

Année universitaire 2013-2014

MASTER MEEF Premier Degré
1ère ANNEE

Examens Semestre 2
Session 1

Désignation de l'épreuve :

UE11 Identifier et explorer la culture
scientifique

EP1 : Mathématique et sa didactique (2)

Date de l'examen : 9 avril 2014

Heure de l'examen : 14h-17h

Durée de l'épreuve : 3h

Type d'examen : Contrôle continu RNE/
contrôle terminal RSE

Documents et/ou matériels autorisés : matériel dit « usuel » de géométrie plane (compas, règle graduée, équerre, rapporteur, gabarits divers, ...) et des calculatrices dites « de poche », y compris les programmables, alphanumériques ou à écran graphique.

Une copie du BO H.-S. numéro 3 du 19 juin 2008 est autorisée.

Nombre de pages (avec page de garde) : 5

Le sujet est composé de 7 exercices répartis en trois parties. Il comporte 5 pages (une page de garde et quatre consacrées à l'énoncé) et doit être traité en trois heures.

Il sera tenu compte de la qualité des raisonnements produits tout autant que du soin apporté à la rédaction des réponses, sans oublier l'orthographe. Il est rappelé que tout résultat produit devra être justifié.

L'utilisation du matériel dit « usuel » de géométrie plane (compas, règle graduée, équerre, rapporteur, gabarits divers, ...) et des calculatrices dites de « poche », y compris les programmables, alphanumériques ou à écran graphique est autorisée. (Il est rappelé que ces calculatrices, strictement personnelles, doivent être autonomes, sans possibilité d'usage d'une imprimante).

Une copie du BO H.-S. numéro 3 du 19 juin 2008 est autorisée.

Partie 1.

Exercice 1 Déterminer les nombres de trois chiffres vérifiant les trois conditions suivantes :

- la différence entre ce nombre et le nombre retourné est 297,
- la somme des trois chiffres est 11,
- la somme du triple du chiffre des centaines et du double du chiffre des dizaines est 22.

(Indication : si, par exemple, le nombre était 231 le nombre retourné serait 132.)

Exercice 2 Un client s'adresse à une agence de location de camping-car pour organiser ses vacances. Trois formules lui sont proposées. Pour chacune des formules, toute semaine entamée est payée intégralement.

- Formule 1 : forfait hebdomadaire de 840 €, kilométrage illimité.
- Formule 2 : forfait hebdomadaire de 700 €, avec 2000 kilomètres inclus et 0,25 € par kilomètre parcouru au-delà de 2000 kilomètres.
- Formule 3 : forfait journalier de 54 € et 0,23 € par kilomètre parcouru.

1) Si x désigne le nombre de kilomètres parcourus pour la semaine de location, traduire, pour une semaine de location, chaque formule par une écriture de la forme : $y = f(x)$ pour la formule 1, $y = g(x)$, pour la formule 2, $y = h(x)$, pour la formule 3.

Vérifier, en particulier, que pour $x \geq 2000$, on a : $g(x) = 200 + 0,25 \times x$.

- 2) Représenter graphiquement ces trois formules de location dans un même repère (unité en abscisse : 1 jour = 2 cm, unité en ordonnée 100 € = 1 cm).
- 3) Déterminer de deux manières différentes la formule la plus avantageuse pour une semaine de location en fonction du nombre de kilomètres parcourus :
- avec le graphique.
 - par le calcul.

4) Un client a choisi la formule 1 pour deux semaines de vacances. Il a parcouru 4500 kilomètres. A-t-il fait le choix le moins cher ?

Exercice 3 – Géométrie plane. La figure sera réalisée avec soin et précision et complétée au fur et à mesure des questions.

Soit un carré ABCD de 5 cm de côté. Tracez la parallèle à la droite (AC) passant par B. Soit F l'intersection de cette droite avec la droite (AD) et G l'intersection de cette droite avec la droite (DC). Tracez la parallèle à la droite (AC) passant par D. Soit E l'intersection de cette droite avec la droite (AB) et H l'intersection de cette droite avec la droite (BC).

1) Démontrer que EFGH est un rectangle.

- 2) Calculez l'aire du quadrilatère EFGH.
- 3) Soit O l'intersection des diagonales du carré ABCD. Démontrez que O est le centre du cercle circonscrit au quadrilatère EFGH.
- 4) Soit P le symétrique de A par rapport à B. Soit Q le symétrique de C par rapport à B. Soit R le symétrique de C par rapport à D. Soit S le symétrique de A par rapport à D. Démontrez que P, Q, R et S sont sur le cercle circonscrit au quadrilatère EFGH.
- 5) Calculez l'aire du polygone EFQPGHSR.

