École supérieure du professorat et de l'éducation
Académie d'Orléans-Tours

UNIVERSITE D'ORLEANS

Année universitaire 2016-2017

MASTER MEEF Premier Degré
1ère ANNEE

Examens Terminaux Semestre 2
Session 1

Désignation de l'épreuve : UE2.1 Identifier et explorer la culture scientifique
EC1 : Mathématiques et sa didactique

Date de l'examen : 17 mars 2017

Heure de l'examen : 8h30-12h30

Durée de l'épreuve : 2h

Type d'examen : Contrôle terminal académique

Documents et/ou matériels autorisés : L'utilisation du matériel dit « usuel » de géométrie plane (compas, règle graduée, équerre, rapporteur, gabarits divers, ...) et des calculatrices dites de « poche », y compris les programmables, alphanumériques ou à écran graphique est autorisée. Il est rappelé que ces calculatrices, strictement personnelles, doivent être autonomes, sans possibilité d'usage d'une imprimante.

Nombre de pages (avec page de garde) : 7

GCD de Mathématiques

Examen Mars 2017

UE 2.1 EC 1

Le sujet est composé de 7 exercices répartis en trois parties. Il comporte 7 pages (une page de garde, cinq consacrées à l'énoncé et en dernière page une annexe à rendre avec la copie). La durée de l'épreuve est de quatre heures.

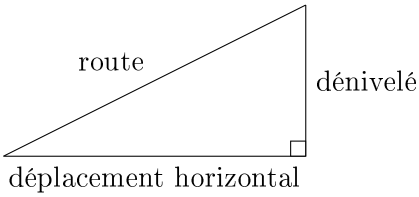
Il sera tenu compte de la qualité des raisonnements produits tout autant que du soin apporté à la rédaction des réponses, sans oublier l'orthographe. Il est rappelé que tout résultat produit devra être justifié.

L'utilisation du matériel dit « usuel » de géométrie plane (compas, règle graduée, équerre, rapporteur, gabarits divers, ...) et des calculatrices dites de « poche », y compris les programmables, alphanumériques ou à écran graphique est autorisée. (Il est rappelé que ces calculatrices, strictement personnelles, doivent être autonomes, sans possibilité d'usage d'une imprimante).

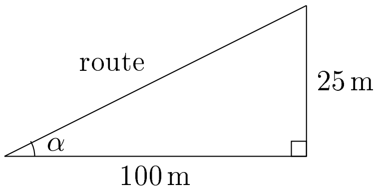
Partie A

Problème – Albert au ski – D'après CRPE 2014. Albert part dans les Alpes autrichiennes, dans la mythique station de Kitzbühel. Suivons-le dans son périple et ses diverses activités.

Exercice 1 – La montée à la station.
Sur le dernier tronçon de route montant à la station en ligne droite, Albert a vu un panneau signalant une pente constante de 25%. La pente est le rapport entre le dénivellé et le déplacement horizontal (théorique).



Ainsi une pente de 25% indique un dénivelé de $25\,m$ pour un déplacement horizontal de $100\,m$.



La figure n'est pas à l'échelle .

On note α l'angle que la route forme avec l'horizontale. Cet angle est appelé l'inclinaison de la route.

a) Calculer, au degré près, l'inclinaison du dernier tronçon de la route empruntée par Albert.

b) Ce tronçon de route permet de s'élever de $145\,m$. Calculer sa longueur, au mètre près.

Exercice 2 – Ski sur la Streif. Sitôt arrivé, Albert décide de dévaler la piste appelée Streif, réputée la plus difficile au monde. Voici quelques caractéristiques de cette piste :

- Longueur totale : $3\,312\,m$
- Pente maximale : 85%
- Pente minimale : 5%
- Dénivélé : $862\,m$

a) Albert s'élance dans la descente à $14\,h58\text{min}47\,s$ et termine la descente à $15\,h03\text{min}08\,s$. Calculer sa vitesse moyenne durant cette descente, en km/h, arrondie au dixième.

b) Le meilleur skieur de la station a réalisé la descente à la vitesse moyenne de 100 km/h. S'il s'était lancé dans la descente au même instant qu'Albert, combien de temps avant lui serait-il arrivé ?

