DDF de Mathématiques

Corrigé du contrôle Terminal

UE44 EC1 Session 1 Mai 2013

Exercice 1 – 1 point par question.

a) Donner deux fonctions de l'instrument compas.
- Construire des cercles
- Reporter des longueurs
- Vérifier la propriété : égalité des longueurs.

C'est pour ces raisons que le compas est utilisé pour tracer des droites parallèles ou perpendiculaires ou pour trouver le milieu d'un segment.

b) Donner deux procédures permettant de comparer deux quantités à la maternelle.

1. La **perception immédiate** (subitizing ou estimation) permet lorsque les objets des collections sont similaires et les quantités nettement différentes, de comparer les cardinaux des deux collections, le subitizing permettant de comparer des collections de moins de cinq objets. La perception peut aussi reposer sur la reconnaissance de constellations du dé si les objets sont disposés ainsi.
2. La **correspondance terme à terme.** Si les cardinaux sont trop proches ou supérieurs à cinq, permet la comparaison. Attention toutefois, les élèves peuvent avoir des difficultés à faire certains appariements. Par exemple, ils associeront bien plus facilement 4 boutons aux 4 points d'une constellation que 4 camions à ces mêmes points. Si les collections sont importantes, on peut procéder à une correspondance paquet par paquet avec des paquets égaux dans chacune des deux collections.
3. Si la disposition, l'éloignement et la quantité des objets ne permettent plus les procédures précédentes, alors le **dénombrement** devient nécessaire. Les nombres sont alors utilisés pour comparer les cardinaux. Cette comparaison peut se faire en utilisant la suite numérique (plus le nombre est loin dans la suite plus il est grand) et en élémentaire, en ayant recours à **l'écriture chiffrée des nombres**, comparaison basée sur les connaissances en numération (23 c'est plus que 17 car 2 dizaines c'est plus qu'une seule).

c) Donner deux procédures permettant à un élève de cycle des approfondissements de vérifier que deux angles sont égaux.
- Comparaison directe par superposition.
- Utilisation d'un intermédiaire papier calque ou gabarit d'angle.

d) Donner trois procédures pour calculer mentalement 18×25.

(i) $20 \times 25 - 2 \times 25 = 500 - 50$

(ii) $16 \times 25 + 2 \times 25 = 4 \times 4 \times 25 + 50 = 4 \times 100 + 50$

(iii) $9 \times (2 \times 25)$

(iv) $18/4 \times 100 = 4,5 \times 100$

(v) $2 \times 5 \times 5 \times 9 = 10 \times 45$

e) Comment un élève du cycle des approfondissements peut-il reconnaître un cercle parmi des figures différentes ? Donner deux procédures s'appuyant sur des conceptions différentes du cercle.
- En début de cycle 3, on pourra considérer le cercle comme une figure « ronde partout pareille » basée ainsi sur la perception visuelle.
- Au cours du cycle 3, on vise une évolution vers l'utilisation du compas pour vérifier que la figure est un cercle ainsi basée sur le fait qu'un cercle est l'ensemble des points à égale distance d'un point fixé.

f) Donner trois fonctions du nombre rencontrées par les élèves dès la maternelle à travers la résolution de problèmes. On peut retenir trois grandes classes de problèmes dans lesquelles le nombre a des fonctions différentes :
- Les problèmes dans lesquels les nombres sont utilisés comme **mémoire d'une quantité ou mémoire d'une position** sur une piste graduée.
- Les problèmes de **comparaison** de collections ou de positions.
- Les problèmes d'**anticipation du résultat d'une action** (regroupement de collections, augmentation ou diminution de quantités, partage ou distribution de collections, déplacements sur une piste ...) qui seront résolus plus tard par le calcul.

g) Justifier pourquoi l'utilisation exclusive des lignes du papier quadrillé pour tracer des droites parallèles ou perpendiculaires n'est pas suffisante à l'école élémentaire.

On peut utiliser le papier quadrillé pour faire certains tracés de droites parallèles et perpendiculaires en comptant les carreaux, en utilisant les nœuds du quadrillage ou parce que l'angle droit est fourni par le support. Néanmoins, il est nécessaire de faire réaliser des tracés sur papier uni car souvent les élèves ne reconnaissent les droites parallèles et perpendiculaires que dans les cas où les droites sont parallèles aux bords de la feuille ou en position « horizontale » ou « verticale ».

h) L'égalité $732 = 72 \times 10 + 12$ traduit-elle une division euclidienne ? Justifier.

C'est la division euclidienne de 732 par 72 car $0 \leqslant 12 < 72$.

i) Voici une règle permettant de comparer deux nombres décimaux ayant même partie entière et n'ayant pas le même nombre de chiffres : « ... il suffit d'ajouter des zéros à la droite d'un des deux nombres afin de ramener les deux parties décimales au même nombre de chiffres. On compare ensuite les nombres formés par les parties décimales ». Donner un point fort et un point faible relatif à l'enseignement de cette règle.