Partie 2.

Exercice 4 – QCM.

- 1) Combien de bouteilles d'une capacité de 1,5 litre peut-on remplir avec le contenu liquide d'un container cubique d'arête 30 cm ?
 A : 15 B : 18 C : 27 D : pas un nombre entier de bouteilles
- 2) On sait que trois boulangers produisent 60 croissants bien chauds et croustillants en six minutes. Dans les mêmes conditions, combien de croissants produisent quatre boulangers en dix-huit minutes ?
 A : 150 croissants B : 210 croissants C : 360 croissants D : 240 croissants E : Aucune des réponses précédentes ne convient.

Exercice 5 – Géométrie dans l'espace. Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse. Lorsqu'elle est fausse, la corriger pour la rendre vraie.

- a) Un cube a plus de faces que d'arêtes.
- b) Le nombre d'arêtes d'une pyramide à base carrée est égal au nombre de sommets d'un cube.
- c) Un octaèdre régulier a autant de sommets qu'un cube a de faces.

Exercice 6 – Analyse de travaux d'élèves. On s'intéresse à la technique opératoire de l'addition avec trois termes. On considère l'opération $238 + 159 + 374$.

- 1) Dans les productions suivantes, issues de l'évaluation nationale CE2 (qui se passait au mois de septembre), relever les erreurs et formuler des hypothèses quant à leur nature.
- 2) Quelles sont les compétences et/ou connaissances nécessaires à la réussite de cet exercice ?

A	B	C	D
$\begin{array}{r} 1\ 1 \\ 2\ 3\ 8 \\ +\ 1\ 5\ 9 \\ +\ 3\ 7\ 4 \\ \hline 7\ 6\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2\ 6\ 1 \\ 2\ 3\ 8 \\ +\ 1\ 5\ 9 \\ +\ 3\ 7\ 4 \\ \hline 1\ 1\ 2 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1\ 2 \\ 2\ 3\ 8 \\ +\ 1\ 5\ 9 \\ +\ 3\ 7\ 4 \\ \hline 7\ 7\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ 2\ 3\ 8 \\ +\ 1\ 5\ 9 \\ +\ 3\ 7\ 4 \\ \hline 9\ 5\ 1 \end{array}$
E	F	G	H
$\begin{array}{r} 1\ 2 \\ 2\ 3\ 8 \\ +\ 1\ 5\ 9 \\ +\ 3\ 7\ 4 \\ \hline 7\ 8\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1\ 2 \\ 2\ 3\ 8 \\ +\ 1\ 5\ 9 \\ +\ 3\ 7\ 4 \\ \hline 6\ 5\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1\ 2 \\ 2\ 3\ 8 \\ +\ 1\ 5\ 9 \\ +\ 3\ 7\ 4 \\ \hline 7\ 6\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2\ 3\ 8 \\ +\ 1\ 5\ 9 \\ +\ 3\ 7\ 4 \\ \hline 61521 \end{array}$

Partie 3.

Exercice 7 – Pourcentage. Le document en annexe est un extrait du manuel de CM2 de la collection : « Les Mathématiques à la découverte des sciences », Hachette Éducation 2008. Cette page se situe dans le module 10 du livre qui comporte 20 modules.

Sur la partie « Cherchons ensemble ».

- 1) Sur la partie **Cherchons ensemble**. Voici six manières d'exprimer la proportion de diazote dans l'air :

0,78	Soixante-dix-huit pour cent	$\frac{78}{100}$
$\frac{39}{50}$	Soixante-dix-huit litres pour cent litres	$\dots + \frac{21}{100} + \frac{1}{100} = \frac{100}{100}$

Suite à la lecture de la partie **Cherchons ensemble**, quelles sont les expressions que les élèves peuvent reconnaître comme étant équivalentes à 78% ?

- 2) Les auteurs du manuel demandent d'additionner tous les pourcentages. Donner trois égalités que pourraient écrire les élèves.

Sur l'« exercice 1 » du document.

- 3) En quoi la question **a-** n'est-elle pas en adéquation avec la partie « Cherchons ensemble » ?
- 4) a) Quelle question un enseignant pourrait-il poser pour aider un élève qui a su résoudre la question **a-** mais qui n'arrive pas à résoudre la question **b-** ?
- b) Sinon, quelles sont les connaissances mathématiques préalables pour répondre à la question **b-** sans aide extérieure ?

