**M1**, **CC du semestre 1**, site de BLOIS.
Quelques exercices et items pour une ***épreuve « orale »*** + pistes de correction

*MODALITES.*

- Durée indicative ***d*** de préparation : 1/2 heure ≤ ***d*** ≤ 3/4 d'heure, à la louche !
- Passation : le temps qu'il faudra !

## 1) VRAI ou FAUX, pourquoi ?

(i) La lettre ***n*** désigne un nombre entier naturel. On pose $N = n^2 + n + 2$. *Affirmation* : quelle que soit la valeur de ***n***, le nombre ***N*** est impair.

(ii) Un nombre entier naturel **W** contient ***w*** chiffres, un nombre entier naturel **P** contient ***p*** chiffres. *Affirmation 1* : la somme **W** + **P** contient alors ***w*** + ***p*** chiffres. *Affirmation 2* : le produit $\mathbf{W} \times \mathbf{P}$ contient $w \times p$ chiffres.

(iii) Je suis un quadrilatère (convexe) qui possède uniquement deux angles droits. *Affirmation* : il existe deux « types » de quadrilatère possédant uniquement cette propriété. Lesquels ?

## 2) Calculs d'hiver !

Effectuer, à la main, les deux calculs suivants. Ecrire le résultat sous la forme d'une « fraction », la plus simple possible.

$$\mathbf{A} = \frac{5}{7} + 0{,}25 \text{ et } \mathbf{B} = \frac{7}{8} + \frac{3}{10} - 0{,}125$$

## 3) NUMERATION.

On travaille en base 10. On note **X** = (***mcdu***) un nombre entier naturel composé de quatre chiffres ***m***, ***c***, ***d*** et ***u***.
Le but de l'exercice est de trouver la valeur de **X** sachant que :
(i) **X** > 7000 ; (ii) **X** est multiple de 45 ; (iii) **X** est impair et (iv) ***m*** est le double de ***c***.

## 4) GEOMETRIE.

On se donne un cercle (*C*) de centre **O** et de rayon ***r*** quelconque. **[MN]** est un diamètre, **P** est un point du cercle (distinct de **M** et de **N**) et on appelle **J** le milieu de **[PM]**. Faire éventuellement une figure, à main levée ou aux instruments…

(i) ***VRAI*** ou ***FAUX*** ? ***Pourquoi*** ?

- Les droites **(OJ)** et **(MP)** sont perpendiculaires.
- On a l'égalité : 2 × **OJ** = **NP**.
- Les droites **(MP)** et **(PN)** sont perpendiculaires.
- On a l'égalité : 2 × **OP** = **MN**.

(ii) On donne ***r*** = 5cm et **PM** = 4cm. Après avoir calculé la valeur exacte de **PN**, calculer l'aire du rectangle **(MPN)**.

*PISTES de CORRECTION* : ce ne sont que des « pistes », ce n'est pas un corrigé détaillé comme ceux produits pour les interrogations de ***CC***. Il y a quand même les bonnes réponses, ouf ! *Rappel* : il s'agit d'exercices et d'items posés dans le cadre d'un « oral » !

## ***VRAI*** ou ***FAUX***

1) Affirmation (i) : ***FAUSSE***. Dans ce cas, il suffit d'exhiber un contre-exemple. *Une technique* : on affecte une valeur à $n$ et on calcule alors la valeur de **N**. Soit $n = 0$, d'où $N = 0 + 0 + 2$ : nombre pair.

Prolongement : l'item devient redoutable si on demande de prouver que **N** est en fait « toujours » pair ! Allons-y, il faut produire une preuve, voire une démonstration !
Soit $n$ un nombre entier naturel, de deux choses l'une, il est soit pair, soit impair. On a donc deux cas à étudier.

(i) $n$ est pair : il existe donc un nombre entier $p$ tel que $n = 2p$. D'où $N = (2p)^2 + 2p + 2 = 4p^2 + 2p + 2 = 2 \times (2p^2 + p + 1) = 2 \times$ nombre entier ; ce qui signifie que **N** est pair.

