FDEG FACULTÉ DE DROIT ÉCONOMIE & GESTION UNIVERSITÉ D'ORLÉANS

Licence EG - Semestre 3 - 2024-2025
Mathématiques appliquées à l'économie I
Calcul intégral (exercices) (2/2)

Exercice 1 :
Etudier la convergence des intégrales suivantes. Calculer, lorsque c'est possible, leur valeur.

$A = \int_1^{+\infty} \frac{1}{t^4}\,dt$ $\quad B = \int_{-\infty}^{2} \frac{x^5}{1+x^6}\,dx$ $\quad C = \int_0^1 \frac{1}{t^4}\,dt$

$E = \int_0^1 \frac{1}{t}\,dt$ $\quad F = \int_1^{+\infty} \frac{1}{t}\,dt$ $\quad G = \int_0^{+\infty} \frac{4}{3t+2}\,dt$

$I = \int_{e^2}^{+\infty} \frac{1}{t(\ln(t))^5}\,dt$ $\quad K = \int_{-\infty}^{0} t e^{-\frac{t^2}{2}}\,dt$ $\quad L = \int_{-\infty}^{-1} \frac{3}{4+5x}\,dx$

$M = \int_{3/2}^{5} \frac{5}{(2x-3)^4}\,dx$ $\quad N = \int_1^{+\infty} \frac{16}{(8t-7)^5}\,dt$ $\quad O = \int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{t}}\,dt$ $\quad P = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{t}}\,dt$

$Q = \int_8^{+\infty} \frac{1}{t\,(\sqrt[3]{t})^4}\,dt$ $\quad R = \int_0^1 \frac{1}{t\,(\sqrt[3]{t})^4}\,dt$ $\quad S = \int_0^1 \ln x\,dx$

Exercice 2 : Soient $F(x) = \frac{5x+2}{(4x^2+1)^2}$ et $f(x) = \frac{-60x^2-32x+5}{(4x^2+1)^3}$ deux fonctions définies sur IR.

1) Montrer que F est une primitive de f sur IR.

2) L'intégrale généralisée $I = \int_0^{+\infty} f(x)dx$ est-elle convergente ? Si oui, quelle est sa valeur ?

Exercice 3 : Trouver b > 0 tel que $\int_0^{+\infty} te^{-bt}dt = 16$ (faire une IPP)

Exercice 4 : Soit f la fonction définie sur $\left]\frac{5}{3};+\infty\right[$ par : $f(x) = \frac{80}{3x^2+10x-25}$.

1) Déterminer deux réels a et b tels que : pour tout $x \in \left]\frac{5}{3};+\infty\right[$ $\quad f(x) = \frac{a}{3x-5} + \frac{b}{x+5}$.

2) Les intégrales généralisées $E = \int_5^{+\infty} f(x)dx$ et $F = \int_{5/3}^{3} f(x)dx$ sont–elles convergentes ?

Si oui, que valent–elles ?

Exercice 5 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ par : $f(x) = \dfrac{-150x^2+54}{(2x+5)(10x^3+9)}$.

1) Déterminer deux constantes réelles a et b tels que : pour tout $x \in \mathbb{R}^+$ $f(x) = \dfrac{a}{2x+5} + \dfrac{bx^2+c}{10x^3+9}$.

2) En déduire une primitive de f sur $\mathbb{R}^+$.

3) L'intégrale généralisée $A = \int_1^{+\infty} f(x)dx$ est–elle convergente ? Si oui, quelle est sa valeur ?

Exercice 6 : On considère la fonction f : sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \begin{cases} -\dfrac{25}{x^3} & \text{si } x \leq -2 \\ -1 & \text{si } -2 \leq x \leq 1 \\ 2e^{1-x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$

On admet que f est une fonction continue par morceaux sur $\mathbb{R}$.

1) L'intégrale généralisée $\int_{-\infty}^{-2} f(x)\,dx$ est–elle convergente ? Si oui, quelle est sa valeur ?

2) L'intégrale généralisée $\int_{1}^{+\infty} f(x)\,dx$ est–elle convergente ? Si oui, quelle est sa valeur ?

3) L'intégrale généralisée $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx$ est–elle convergente ? Si oui, quelle est sa valeur ?

Exercice 7 : Soit la fonction définie sur IR par : $\begin{cases} f(t) = 5e^{-5t} & \text{si } t \geq 0 \\ f(t) = 0 & \text{si } t < 0 \end{cases}$.

Etudier la fonction définie sur IR par $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt$.