École supérieure du professorat et de l'éducation Académie d'Orléans-Tours
UNIVERSITE D'ORLEANS

~~GCD DE *MATHÉMATIQUES*~~
CC – M1 ; 12/2017
SITE DE BLOIS. *JBN* ET *PW*

NOM et PRENOM :

GROUPE : ***M1A***, ***M1B***, ***M1C,*** *M2PFE* *DUREE* : une heure. *Calculatrice autorisée*.

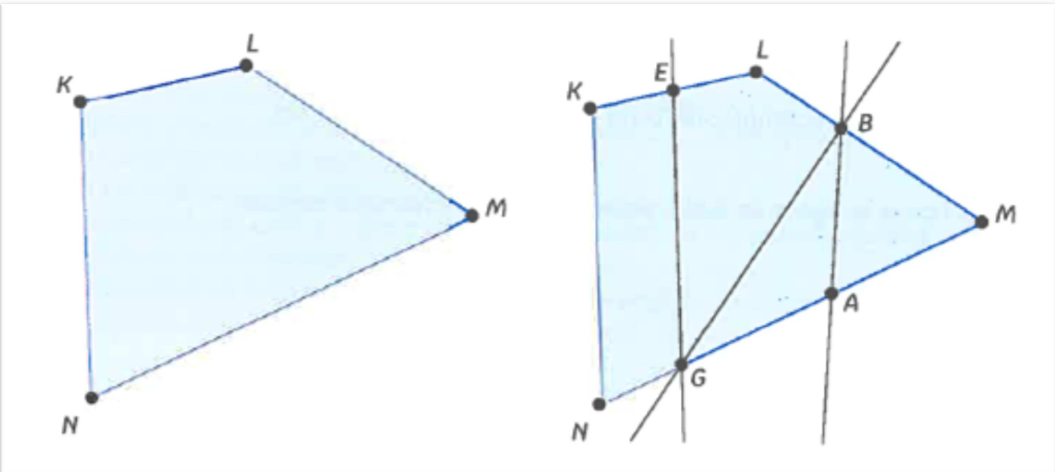
1. DEUX points. L'égalité 2259 = 41 × 54 + 45 traduit-elle une division euclidienne ? Si oui, préciser laquelle ; si non, pourquoi ? (*Pour aller plus loin : hors barème et NON noté, ni compté dans cette question : rédiger deux énoncés « simples », distincts quant au « sens », de problèmes dont la solution se traduit par cette égalité*).

Question de cours « *obligée* » : le *reste* est-il strictement inférieur au *diviseur* ?
(i) L'égalité 2259 = 41 × 54 + 45, avec 45 < 54 traduit la division euclidienne de 2259 par 54.
(ii) Par contre, cette égalité ne traduit pas celle de 2259 par 41, car le quotient est alors 55 et le reste 4 ! *Les deux cas étaient attendus : telle qu'elle est écrite l'égalité ne permet pas de savoir qui est le diviseur et qui est le quotient. Il faut donc effectuer les calculs…*
Question hors barème : les deux sens de la division au primaire. Recherche de la ***valeur d'une part*** vs recherche du ***nombre de parts***. *Enoncés à produire…*

2. DEUX points. Deux programmes de constructions : en choisir ***UN*** et répondre à la consigne.

Préciser le matériel utilisé.

CONSTRUCTION 1



Le quadrilatère **LKNM** ci-contre est un quadrilatère quelconque. *Consigne*. Rédiger un programme de construction permettant d'obtenir le « deuxième » quadrilatère, suite à des tracés dont il faudra préciser les instructions dans le programme rédigé. (*Codages volontairement oubliés !*).