Avantage : la règle fonctionne toujours Inconvénients :

- Elle conforte les élèves dans le fait de considérer les nombres décimaux comme la juxtaposition de deux entiers.
- Elle ne permet pas de donner du sens aux chiffres de la partie décimale : les élèves ne pourront réussir avec une telle règle les exercices d'intercalation ni les exercices de comptage de 0,1 en 0,1 ou de 0,01 en 0,01 etc. ... qui ne peuvent être réussis que si l'on a compris la signification de chacun des chiffres de la partie décimale.

j) Au problème : « Dans un autocar, il y a 45 passagers, parmi ces passagers 32 sont des adultes. Combien y a-t-il d'enfants ? », un élève répond en faisant le calcul suivant 32 + 8 = 40 + 5 = 45 puis 8 + 5 = 13. Cette réponse est-elle correcte ? Analyser la réponse de l'élève.

Si l'écriture mathématique est incorrecte, elle traduit cependant un calcul réfléchi, traduction d'un raisonnement qui mène à la solution. L'écriture mathématique est incorrecte car le signe égal doit séparer deux signifiants d'une même quantité or $32 + 8 \neq 40 + 5$! Néanmoins l'élève pratique le calcul réfléchi pour résoudre l'addition à trou $32+? = 45$ en s'appuyant sur le passage à la dizaine supérieure, 8 pour aller de 32 à 40 puis encore 5 pour aller de 40 à 45. L'élève a donc compris le sens du problème et a su trouver le nombre d'enfants. Ayant validé la pertinence du raisonnement et l'exactitude du résultat, on peut cependant attirer l'attention des élèves sur le fait que certains pourraient déduire de cette écriture que $32 + 8 = 45$. Et qu'il est donc préférable d'écrire la suite de calculs, par exemple sous la forme $32 + 8 = 40, 40 + 5 = 45$.

Exercice 2 – 10 points.

Partie I – 6 points

1) Donner deux grandeurs géométriques possibles pour les comparer.

On peut comparer les surfaces en fonction de leur aire ou de leur périmètre.

2) Jean place la pièce C sur la pièce B et affirme : « le triangle est plus petit que le rectangle ».

a) Quelle est la grandeur qu'il a utilisée ?

Il utilise l'aire.

b) Quel rangement obtiendra-t-il ?

$C < A < B$

3) Paul fait « rouler » les trois pièces sur le bord d'une feuille, en marquant d'un trait « le début » et « la fin ».

a) Quelle est la grandeur qu'il met en évidence ?

Le périmètre

b) Quel rangement obtiendra-t-il ?

$C < A < B$

4) On souhaite que Jean et Paul obtiennent deux rangements différents. Proposer un autre triangle rectangle de sorte que Paul obtienne dans l'ordre croissant : carré, triangle et rectangle sans modifier le rangement de Jean. Donner les dimensions obtenues pour le triangle.

Indications sur les dimensions des pièces au départ : carré : 3cm, rectangle : 3,5cm et 6cm et petit côté du triangle isocèle rectangle : 3cm.

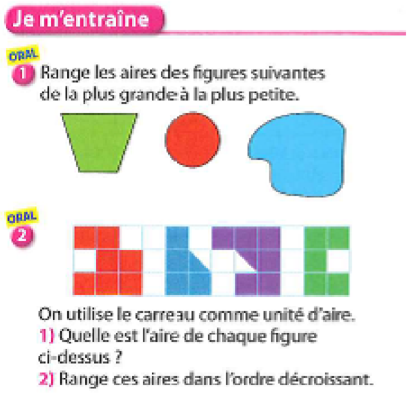
Si on garde pour le triangle, une forme de triangle rectangle isocèle (de côté ℓ). On doit avoir $12 \geqslant (2+\sqrt{2})\ell$ et $9 \geqslant \ell^2/2$ c'est-à-dire $12/(2+\sqrt{2}) \leqslant \ell \leqslant 3\sqrt{2}$ ce qui est bien possible car $12/(2+\sqrt{2}) \leqslant 3\sqrt{2}$ (en effet, cette inégalité est équivalente à $4 \leqslant 2\sqrt{2}+2$ ou encore car $12/(2+\sqrt{2}) \simeq 3,51$ et $3\sqrt{2} = 4,24$)

5) Donner un objectif possible d'une séance mettant en oeuvre les tâches décrites aux questions 2 et 3 ? Préciser le niveau de classe.

L'objectif de la séance pourrait être un travail sur la différence entre aire et périmètre en CM1 (c'est le niveau de classe auquel l'aire est introduit).

Partie II – 4 points

1) Pour le document reproduit ci-dessous, exercice « Je m'entraîne ».



a) Donner la procédure attendue pour chacun des deux exercices.

Pour l'exercice 1, on envisage une procédure par superposition. Pour l'exercice 2, un comptage des carreaux.

b) Quel concept mathématique est en jeu dans l'exercice 2 et pas dans l'exercice 1 ?

Le concept de mesure des aires.

2) La procédure réellement pratiquée par les élèves dans l'exercice 1 est-elle la même que celle décrite par la méthode de la deuxième partie du « Je retiens », page 122 ?

Non, pour l'exercice 1, la procédure attendue par la méthode de la deuxième partie du « Je retiens », page 122 est basée sur le découpage et la superposition effective alors qu'ici, il s'agit d'un déplacement mental de la forme.

3) Cette même méthode propose comme exemple de comparer les aires d'un carré et d'un disque. Discuter la portée de cette technique.

L'exemple proposé sur la fiche fonctionne correctement car le disque ne dépasse pas du carré. Si le disque dépassait sur les côtés mais ne recouvrait pas les sommets du carré, il faudrait alors effectuer un découpage du disque qui ne serait pas si évident à faire.