique, basé sur des praxéologies dans lesquels sont distingués quatre niveaux : deux du côté de la « praxis » et deux du côté du « logos ».

On parle alors d'une Organisation Mathématique.

Plus loin, on parlera d'une Organisation Didactique : ce que va devoir créer le ***PE*** ou le ***PLC*** pour favoriser, voire optimiser l'étude d'une « notion mathématique ». Sauf que ce terme de « notion mathématique » est beaucoup trop générique. Par exemple, la proportionnalité est-elle une « notion mathématique » ?

Du coup, on se pose la question : « qu'est-ce que connaître une notion mathématique » ?

Exemple de la division euclidienne au CRPE, *à l'oral*.

Quelques explications

Les mathématiques comme activité humaine se produisent, se diffusent, se pratiquent, s'enseignent au sein d'institutions sociales : c'est la dimension anthropologique de toute « activité » humaine.

La question à laquelle se propose de répondre la ***TAD*** est donc : « *quel est le destin d'un objet de savoir au sein d'une institution sociale, plus particulièrement dans le cadre de l'enseignement ?* ». C'est la dimension didactique.

Le postulat est : *comme toute activité humaine, l'activité mathématique se modélise avec des praxéologies*.

Ça devient hot !
Vite des exemples, *wait somes minutes, please* !

Premier niveau, du côté de la « praxis » : notion de tâches et de types de tâches

Toute activité humaine est repérable par l'accomplissement d'une tâche, appartenant à un type de tâches.

- *« Monter un escalier est un type de tâches », mais « monter » n'en est pas un.*
- *« Déterminer la part (de ce qu'on veut à tout prix !) de chacun des membres d'un couple lors d'une cruelle séparation est un type de tâches ». (Pas facile à réaliser d'ailleurs !!!).*
- *« Calculer la valeur d'une fonction en un point donné » est un type de tâches, mais « calculer » n'en est pas un.*
- *« Construire la perdenlicupaire à une droite passant par un point » est un type de tâches, mais « construire » n'en est pas un.*

On tient (*presque*) notre définition d'un type de tâches : un verbe (d'action) accompagné d'un « complément ».

D'où la question : comment « réaliser » un « type de tâches » ? On associe alors la notion de technique(s).

Beaucoup de types de tâches sont restées problématiques à travers l'histoire, ce qui n'a pas empêché de s'y intéresser (*et de résoudre des problèmes*) : « faire » des opérations avec les nombres décimaux et les autres, *sans définitions précises*, calculer des volumes avant le développement du calcul différentiel, *volume d'une barrique de (bon) vin*, coder ou décoder des messages, (*espionnage et politique…*)…

Le développement des Mathématiques a donné des réponses formelles et robustes à ces « types de tâches », indépendamment parfois des vieilles « recettes ». Le but des techniques dans le cadre de la ***TAD*** est de fournir une ou des manière(s) d'accomplir le type de tâche en fonction des divers niveaux d'exigence.

D’où la question : ces « techniques » sont-elles légitimes, intelligibles, « justes », officielles, … dans quel cadre ? La ***TAD*** introduit alors la notion de technologie.

Par technologie associée à une technique, on entend discours sur cette technique et justification de celle-ci : *posture « anthropologique » ancienne datant des mathématiques grecques*.

Ce qui compte alors c’est d’examiner la portée d’une technique : *justesse, « avenir », limites, développements, …*

D’où la question : qu’est-ce qui légitime une technologie. La ***TAD*** propose alors la « notion » de théorie.

Une théorie a pour but de rendre compréhensible et surtout « (*mathématiquement*) justes » plusieurs technologies.

Par exemple, l’algèbre permet de justifier la résolution d’équations, le calcul littéral et algébrique, les notions de structures algébriques, et même d’engendrer certaines géométries.

A l’école primaire, il est quand même assez peu question de théorie, au sens où elle est précisée ci-dessus.

- Un « bloc » : types de tâches – techniques est *couramment* associé à un SAVOIR-FAIRE.
- Un « bloc » : technologie – théorie est *couramment* nommé un SAVOIR.

Ce double « bloc », construit à partir d'un type de tâches s'appelle Organisation Mathématique (*locale*). Elle est donc constituée autour des « **quatre t** » ou « **4 t** » : type de tâches, technique(s), technologie(s), théorie(s).

Dernier point théorique : la ***TAD*** décrit aussi les principales composantes de ce qu'on appelle une Organisation Didactique qui a pour but d'aider l'élève à étudier une OM donnée.

