École supérieure du professorat et de l'éducation Académie d'Orléans-Tours — UNIVERSITE D'ORLEANS

**Site de BOURGES**
**Mathématiques et Didactique**
**Octobre 2014**
Contrôle Continu, UE1.1-EC1, *2h*

Ce « sujet » est composé de quatre exercices. Il comporte deux pages et doit être traité en une heure.

Il sera tenu compte de la qualité des raisonnements produits tout autant que du soin apporté à la rédaction des réponses, sans oublier l'orthographe. Il est rappelé que tout résultat produit devra être justifié.

L'utilisation du matériel dit « usuel » de géométrie plane (*compas, règle graduée, équerre, rapporteur, gabarits divers, …*) et des calculatrices dites de "poche", y compris les programmables, alphanumériques ou à écran graphique est autorisée. (*Il est rappelé que ces calculatrices doivent être autonomes, sans possibilité d'usage d'une imprimante*).

## EXERCICE 1

On s'intéresse au nombre ***W*** dont la décomposition en produit de facteurs premiers est : $2^5 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^2 \times 13$. Parmi ces affirmations laquelle ou lesquelles sont vraies :

**A** : ***W*** est divisible par 21 ; **B** : ***W*** est un multiple de 100 ; **C** : ***W*** est divisible par 55 ; **D** : ***W*** est un multiple de 640 et **E** : ***W*** possède exactement 540 diviseurs. *Justifier…*

## EXERCICE 2

On considère les cinq nombres suivants :

$$\boldsymbol{a} = \frac{-4\times10^{-2}\times(-5)\times10^{7}}{3\times10^{5}} \qquad \boldsymbol{b} = \frac{(3+\sqrt{10})^2-6\sqrt{10}}{5} \qquad \boldsymbol{c} = \frac{2+\frac{3}{1+\frac{1}{2}}}{2+\frac{1}{6}} \qquad \boldsymbol{d} = \frac{7\,429}{1\,955} \qquad \boldsymbol{e} = \frac{2-\frac{1}{3}}{(\frac{1}{2})^2}$$

Calculer ces nombres. Parmi les quatre affirmations suivantes, laquelle ou lesquelles sont vraies ? Justifier…

*(i)* ***a = b*** ; *(ii)* ***a = c*** ; *(iii)* ***a = d*** ; *(iv)* ***a = e***

## EXERCICE 3

1. Ecrire 1001 sous la forme d'un produit de trois nombres entiers différents de 1
2. Trouver tous les diviseurs de 1001. (*Présenter cette recherche de façon simple, claire et systématique*).
3. Soit le nombre 712 712. La division euclidienne de 712 712 par 13 donne un quotient $q_1$ et un reste $r_1$. La division euclidienne de $q_1$ par 11 donne un quotient $q_2$ et un reste $r_2$. La division euclidienne de $q_2$ par 7 donne un quotient $q_3$ et un reste $r_3$.
   - **a.** Le dernier quotient obtenu $q_3$ était-il « prévisible » ?
   - **b.** Les restes $r_1$, $r_2$, $r_3$ étaient-ils « prévisibles » ?
4. Soit un nombre qui s'écrit sous la forme $\overline{abcabc}$ où $a$, $b$ et $c$ sont choisis parmi les chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9. Quelle(s) condition(s) éventuelle(s) doivent vérifier $a$, $b$, $c$ pour que le nombre $\overline{abcabc}$ soit :
   - **a.** Un multiple de 7 ? **b**. un multiple de 13 ? **c.** un multiple de 65 ?
   - **d.** un multiple de 14 ? **e.** un multiple de 63 ?
5. Sans faire de division, montrer que le nombre 465 549 :
   - **a.** A même reste que (549 – 465) dans la division euclidienne par 13 ;
   - **b.** Est divisible par 7.

## EXERCICE 4

**1.** Quels sont les nombres inférieurs à 10 qui possèdent exactement trois diviseurs ?

**2.** « *Je suis un nombre à trois chiffres dont la somme vaut 13 et je possède exactement trois diviseurs. Qui suis-je ?* ». Trouver ce nombre en expliquant la démarche.