École supérieure du professorat et de l'éducation Académie d'Orléans-Tours — Université d'Orléans	**Site de Bourges** **Mathématiques et sa didactique** **16 octobre 2014** Corrigé, UE1.1-EC1

/3 pts CC Bourges 16/10/2014

Exercice 1

$N = 2^5 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^2 \times 13$

$N = 32 \times 81 \times 25 \times 49 \times 13 = 41\ 277\ 600$.

$N = 2^5 \times 3^3 \times \underbrace{3 \times 7}_{21} \times 7 \times 5^2 \times 13 = 21 \times (2^5 \times 3^3 \times 7 \times 5^2 \times 13)$

0,5 C'est un multiple de 21.

$N = \underbrace{2^2 \times 5^2}_{100} \times 2^3 \times 3^4 \times 7^2 \times 13 = 100 \times 2^3 \times 3^4 \times 7^2 \times 13$.

multiple de 100.

0,5

N n'est pas divisible par 11. Or pour être divisible par 55,

0,5 N doit être divisible par 5 et par 11 qui sont premiers entre eux.

premiers entre eux

$640 = 64 \times 10 = 2^6 \times 2 \times 5 = 2^7 \times 5$

Or 2^7 ne divise pas N. Donc N n'est pas un multiple

0,5 de 640.

Nombre de diviseurs de N.

0,5. On cherche les combinaisons. $6 \times 5 \times 3 \times 3 \times 2 = 540$.

N a donc 540 diviseurs.

0,5. les affirmations A, B et E sont vraies.

Exercice 2. /3,5 pts

0,5 $a = \dfrac{-4 \times 10^{-2} \times (-5) \times 10^7}{3 \times 10^5} = \dfrac{20}{3}\ \dfrac{10^5}{10^5} = \dfrac{20}{3}$

0,5 $b = \dfrac{(3+\sqrt{10})^2 - 6\sqrt{10}}{5} = \dfrac{3^2 + 2\times 3\sqrt{10} + (\sqrt{10})^2 - 6\sqrt{10}}{5} = \dfrac{9+10}{5}$

$b = \dfrac{19}{5}$.

0,5 $c = \dfrac{2 + \dfrac{3}{1+\frac{1}{2}}}{2 + \frac{1}{6}} = \dfrac{2 + \dfrac{3}{\frac{3}{2}}}{\frac{13}{6}} = \dfrac{2 + \cancel{3} \times \frac{2}{\cancel{3}}}{\frac{13}{6}} = 4 \times \dfrac{6}{13} = \dfrac{24}{13}$

$d = \dfrac{7429}{1955}$

$$\begin{array}{r|l} 7429 & 1955 \\ 1564 & 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1955 & 1564 \\ 0391 & 1 \end{array}$$

1

PGCD (7429 ; 1955) = 391

$$\begin{array}{r|l} \cancel{1564} & 391 \\ 391 & \cancel{3} \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1564 & 391 \\ 000 & 4 \end{array}$$

alors $7429 = 391 \times 19$

et $1955 = 391 \times 5$. d'où $d = \dfrac{391 \times 19}{391 \times 5} = \dfrac{19}{5}$.

0,5 $e = \dfrac{2 - \frac{1}{3}}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \dfrac{\frac{6}{3} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{4}} = \dfrac{5}{3} \times \dfrac{4}{1} = \dfrac{20}{3}$.

0,5 les affirmations A, B et C sont fausses. L'Affirmation D est vraie. a = e

Exercice 3 / 11 pts

1). Produits de 3 nombres entiers.

0,5 $1001 = 77 \times 13 = 7 \times 11 \times 13$.

2/. Tous les diviseurs de 1001.

1 $2 \times 2 \times 2 = 8$ diviseurs. 1 et 1001 ; 7 et 143 ; 77 x 13. ; 11 et 91.