Cette OD s'articule autour de plusieurs moments, appelés moments de l'étude. (*Sans organisation temporelle*).

- ➢ Moment de la première rencontre.
- ➢ Moment exploratoire du type de tâches et d'émergence de la technique.

AER

- ➢ Moment d'élaboration de l'environnement « technologico-théorique »

SYNTHESE

- ➢ Moment de l'institutionnalisation.
- ➢ Moment du travail de l'organisation mathématique (*en particulier, travail de la technique*).

Exercices, Problèmes, DM,

Contrôles, …

- ➢ Moment de l'évaluation.

La ***TAD*** fournit ainsi un modèle TRES solide d'analyse(s) de production d'une séquence ou de productions d'élèves ou d'évaluation d'un produit didactique ou … *STOP !*

Retour à des aspects plus disciplinaires
NOMBRES et OPERATIONS

1. Les « familles » ou les ensembles de NOMBRES : nombres entiers naturels, nombres décimaux, nombres rationnels, nombres réels. *Cf. les documents annexes, suite aux premiers CM.*

2. Du côté des OPERATIONS. Idem ci-dessus : *Cf. documents annexes, suite aux CM1 et 2.*

Un EXERCICE corrigé : (d'après CRPE officiel et Concours Blanc, Blois, 2004)

Un professeur des écoles écrit sur son tableau de classe le nombre **W** obtenu de la façon suivante. Le professeur écrit, l'un à la suite des autres, les entiers de 1 à 20.
On a donc **W** = 1 234 567 891 011… 181 920. (*Ecriture non rigoureuse*).

Le professeur décide alors d'effacer vingt des chiffres de **W**. Il s'intéresse alors au nombre **T** ainsi obtenu après le “ gommage ”.

Combien de chiffres composent le nombre **W** ?
Après le « gommage » des vingt chiffres, quel est le plus grand nombre **T** qui puisse rester écrit sur le tableau ?

Pistes de CORRECTION

1. **W** = (1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20)$_{\text{dix}}$, écriture non rigoureuse mais qui permet de dénombrer le nombre de chiffres : de 1 à 9, il y a 9 chiffres ; de 10 à 20 il y a 11 fois 2 chiffres. Soit au total : **9 + 2** × **11 = 31**.

N.B. L'écriture rigoureuse regroupe les chiffres par « paquets de 3 », ce qui donne :

***W = 1 234 567 891 011 121 314 151 617 181 920** qui est de l'ordre de 10^{30}. (C'est-à-dire du quintillion).*

2. Après le « gommage » de 20 chiffres, il reste 11 chiffres.

<u>Idée</u> : pour obtenir le plus grand nombre possible, il faut chercher à obtenir un nombre dont les chiffres de gauche ont une valeur la plus élevée possible.

Nécessairement, le nombre doit « commencer » par un « 9 ». On gomme donc huit chiffres de 1 à 8. Il reste alors 12 chiffres à gommer. On gomme ensuite tous les chiffres après 9 jusqu'à obtenir le plus grand chiffre possible, c'est à dire, les onze chiffres qui suivent 9. On obtient le « 5 ». Il reste un chiffre à gommer : le « 1 », situé entre le 5 et le 6. Ce qui donne :

T = ~~1 234 567 8~~ 9 ~~1 011 121 314 1~~ 5 ~~1~~ 617 181 920 soit **T = 95 617 181 920,** de l'ordre donc de la centaine de milliards.

Un deuxième EXERCICE corrigé

Toto possède plusieurs cubes identiques d'arête 72 mm. Titi en possède d'autres (*identiques*) dont l'arête mesure 90 mm. Chacun veut, en superposant ses cubes, réaliser une tour exactement aussi haute que l'autre, mais la moins haute possible. Quelle est la hauteur de cette tour ?

Pistes de CORRECTION

Toto et Titi. C'est un problème de recherche du **PPCM (72 ; 90)**. Pour comprendre : on va chercher une solution « à la main ».

Tour de Toto	**Tour de Titi**
Etage 1, hauteur : 72mm Etage 2, hauteur : 144mm Etage 3, hauteur : 216mm Etage 4, hauteur : 288mm Etage 5, hauteur : **360**mm. Stop !	Etage 1, hauteur : 90mm Etage 2, hauteur : 180mm Etage 3, hauteur : 270mm Etage 4, hauteur : **360**mm Stop !

(Suite)

Il y a cinq cubes empilés de Toto et quatre cubes empilés de Titi. **360** est un multiple commun à **72** et à **90**, et parmi tous ces multiples communs, c'est le plus petit.