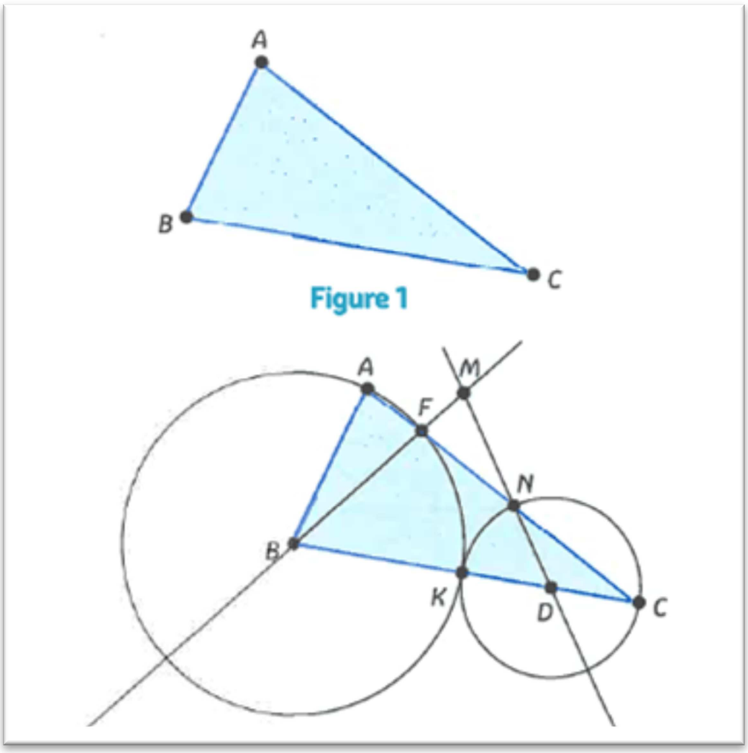
Point de départ. On sait que le point **E** est le milieu de **[KL]** et que les droites **(KN)** et **(EG)** sont parallèles. (*Suite…*)

CONSTRUCTION 2

Le triangle **ABC** est un triangle « scalène » (= *quelconque*). *Cf. figure page suivante.*

Consigne. Idem ci-dessus, avec la nouvelle figure « sous » la figure 1.

Point de départ. Le cercle de centre **B** et de rayon **[BA]** est tracé. (*Suite…*)



Programme de construction $\boxed{\text{choisi}}$. *Marquer les codages significatifs sur la figure choisie et justifier…*

Note de ***PW***. Il est explicitement demandé de préciser de quelle construction on doit écrire un programme : peu de copies l'ont précisé !

Programme de construction 1.

On sait que E est le milieu de [KL] (*codage à marquer*) et (KN)//(EG) : énoncé. *DEBUT*.

(1) Tracer la droite perpendiculaire à (LM) passant par G (*codage à marquer*) ;

(2) Appeler B le point d'intersection de cette perpendiculaire avec (LM) ;

(3) Marquer le point A milieu de [GM] (*codage à marquer*) ;

(4) Tracer la droite (BA). *FIN*.

Programme de construction 2.

On sait que le cercle (*C1*) de centre B passant par A est donné : énoncé. *DEBUT*.

(1) Appeler F le point d'intersection de (*C1*) avec [AC] et K le point d'intersection de (*C1*) avec [BC] ;

(2) Marquer le point D milieu de [KC] (*codage à marquer*) ;

(3) Tracer le cercle (*C2*) de diamètre [KC] ;

(4) Appeler N le point d'intersection de (*C2*) avec [AC] ;

(5) Tracer les droites (DF) et (DN), appeler M leur point d'intersection. *FIN*.

Question supplémentaires :

- Le quadrilatère (GELB) de la construction 1 est un amandin ?
- Le triangle (AKB) de la construction 2 est équilatéral ?
- Le triangle (KNC) est rectangle en ?

Réponses : (GELB) *NON*, car… ; (AKB) *NON*, car… et (KNC) rectangle en N, CAR « theorem of Tales » in United Kingdom…

3. (*i*) **DEUX points**. Rappeler la définition d'un *diviseur*. Déterminer les *diviseurs* de 84, noté ***D***(84) dans le cadre ci-dessous.

3. (*ii*) **DEUX points**. Un homme est *aujourd'hui* âgé de moins de 100 ans. L'an dernier, son âge était un multiple de 11 et l'année prochaine, son âge sera un multiple de 5. *Affirmation* : cet homme est âgé de 64 ans. *VRAI* ou *FAUX*, *pourquoi* ?

Item (*i*).

Un exemple : on dit que 7 divise 56, car il existe un entier : 8, tel que 56 = 7 × 8. De même, 8 divise 56, car, … On dit que les nombres 7 et 8 sont *des* diviseurs de 56. Au fait, les autres diviseurs de 56 sont ?