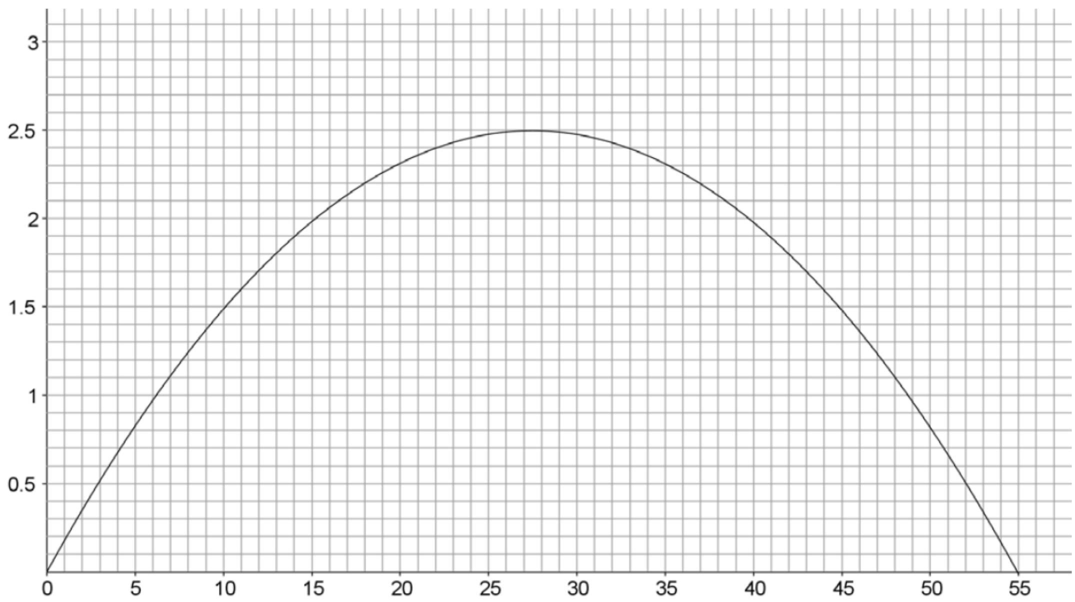
Exercice 3 – Le saut sur la Streif. Lors de la descente de la Streif, Albert effectue un saut. On admet que la hauteur du saut d'Albert par rapport au sol de la piste s'exprime en fonction du déplacement horizontal, x, par la fonction S suivante :

$$\mathrm{S} : x \longmapsto 2,5 - \frac{(2x-55)^2}{1210}$$

x et $\mathrm{S}(x)$ étant exprimés en mètre.

a) Calculer l'image de 10 par la fonction S. Interpréter ce résultat en ce qui concerne le saut d'Albert.

On a tracé la courbe représentative de cette fonction S.



b) Que représente, pour Albert, la valeur 55 sur l'axe des abscisses ?

c) Déterminer graphiquement quelle a été la hauteur maximale du saut d'Albert. À quel déplacement horizontal cette valeur correspond-elle ?

d) À l'aide de l'expression de la fonction S, retrouver, par le calcul, la hauteur maximale du saut d'Albert.

e) Sur la feuille de tableur ci-contre, on a entré une formule dans la case B2 qui permet de calculer $\mathrm{S}(x)$ puis on a ensuite tiré vers le bas. Déterminer cette formule.

