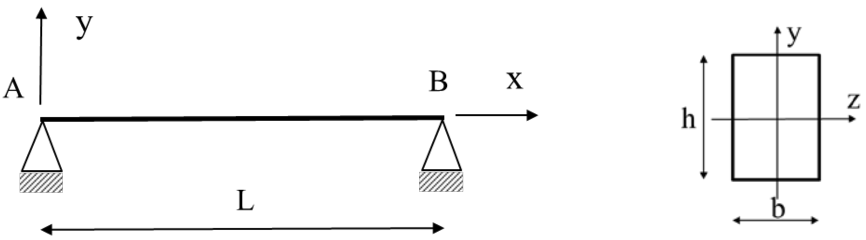
Vibrations

Partie I – Poutre

Soit une poutre droite de longueur L = 1 m, de section rectangulaire de hauteur h = 1 cm et de largeur b = 2 cm, constituée d'un matériau de module d'Young E = 210 GPa et de masse volumique ρ = 7800 kg/m3. Elle repose sur un appui simple fixe en A et en B.



1) Déterminer les 10 premières fréquences propres de cette poutre, ainsi que les modes propres associés. Comparer avec les valeurs théoriques (pulsations propres) :

$$\omega_k = \frac{k^2\pi^2}{L^2}\sqrt{\frac{EI_{Gz}}{\rho S}}$$

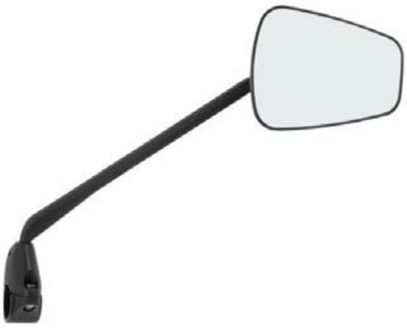
2) On applique un effort $F = A\sin(\omega t)$ (avec A = 1N) au centre de la poutre, dans la direction y. Tracer l'évolution du déplacement vertical du milieu de la poutre en fonction du temps pour 3 valeurs de la pulsation : 100 rad/s, 147,83 rad/s et 200 rad/s.
3) On considère maintenant l'amortissement de la poutre de type Rayleigh (la matrice d'amortissement C est une fonction linéaire de la matrice de masse M et de la matrice de rigidité K : $C = \alpha M+\beta K$). On prendra α=10 et β=0. Tracer l'évolution du déplacement vertical du milieu de la poutre en fonction du temps pour une pulsation de 147,83 rad/s. Comparer avec la courbe de la question précédente.
4) Faire une analyse modale entre 0 et 2000 Hz. Tracer l'évolution du déplacement vertical maximum du milieu de la poutre en fonction de la fréquence. Pourquoi ne voit-on pas de pics pour les modes pairs ?
5) On applique une impulsion d'1N d'une durée de 0,01s dans la direction y au milieu de la poutre. Tracer l'évolution du déplacement vertical du milieu de la poutre en fonction du temps.

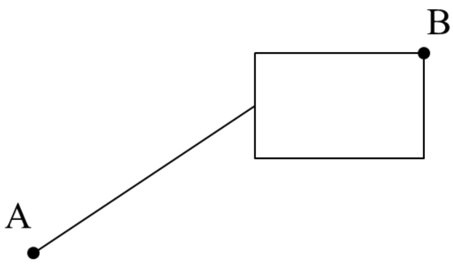
Partie II – Tambour

On étudie les vibrations d’une toile de tambour tendue.

Cette toile est circulaire (diamètre 20 cm, épaisseur 0,5 mm), et est considérée comme encastrée sur son bord. Son module d’Young est de 1 GPa, son coefficient de Poisson 0,2 et sa masse volumique 800 kg/m^3.
Déterminer les 10 premières fréquences propres et leurs modes propres associés.

Partie III – Rétroviseur de vélo





Un rétroviseur de vélo est composé d’une tige et du rétroviseur en lui-même. La tige, d’une longueur de 30 cm, est constituée d’un tube de diamètre extérieur 1 cm et de diamètre intérieur 6 mm. Elle est inclinée d’un angle de 30° par rapport à l’horizontale. Le rétroviseur est modélisé par une plaque rectangulaire (longueur 15 cm, hauteur 10 cm) d’épaisseur 1 cm. La tige et le rétroviseur sont constitués de PVC (E=2500MPa, ν=0,37, ρ=1400kg/m^3) (le miroir n’est pas modélisé dans cette approche). La tige est considérée comme encastrée sur le guidon du vélo (point A).

1) Déterminer les 10 premières fréquences propres et leurs modes associés.
2) Les irrégularités de la route provoquent un déplacement vertical du vélo (et donc du guidon) de la forme u = Usin(ωt) avec U = 1cm et ω la première pulsation propre. Tracer l’évolution du déplacement du point B en fonction du temps. Proposer une solution pour réduire ce déplacement.