Généralisation. On se donne deux nombres entiers naturels, ***n*** et ***m***, avec ***m*** non nul. On dit que ***m*** divise ***n*** s'il existe un nombre entier ***k*** tel que : $n = k \times m$.

A savoir : les expressions « ***m*** divise ***n*** » et « ***n*** est multiple de ***m*** » sont équivalentes.

Une seule définition correcte sur toutes les copies ! On ne peut pas se satisfaire de définitions incomplètes, impropres, fausses. Il faut apprendre ces définitions élémentaires, sinon, comment l'exiger des élèves !

On a $D(84) = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 7 ; 12 ; 14 ; 21 ; 28 ; 42 ; 84\}$. *Aucun souci* : déjà fait en *TD* !

Item (*ii*). ~~*VRAI*~~ ou ***FAUX*** ? En effet, 64 – 1 = 63, non multiple de 11, bien que 64 + 1 = 65, multiple de 5. Donner ***toutes*** les solutions : il y a deux solutions, 34 ans et 89 ans.

En effet, 34 – 1 = 33 : multiple de 11 et 34 + 1 = 35 : multiple de 5 ;

De même, 89 – 1 = 88 : multiple de 11 et 89 + 1 = 90 : multiple de 5.

4. DEUX points. Existe-t-il une différence notionnelle importante entre *angle droit* et *droites perpendiculaires* ? Argumenter !

OUI, donc, il faut argumenter... Ces deux « notions » ne mettent pas en jeu les mêmes objets : l'un est une surface (= un morceau du plan), l'autre est une réunion d'objets « propres » ou « idéaux » du plan.

*Notes de **PW***.

1. AUCUNE bonne réponse sur la totalité des copies ! Très, très inquiétant ! Un angle, avant d'être éventuellement droit est un angle, c'est-à-dire une SURFACE géométrique et pas une LIGNE géométrique ; des droites, avant qu'elles soient éventuellement perpendiculaires, sont des LIGNES et donc pas des SURFACES. Voilà la différence notionnelle fondamentale…
2. Re-Re-R-Rappel : il y a sur le cours CELENE des questions professionnelles précises, abondées de réponses encore plus précises : il convient d'étudier SERIEUSEMENT ce cours ! *Ce qui ne semble pas être le cas, au vu des résultats !*

Angle droit = SURFACE = un morceau du plan. Conséquence, on peut le découper ou le matérialiser, par un double pliage particulier d'une feuille. C'est comme le schmilblick, « *il tient dans la main, il tient dans la main !*».

Droites perpendiculaires (LIGNES géométriques): réunion de deux droites du plan. *Du coup, ça ne tient pas dans la main* !

Lien « mucho forte »entre ces deux « notions » : deux droites perpendiculaires du plan déterminent quatre angles droits, Cf. le double pliage d'une feuille de papier…

5. QUATRE points. On s'intéresse aux deux nombres **A** et **B** suivants, écrits sous forme fractionnaire : $\mathbf{A} = \frac{364}{1001}$ et $\mathbf{B} = \frac{560}{275}$. (*i*) **A** et **B** sont-ils des nombres décimaux ? *Justifier.* (*ii*) On pose **W** = **A** + **B** ; **W** est-il un nombre décimal ? *Justifier.* (*iii*) Anatole, ex-étudiant sérieux de M1-Meef, affirme que « *si deux nombres ne sont pas décimaux, alors leur somme ne l'est pas non plus* ». *Question* : Anatole a-t-il été admissible au CRPE, *ou autrement dit, hihihi*, l'affirmation d'Anatole est-elle vraie ? *Justifier.*

Laisser les traces des calculs intermédiaires, et oui, la « caltosss » ne fait pas tout !

<u>*Note de* ***PW***</u> : là aussi, il faut lire les consignes : laisser les traces intermédiaires ! Consigne pas vraiment respectée dans beaucoup de copies…Les calculs ne sont pas compliqués, à condition de connaître quelques multiples simples, qui doivent être maîtrisés !

Les nombres **A** $= \frac{364}{1001} = \frac{4 \times 91}{11 \times 91} = \frac{4}{11} = 0,\underline{36}$ et **B** $= \frac{560}{275} = \frac{112 \times 5}{55 \times 5} = \frac{112}{55} = 2,0\underline{36}$ ne sont pas décimaux : apparition de périodes après affichage du quotient « calculé » à la caltosss.