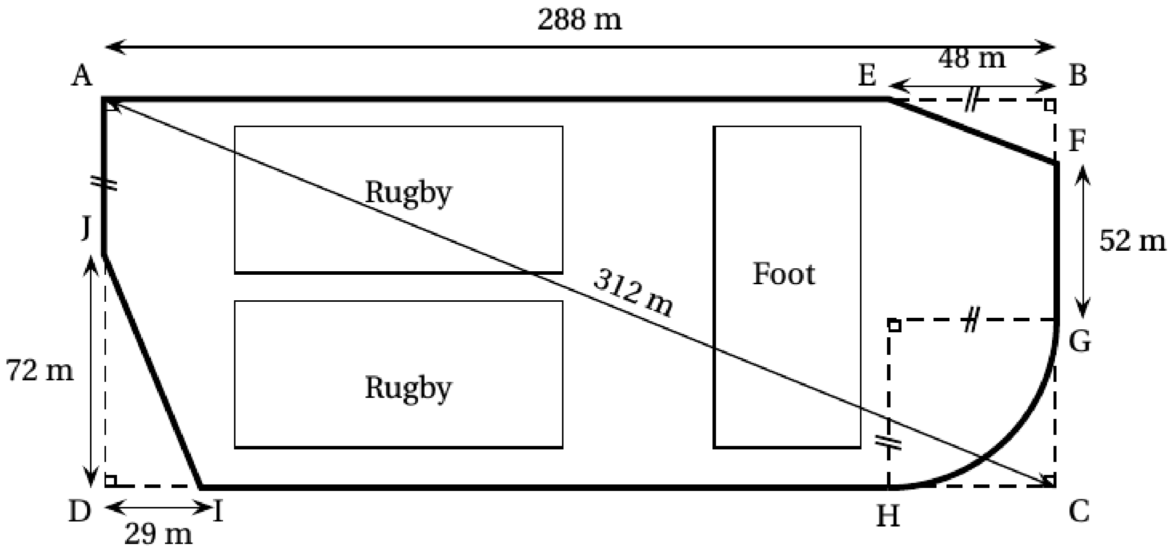
f) La feuille de tableur permet-elle d'obtenir la valeur de x en laquelle $\mathrm{S}(x)$ est maximale ? Et si dans la colonne A, on avait choisi un pas de 0,1 au lieu de 0,2 ?

	A	B
1	x	S(x)
2	25	2,479338843
3	25,2	2,4825123967
4	25,4	2,4854214876
5	25,6	2,4880661157
6	25,8	2,490446281
7	26	2,4925619835
8	26,2	2,4944132231
9	26,4	2,496
10	26,6	2,497322314
11	26,8	2,4983801653
12	27	2,4991735537
13	27,2	2,4997024793
14	27,4	2,4999669421
15	27,6	2,4999669421
16	27,8	2,4997024793
17	28	2,4991735537
18	28,2	2,4983801653
19	28,4	2,497322314
20	28,6	2,496
21	28,8	2,4944132231
22	29	2,4925619835
23	29,2	2,490446281
24	29,4	2,4880661157
25	29,6	2,4854214876
26	29,8	2,4825123967
27	30	2,479338843

Partie B

Exercice 4 – Extrait du Brevet Asie 2013 – La longueur de la piste.

La ville de Bonmaitre possède une plaine de jeux bordée d'une piste cyclable.



La piste cyclable a la forme d'un rectangle ABCD dont on a enlevé trois des « coins ». Le chemin de G à H est un arc de cercle de centre K tel que (GK) $\perp$ (HK). Les chemins de I à J et de E à F sont des segments de droite. Les droites (EF) et (AC) sont parallèles.

Quelle est la longueur de la piste cyclable ? Justifier la réponse.

Exercice 5 – Adapté du Rallye Mathématique du Centre, épreuve d'entraînement 2016. Une cible est constituée de deux disques concentriques, de rayons respectifs 10 cm et 25 cm.

1) Un premier jeu. On marque 9 points à chaque lancer dans la zone centrale de la cible. On marque 5 points pour chaque fléchette atteignant l'autre zone. On peut lancer autant de fléchettes qu'on le souhaite. Un lancer arrivant hors de la cible ne fait pas gagner de points, mais n'en fait pas perdre non plus. Le score est la somme des points marqués.