(ii) $n$ est impair : il existe donc un entier $p$ tel que $n = 2p + 1$. D'où $N = (2p + 1)^2 + 2p + 1 + 2$. On développe $(2p + 1)^2 = 4p^2 + 4p + 1$ ; on a alors $N = 4p^2 + 4p + 1 + 2p + 1 + 2 = 4p^2 + 6p + 4 = 2 \times (2p^2 + 3p + 2) = 2 \times$ nombre entier, ce qui signifie que **N** est pair. D'où la propriété ! Ah, oui, sympa **PW**. Attention, il est possible que le jour du CRPE, ce soit le « prolongement » qui soit demandé !

2) Là aussi, un contre-exemple devrait suffire ! Affirmation (ii) : ***FAUSSE*** ! Soit $W = 421$ et $P = 10$. On a $W \times P = 421 \times 10 = 4210$, qui contient donc quatre chiffres, mais $3 \times 2 = 6 \neq 4$ ! Prolongement : et si au lieu de s'intéresser au produit, on s'intéressait à la somme ? Bonne idée, au travail !

3) Question de cours ! Affirmation (iii) : ***VRAIE***. Les deux « types » de tels quadrilatères sont : les ***trapèzes rectangles*** et les ***amandins***. Ah, oui, j'ai failli oublier !

## ***Calculs d'hiver***… Facile, quand même !

On a : $A = \frac{5}{7} + 0{,}25 = \frac{5}{7} + \frac{1}{4} = \frac{20}{28} + \frac{7}{28} = \mathbf{\frac{27}{28}}$ ; $B = \frac{7}{8} + \frac{3}{10} - 0{,}125 = \frac{7}{8} + \frac{3}{10} - \frac{1}{8} = \frac{6}{8} + \frac{3}{10} = \frac{60}{80} + \frac{24}{80} = \mathbf{\frac{84}{80}}$ = à réduire ! Aucun commentaire pour ces calculs triviaux.

## ***NUMERATION*** : assez facile aussi !

Exercice classique et usuel ! Exploration des conditions…

(i) $X > 7000$ : cela signifie que m peut prendre les trois valeurs 7 ou 8 ou 9. Mais sachant que (iv) : $m$ est un double ($m = 2 \times c$), cela oblige donc $m$ à être égal à 8 ; et du coup, $c = 4$. C'est un bon début !

Autres conditions : (ii) **X** est multiple de 45, donc multiple de 9 et de 5. Ce qui veut dire que **X** se termine obligatoirement par 0 ou pas 5. C'est-à-dire : $X = 84d0$ ou $X = 84d5$. De plus, (iii) nous dit que **X** est impair, donc on élimine la solution $84d0$.

On avance : $X = 84d5$. Plusieurs techniques : **X** est multiple de 9, donc on fait la somme des chiffres… ou on attribue les valeurs de 1 à 9 (0 est déjà exclu) à $d$ et on teste…

Solution : $X = 8415$. Vérifier…

## ***GEOMETRIE*** : facile. Figure à réaliser, à main levée (suffisant !)ou aux instruments…

- Les droites **(OJ)** et **(MP)** sont perpendiculaires : ***VRAI***. Car **(OJ)** // **(PN)** (droite des milieux…)…
- $2 \times OJ = NP$ : ***VRAI***. Conséquence droite des milieux…
- Les droites **(MP)** et **(PN)** sont perpendiculaires : ***VRAI***. Configuration du triangle inscrit dans un cercle dont un côté est un diamètre…
- $2 \times OP = MN$ : ***VRAI***. $OM = OP = ON$ : rayons du cercle…

Bon, un « petit coup » de Pythagore pour calculer l'aire du triangle **(MPN)**. … On a (*préciser les conditions*) : $MN^2 = MP^2 + PN^2$, c'est-à-dire : $100 - 16 = 84 = PN^2$.

D'où : aire **(MPN)** $= \frac{4 \times \sqrt{84}}{2} = \mathbf{2 \times \sqrt{84}\,(cm^2)}$.

***Et voilà. TOUT M1 doit savoir répondre « sans faute » à l'ensemble de ces items !***