3/ le nombre 712712.

$$\begin{array}{r|l} 712\,712 & 13 \\ 062 & 54824 \\ 107 & \\ 31 & \\ 52 & \\ 0 & \end{array}$$

0,5 $q_1 = 54\,824$ $r_1 = 0$

$$\begin{array}{r|l} 54824 & 11 \\ 108 & 4984 \\ 092 & \\ 44 & \\ 0 & \end{array}$$

0,5 $q_2 = 4984$ $r_2 = 0$

$$\begin{array}{r|l} 4984 & 7 \\ 08 & 712 \\ 14 & \\ 0 & \end{array}$$

0,5 $q_3 = 712$ $r_3 = 0$.

$712712 = 11 \times 13 \times 7 \times 712$. 1

$712\,712 = 1001 \times 712$

1 et donc les restes étaient prévisibles ainsi que q_3.

4). $\overline{abcabc} = 1001 \times \overline{abc} = 7 \times 11 \times 13 \times \overline{abc}$

1 est un multiple de 7 et de 13 quels que soient a, b et c.

- $65 = 5 \times 13$. 5 est premier avec 7, 11 et 13 donc
1 $\overline{abcabc}$ est multiple de 65 si et seulement si $\overline{abc}$ est multiple de 5. C'est à dire que $c = 0$ ou $c = 5$.

- $\overline{abcabc}$ est un multiple de $14 = 7 \times 2$ si et seulement si $\overline{abc}$ est pair donc que $c = 2$; $c = 0$; $c = 4$; $c = 6$
1 ou $c = 8$.

- $63 = 7 \times 3^2$. Donc $\overline{abcabc}$ est un multiple de 63 si et seulement si $\overline{abc}$ est multiple de 9.
1 C'est à dire si $a + b + c$ est multiple de 9.

5/. $465\,549 = 465\,465 + (549 - 465)$

$= 465 \times 1001 + (549 - 465)$

1 lors de la division par 13, comme 1001×465 est un multiple de 13 alors le reste est égal à 0.

Donc le reste de la division euclidienne de 465 549 par 13 est égal au reste de la division de $(549 - 465)$ par 13.

$465\,549 = 465 \times 1001 + (549 - 465)$

1 $= 465 \times 7 \times 143 + 84$

$= 7 \times 465 \times 143 + 7 \times 12 = 7 \times \underbrace{(465 \times 143 + 12)}_{\text{entier}}$.

C'est donc un nombre divisible par 7.

Exercice 4. /2,5 pts

1). Nombres inférieurs à 10 qui possedent 3 diviseurs,
Tous les nombres ont 2 diviseurs : 1 et eux-même.
S'ils en ont un nombre impair c'est que ce sont des carrés.
1 c'est à dire 4 ou 9.

2). $\overline{abc}$ un nombre à 3 chiffres dont la somme vaut 13.
Et c'est un carré d'un nombre entier.

0,5 explications

$100 = 10^2$. mais $1+0+0 = 1 \neq 13$.

$121 = 11^2$ $1+2+1 = 4 \neq 13$.

$144 = 12^2$ $4+4+1 = 9 \neq 13$

$13^2 = 169$. $9+6+1 = 16 \neq 13$

1 résultat

$14^2 = 196$. idem

$15^2 = 225$. $2+2+5 = 9 \neq 13$

$\boxed{16^2 = 256}$. $2+5+6 = 13$.

$17^2 = 289$. ; $324 = 18^2$; $19^2 = 361$

somme 19 ; somme 9. ; somme 10

$20^2 = 400$; $21^2 = 441$; $22^2 = 484$

somme 4 ; somme 9. somme 16.

$23^2 = 529$; $24^2 = 576$; $\boxed{25^2 = 625}$

somme 16 somme 18 somme 13.

$26^2 = 676$ $27^2 = 729$ $28^2 = 784$

somme 19. somme 18 somme 19

$\boxed{29^2 = 841}$; $30^2 = 900$; $31^2 = 961$

somme 13 somme 9 somme 16

$32^2 = 1024$. les nombres n'ont plus 3 chiffres.

En fait il faut que le nombre soit le carré d'un nombre premier pour n'avoir que 3 diviseurs. le nombre est 841.