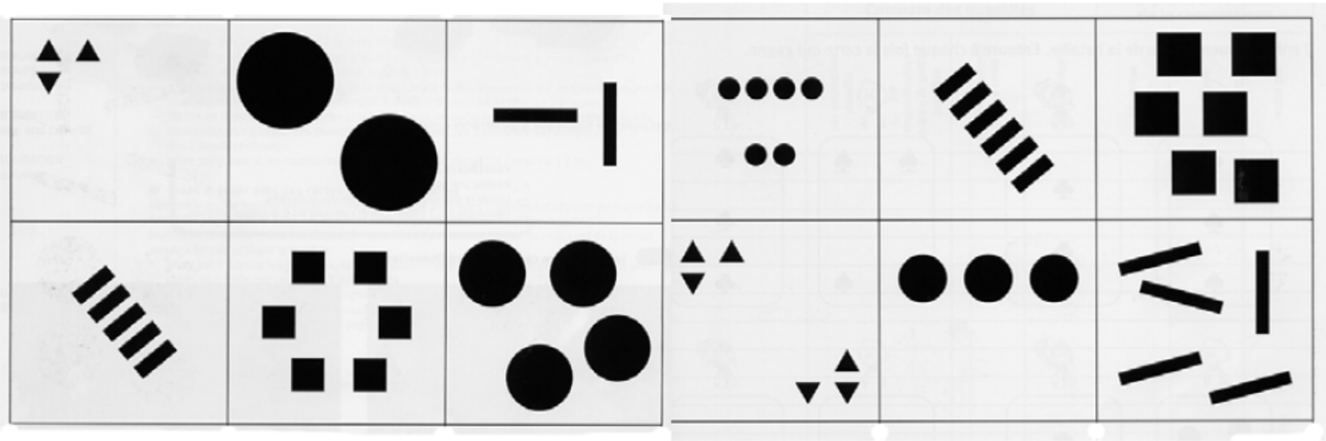
- **a)** Peut-on obtenir un score de 1 ? de 14 ? De 26 ?
- **b)** Quel est, s'il existe, le plus grand score que l'on ne peut pas obtenir ?
- **c)** Montrer que l'aire de la zone à 5 points est de $525\pi\, cm^2$.
- **d)** Lorsqu'on tire dans la cible, la probabilité qu'une fléchette atteigne une zone donnée est proportionnelle à son aire. Quelle est la probabilité qu'une fléchette qui arrive dans la cible atteigne la zone des 5 points ?

2) Un second jeu. Cette fois, on marquera 9 points lorsque la fléchette atteint la zone centrale de la cible, et 6 points lorsqu'elle arrive dans la zone extérieure. Les autres règles sont les mêmes qu'avec la première cible.

- **a)** Peut-on obtenir un score de 31 ?
- **b)** Quel est, s'il existe, le plus grand score que l'on ne peut pas obtenir ?

Partie C

Exercice 6 – D'après CRPE 2014. Un enseignant propose un jeu de bataille à ses élèves de maternelle. Il utilise un jeu de cartes représentant les nombres de 1 à 6. Voici douze cartes extraites du jeu : par exemple, la première carte (en haut à gauche) représente le nombre 3 et la dernière carte (en bas à droite) représente le nombre 5.



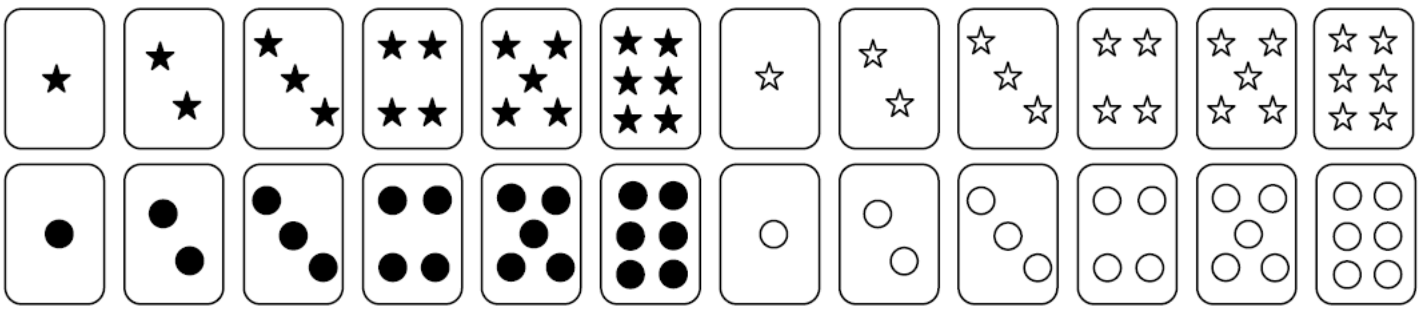
« Vers les maths, Maternelle moyenne section » p 130 et 131, Edition ACCES, 2009.