On dispose aussi d'une technique « standard » pour déterminer le PPCM de deux entiers naturels :

On « factorise » 72 : $72 = 2^3 \times 3^2$.

On « factorise » 90 : $90 = 2 \times 3^2 \times 5$.

Pour obtenir le PPCM, on « prend » tous les facteurs premiers <u>présents</u> dans les deux factorisations ou décompositions, affectés des plus grands exposants. On multiplie tout ça et le tour est joué : PPCM (72 ; 90) $= 2^3 \times 3^2 \times 5 = 8 \times 9 \times 5 = 360$. « *Et pourquoi ? T'occupe !* »

Voilà, on s'arrête là pour aujourd'hui !
Bonne lecture et bon travail. Mais, c'est pas fini…
Il manque l'essentiel : et le CRPE ? Ah oui !!!

La situation suivante composée de trois problèmes a été proposée à des élèves. *(d'après ERMEL CM2, Hatier)*

CRPE 2015, groupement 1 (situation 3)

P1 : Avec une bouteille de 150 cL de jus de fruits, combien peut-on remplir de verres de 8 cL ?

P2 : Olivier achète 8 CD de même prix pour 150 €. Quel est le prix d'un CD ?

P3 : À la cantine, les enfants déjeunent par tables de 8. Aujourd'hui 150 enfants déjeunent à la cantine. Combien de tables faut-il préparer ? Restera-t-il des places vides ?

1. Ces trois problèmes relèvent de la division. Indiquer ce qui les différencie.

2. Donner l'ordre dans lequel ces exercices pourraient être proposés aux élèves. Justifier.

Pistes de CORRECTION. Compléments à l'oral…

1. P2 est un problème de partage (*valeur de « un »*) tandis que P1 et P3 sont des problèmes de groupement (*quantité de « uns »*).

P1 et P3 relèvent de la division euclidienne (*le quotient est par nature un nombre entier*) alors que pour P2 il faut calculer et utiliser un quotient décimal.

Pour P1, la réponse attendue est le quotient euclidien alors que pour P3, la réponse à la première question n'est pas le quotient euclidien, mais ce quotient plus 1 !

2. Plusieurs facteurs interviennent dans le choix de l'ordre. Il semble normal de proposer P3 après P1 puisqu'il s'agit de problèmes du même type, mais demandant une interprétation plus « subtile » pour P3 !

P2 diffère tant sur le sens (*plutôt plus facile que les deux autres*) que sur la technique de calcul (*plus « difficile » puisqu'elle fait intervenir les décimaux*). La place qu'on lui donnera dépendra donc de la familiarité des élèves avec les nombres décimaux.

L'ordre proposé par les auteurs semble donc pertinent.

L'exercice ci-contre a été proposé à une classe de CM2.

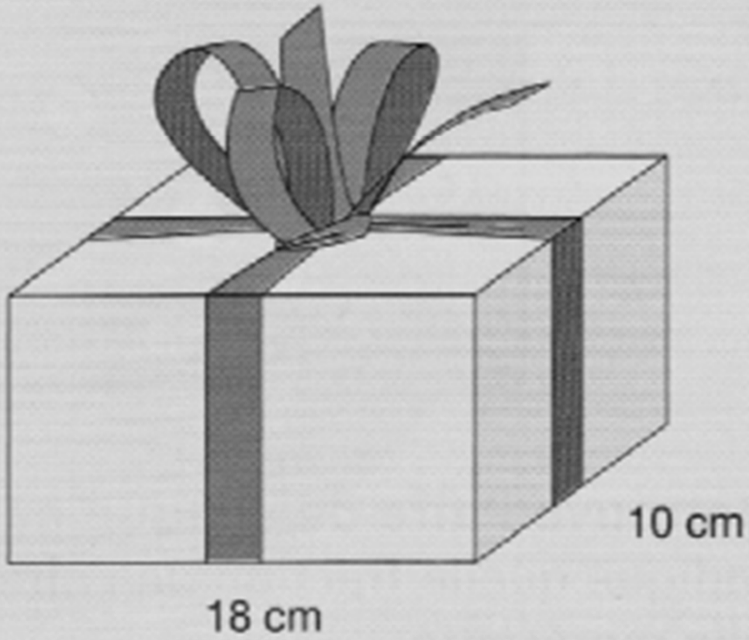
1. Citer deux pré-requis dans le « domaine » de la géométrie nécessaires pour résoudre cet exercice.

2. Analyse de la production d'un élève et questions sur cette production :
Cf. diapositive suivante

À TOI DE JOUER...