Sur l'« exercice 2 » du document.

- 5) a) La fraction $\frac{3}{10}$ nécessite une connaissance mathématique supplémentaire pour être écrite sous la forme d'un pourcentage. Laquelle ? Est-elle au programme du cycle 3 ?
- b) Mêmes questions avec $\frac{60}{200}$.
- c) Qu'en est-il pour $\frac{45}{100}$ et pour $\frac{60}{1000}$?

Sur l'« exercice 5 et le problème » du document.

- 6) Résoudre l'exercice 5 par deux procédures différentes dont une utilisable par un élève de CM2. Pour chaque procédure, cibler le savoir mathématique sous-jacent.
- 7) En quoi le problème est-il plus difficile à résoudre par un élève que l'exercice 5 ? Donner deux difficultés d'ordre différent.

Sur l'encadré « Retiens bien ».

- 8) À quel exercice cet encadré est-il lié ? Critiquer alors la tâche imposée aux élèves dans cet exercice.

Question sur l'ensemble de la page.

- 9) En conclusion : discuter la pertinence de l'objectif annoncé tout au début : « Concevoir l'équivalence entre un pourcentage et une fraction exprimée en centièmes ».

Objectifs : Concevoir l'équivalence entre un pourcentage et une fraction exprimée en centièmes.

Dans la tête : Diviser un nombre par 10, 100, 1 000 (trouver le quotient et le reste).

Pourcentages (1)

Cherchons ensemble

Jules et Cynthia comparent les informations qu'ils ont trouvées à propos de la composition de l'air. Les valeurs qu'ils ont lues sont équivalentes.

78 % se lit « **soixante-dix-huit pour cent** ».

C'est une autre façon d'exprimer la fraction $\frac{78}{100}$.

a - Lis ce que dit Jules ensuite et exprime la part des autres composants sous la forme d'un pourcentage :

$$\frac{21}{100} = \dots \%$$

$$\frac{1}{100} = \dots \%$$

**b - Quelle somme obtient-on en additionnant tous les pourcentages ?
Écris une égalité.**

J'ai lu que dans l'air qu'on respire, il y a $\frac{78}{100}$ de diazote...

Moi, j'ai lu qu'il y a 78% de diazote...

L'air inspiré contient aussi $\frac{21}{100}$ de dioxygène et $\frac{1}{100}$ de divers autres gaz.
En tout, ça fait $\frac{100}{100}$!



JULES



CYNTHIA

1 Complète les phrases.

a - Sur 100 adultes, 52 sont des femmes et 48 sont des hommes. Il y a ... % de femmes et ... % d'hommes.

b - Fred a 200 billes, 80 rouges et 120 bleues. Il a ... % de billes rouges et ... % de billes bleues.

c - Le voyage en voiture a coûté 50 € : 40 € pour l'essence et 10 € pour le péage. Sur la dépense totale, ... % est dû à l'essence et ... % est dû au péage.

2 Écris chaque fraction sous forme d'un pourcentage.

$$\frac{45}{100}$$

$$\frac{3}{10}$$

$$\frac{60}{200}$$

$$\frac{60}{1\ 000}$$

3 Écris chaque pourcentage sous la forme d'une fraction en centièmes, puis sous forme d'une fraction simplifiée (écrite avec les plus petits nombres possible).

50 %

25 %

20 %

75 %

4 Complète les phrases.

a - Dans une population d'adultes, s'il y a 54 % de femmes, il y a ... % d'hommes.

b - Si j'ai parcouru 65 % d'un trajet, il m'en reste encore ... % à faire.

c - Si j'ai eu 74 % de réussite aux évaluations, j'ai eu ... % d'échec.

5 Le boulanger avait fabriqué 400 pains. Il a vendu 60 % de sa production. Combien de pains a-t-il vendus ?



Retiens bien

Le symbole % indique un pourcentage.

$$25\% = \frac{25}{100}$$

Équivalences à connaître :

$$50\% = \frac{1}{2}$$

$$25\% = \frac{1}{4}$$

$$75\% = \frac{3}{4}$$

Problème

Le pourcentage de dioxyde de carbone dans l'air expiré est égal à 5 %. En soufflant très fort pour gonfler son ballon, Yann a expiré deux litres et demi d'air, soit 250 cL.

Quel volume de dioxyde de carbone a-t-il alors rejeté ?