Voici la règle du jeu : Deux élèves s'opposent. Les cartes sont battues puis distribuées, puis chacun des deux élèves pose ses cartes, à l'envers, en tas devant lui. Ils retournent chacun une carte : celui dont la carte représente le nombre le plus grand remporte les deux cartes et les met sous son tas. En cas d'égalité, chaque élève retourne une nouvelle carte sur la table. Celui dont la nouvelle carte représente le nombre le plus grand remporte toutes les cartes retournées sur la table. À la fin, celui qui n'a plus de carte a perdu. On peut aussi arrêter le jeu au bout d'un certain temps et compter les cartes de chacun des deux élèves : celui qui a le plus de cartes a gagné.

1) Citer deux compétences mathématiques travaillées par les élèves lors de ce jeu de bataille.

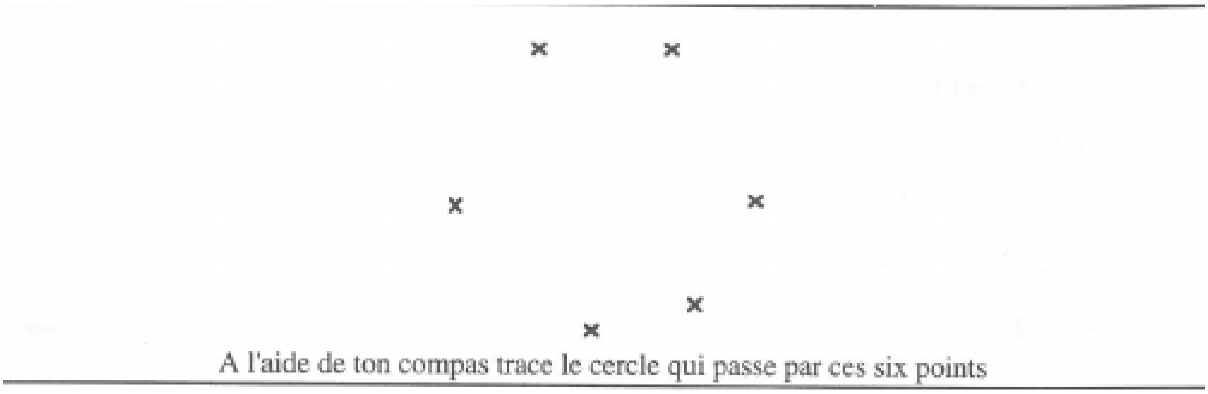
2) Pour chaque compétence citée en réponse à la question **1**, donner deux causes possibles d'erreurs.

3) L'enseignant peut utiliser un autre jeu de cartes représenté ci-dessous.



Comparer les intérêts respectifs de chacun des jeux au regard des deux compétences citées en réponse à la question **1**.

Exercice 7 – D'après CRPE 1997. Un maître de CM2 a construit l'exercice suivant : il trace un cercle, choisit 6 points sur ce cercle ; ces six points ne vérifient pas entre eux de propriétés particulières (par exemple, ils ne sont ni diamétralement opposés, ni sommets de polygones régulier ou connu,...). Ensuite le maître efface le tracé du cercle pour ne conserver que les 6 points. Il propose à ces élèves de CM2 la feuille ci-dessous ; la taille en a été réduite, les mesures exactes, quand elles sont nécessaires à la compréhension, sont indiquées.



Pour cet exercice, le maître n'attend pas une mise en cause de l'existence du cercle ; les élèves admettent que le cercle existe. Les questions ne portent pas sur la précision des tracés mais sur les procédures utilisées pour trouver le centre du cercle ; nous proposons ci-dessous quatre résultats d'élèves dont nous avons amélioré les traces.

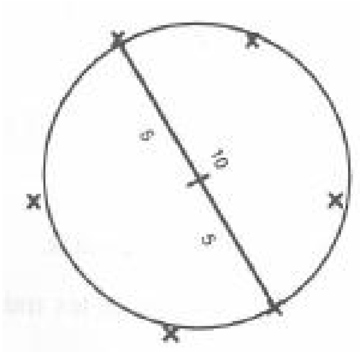
1) a) Sur le haut de la feuille fournie en annexe 1 page 7, déterminer à la règle et au compas le centre du cercle. On laissera visible les traits de construction.

b) Justifier que votre construction donne bien le centre du cercle.