Pour ficeler cette boîte, il a fallu 120 cm de ficelle dont 28 cm pour le nœud.

Quel est le volume de cette boîte ?



CRPE 2015, groupement 2 (*situation 2*)

L'élève « sélectionné » propose la suite de calculs ci-dessous.

$120 - 28 = 92$

$2 \times 18 = 36$

$2 \times 10 = 20$

$36 + 20 = 56$

$92 - 56 = 36 \div 2 = 18$

La hauteur de la boîte est de 18 cm.

a) Retrouver les différentes étapes de son raisonnement, en analysant ses résultats partiels.

b) Relever ses éventuelles erreurs ou oublis.

1. Pour résoudre cet exercice, il faut :

- Savoir que la boîte possède six faces ;
- Savoir que les faces opposées sont superposables ;
- Savoir que les segments parallèles aux arêtes matérialisées par les parties de ficelle ont la même longueur que les arêtes.

<u>Note de PW</u> : il n'était demandé que deux pré-requis ! *Et donc, attention, abondance de biens peut nuire !*

2. a) L'étape 120 – 28 = 92 permet de calculer la longueur totale de ficelle sur les faces de la boîte (c'est à dire nœud exclu).

Les trois étapes suivantes consistent à calculer la longueur totale des quatre segments de ficelle horizontaux.

La dernière ligne de calcul consiste à déterminer la longueur totale des segments verticaux, puis celle d'un de ces segments (qui est la hauteur de la boite).

b) L'élève commet une erreur en considérant qu'il n'y a que deux segments verticaux alors qu'il y en a quatre. Il aurait donc du diviser 36 par 4 et non par 2. Par ailleurs sa dernière ligne de calcul n'utilise pas correctement l'égalité ; une proposition : écrire deux opérations : 92 – 56 = 36 puis 36 ÷ 2 = 18 ou ??? Enfin, il oublie de calculer le volume (*<u>Hypothèse</u> : le fait qu'il ait jugé utile de calculer la hauteur de la boite laisse supposer qu'il sait calculer le volume, argument ?*).

Un (*autre*) exemple de « problème 3 du CRPE ».

Un professeur des écoles fait une recherche documentaire et il retient deux DOCUMENTS (*distincts*) qu'il juge susceptibles d'être utilisés dans ses classes.

Cycle ou niveau à préciser…

DOCUMENT 1

1. Poser et effectuer la division euclidienne de 537 par 23.

2. Dans une division euclidienne, le diviseur est 23 et le reste est 10.

2.1. De combien peut-on augmenter le dividende sans changer le quotient entier ?

2.2. Quels nombres entiers peut-on retrancher du dividende pour que le quotient diminue d'une unité ?

DOCUMENT 2

Chaque ligne du tableau ci-dessous correspond à une division, la valeur du quotient entier n'est donné que pour la première division.

Sans utiliser la calculatrice et sans poser à la main, *ni autrement*, les divisions suivantes (*par exemple*, on ne pose pas 1050 ÷ 7), on peut facilement trouver les trois autres quotients. Quels sont-ils ? Pourquoi ?

Dividende	Diviseur	Quotient
105	7	**15**
1050	7	**?**
315	7	**?**
315	**21**	**?**

CONSIGNES

L'**ANNEXE 1**, propose une liste de sept « objectifs ». Indiquer pour chacun d'eux, s'il peut constituer ou non un objectif principal visé par le ***DOCUMENT 1***.
Justifier succinctement chacune des réponses (*fiche-tableau distribuée séparément*).

L'**ANNEXE 2**, propose une liste de sept « objectifs » (*identiques à ceux de l'annexe 1*). Indiquer pour chacun d'eux, s'il peut constituer ou non un objectif principal visé par le ***DOCUMENT 2***.
Justifier succinctement chacune des réponses (*fiche-tableau distribuée séparément*).

L'**ANNEXE 3**, présente la réponse (*ré-écrite*) de trois élèves à la question **1.** du ***DOCUMENT 1***. Expliciter la procédure mise en œuvre par chacun des élèves. Analyser la (ou les erreurs) éventuellement commise(s).

ANNEXE 3. <u>CONSIGNE</u> :
Cf. diapositive 40

Pauline

5	3	7	2	3	
3	0		1	1	3
	7	7			
		8			

Pierre

	5	3	7		2	3
—	2	3	0		1	0
	3	0	7	+	1	0
—	2	3	0	+		3
	0	7	7		2	3
—		6	9			
			8			

Yann

	5	3	7	2	3
—	4	6		2	3
		7	7		
	—	6	9		
			8		