Et la somme ? **W** $= \frac{364}{1001} + \frac{560}{275} = \frac{364}{1001} + \frac{112}{55} = \frac{364 \times 55 + 112 \times 1001}{1001 \times 55}$ = (*calculs à la « brute »…*) = 2,4 !

Ou bien, W $= \frac{4}{11} + \frac{112}{55} = (\ldots) = \frac{20 + 112}{55} = \frac{132}{55} = \frac{12}{5} = \frac{24}{10} = 2,4$.

Et donc, Anatole se trompe : *il n'a pas été admissible*, zut ! On vient d'exhiber une somme décimale, alors que les deux termes de cette somme ne le sont pas.

Il y a plus « rusé », *pour ceux qui se sont trompés dans les calculs* : 1/3 et 2/3 ne sont pas décimaux et pourtant, 1/3 + 2/3 = 3/3 = 1, entier, donc décimal !

6. QUATRE points. Ecrire **A**, **B** et **C** sous forme d'une fraction irréductible :

$$\mathbf{A} = \frac{5}{17} + \frac{19}{51} \ ; \ \mathbf{B} = 3{,}2 - 5 \times \frac{1{,}2}{6} \ ; \ \mathbf{C} = \frac{12}{100 \times (1 - \frac{4}{7})}$$

*Calculs à effectuer « **à la main** », <u>no caltosss allowed</u> ; en écrivant les calculs intermédiaires. Et oui !*

Beaucoup d'erreurs et de faiblesses calculatoires !!! Ne pas savoir que 3 × 17 = 51 pour le calcul de A est inquiétant ! Vu sur beaucoup de copies, pour le calcul de B : « 3,2 – 1 = 2,1 », Aie !!! Enfin, pas de recensement des multiples boulettes pour le calcul de C !

On a : **A** $= \frac{5}{17} + \frac{19}{51} = \frac{15}{51} + \frac{19}{51} = \frac{15 + 19}{51} = \frac{34}{51} = \frac{2 \times 17}{3 \times 17} = \frac{2}{3}$: non réductible.

On a : **B** = 3,2 – 6/6 = 3,2 – 1 = 2,2 $= \frac{22}{10} = \frac{11}{5}$! Non réductible.

On a : **C** $= \frac{12}{100 \times (1 - \frac{4}{7})} = \frac{12}{100 \times \frac{3}{7}} = \frac{12}{(100 \times 3)/7} = \frac{12 \times 7}{100 \times 3} = \frac{28}{100} = \frac{7}{25}$: nombre décimal…

7. DEUX points. (*Idem 2015 et 2016*). Une cave obscure renferme de très, très nombreuses (*et bonnes*) bouteilles d'un breuvage rabelaisien de <u>*six*</u> cuvées (*millésimées !*) distinctes.

Combien doit-on remonter de bouteilles, <u>*une par une*</u>, pour être certain d'avoir <u>*au moins*</u> trois bouteilles de la même cuvée ? (*Justifier dans le cadre ci-dessous*).

<u>*Question facultative.*</u> *Breuvage à consommer avec Parcie et Monie, of course !*

Dois-je encore ré-ré-écrire la solution : idem qu'en 2015 et en 2016, modulo le nombre de bouteilles ?

En 2017, il faut en monter 13 = 6 × 2 + 1. En effet, dans le « cas le plus pire » (*dixit dans le 41 !*), on peut avoir remonté deux bouteilles de chaque cuvée, *zut alors, pas de chance ou beaucoup de chance !* Et donc, la treizième bouteille attisera les papilles de tous : on aura trois bouteilles d'une même cuvée ou d'un même millésime… On ne sait pas de quelle cuvée, mais on est certain qu'il s'agit d'une des six !

<u>*BILAN*</u> : peu réjouissant ! L'occasion était belle d'avoir quelques points d'avance pour le partiel, elle n'a pas été saisie, tant pis. Pour être admissible au CRPE, indépendamment des réelles faiblesses disciplinaires, dont on peut penser ce qu'on veut, il convient de SIMPLEMENT et de SERIEUSEMENT se mettre au travail…