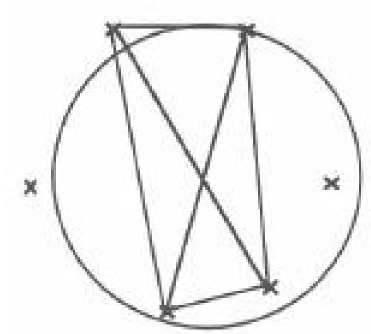
2) a) Rappeler la définition d'un cercle.

b) Quelle représentation du cercle se fait généralement un élève de cycle 2 ?

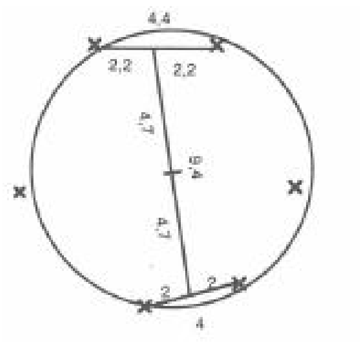
3) Décrire de façon concise mais précise chacune des procédures des quatre élèves.



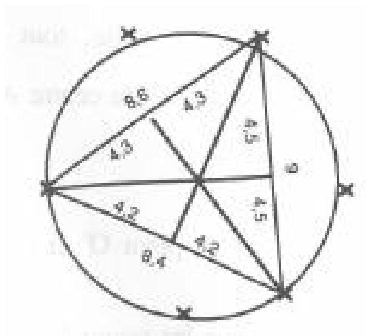
Antoine



Bernard



Céline



Dounia

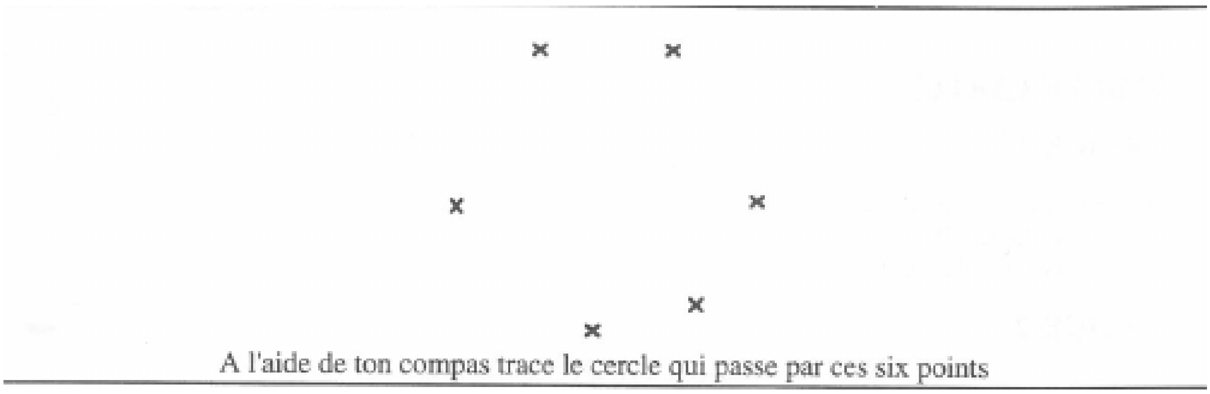
4) Les procédures de Bernard et Céline ne donnent pas ici le même point. Sur l'annexe 2, on a donné deux fois une même configuration de quatre points.

a) Appliquer la procédure de Bernard sur la première et celle de Céline sur la seconde.

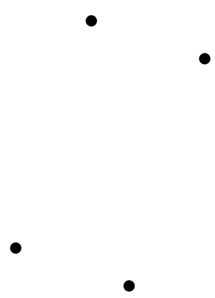
b) Dans le cas de cette configuration de quatre points, parmi ces deux procédures, laquelle (ou lesquelles) permet(tent) la construction du centre du cercle ? Justifier succinctement.

Annexe 1 : à rendre avec la copie

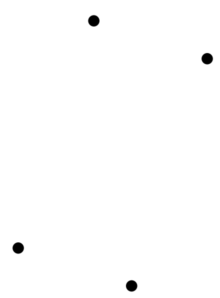
Numéro d'anonymat :



Annexe 2 : à rendre avec la copie



Procédure de Bernard



Procédure de Céline