



DDF de MATHÉMATIQUES
Mai 2012

Contrôle Terminal
UE de M2



Ce « sujet » est composé de deux parties. Il comporte quatre pages et doit être traité en deux heures. Il sera tenu compte de la qualité des raisonnements produits tout autant que du soin apporté à la rédaction des réponses, sans oublier l'orthographe. Il est rappelé que tout résultat produit devra être justifié.

L'utilisation du matériel dit « usuel » de géométrie plane (*compas, règle graduée, équerre, rapporteur, gabarits divers, ...*) et des calculatrices dites de "poche", y compris les programmables, alphanumériques ou à écran graphique est autorisée. (*Il est rappelé que ces calculatrices doivent être autonomes, sans possibilité d'usage d'une imprimante*).

Première partie : « Questions de Cours »

Répondre aux sept questions suivantes en quelques lignes en argumentant et en étayant les arguments d'exemples, si besoin.

1. Qu'est-ce qu'**énumérer** ? Illustrer par un exemple.
2. Quelles « différences » y a-t-il entre **dénombrement**, **comptage** et **calcul** ? On pourra s'appuyer sur des exemples précis.
3. Donner un argument qui montre que la connaissance par un professeur des écoles de la **typologie des problèmes additifs** de Gérard VERGNAUD est une aide pour son enseignement.
4. On veut calculer le produit $\mathbf{W} = 25 \times 12$. Donner quatre procédures, donnant la valeur de \mathbf{W} et relevant du **calcul mental réfléchi**, en écrivant la suite des égalités qui traduit chaque procédure.
5. Comment **partager** un segment de longueur quelconque, dessiné sur une feuille unie en **cinq** parties égales ? Donner deux procédures différentes, en précisant pour chacune d'elles le matériel de construction géométrique utilisé.
6. Soit la « **fraction** » $\frac{7}{4}$. Est-ce une « **fraction décimale** » ? Justifier.
7. On se place dans le cadre géométrique ; les verbes « **construire** » et « **reproduire** » décrivent des types de tâches spécifiques. En s'appuyant sur des exemples, quelles « différences » peut-on faire entre ces deux types de tâches ?

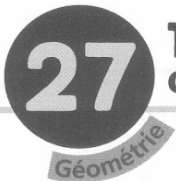
Deuxième partie : étude de documents

1. Tracer un segment **[AB]** de longueur 8cm.
 - a) Construire un point **C** tel que l'aire du triangle **ABC** soit égale à 20cm². Justifier succinctement la construction.
 - b) Construire un point **D**, distinct de **C**, tel que le triangle **ABD** soit isocèle et d'aire 20cm².
 - c) Construire un point **E** tel que le triangle **ABE** soit rectangle, d'hypoténuse **[AB]** et d'aire 20cm².

Bandeau de présentation des programmes, extraits. (...) La résolution de problèmes joue un rôle essentiel dans l'activité mathématique. Elle est présente dans tous les domaines et s'exerce à tous les stades des apprentissages.

Extrait du BO du 19 Juin 2008. GEOMETRIE, classe de CM2	Extrait du BO du 19 Juin 2008. GEOMETRIE et GRANDEURS, classe de CM2
(...) Dans le plan : - Utiliser les instruments pour vérifier le parallélisme de deux droites (règle et équerre) et pour tracer des droites parallèles. - Vérifier la nature d'une figure en ayant recours aux instruments. - Construire une hauteur d'un triangle. - Reproduire un triangle à l'aide d'instruments. (...)	(...) Aires : - Calculer l'aire d'un carré, d'un rectangle, d'un triangle en utilisant la formule appropriée. - Connaître et utiliser les unités d'aire usuelles (cm ² , m ² et km ²). (...)

2. Etude de la partie « découverte » du manuel « **Le Petit Phare CM2** », Hachette, 2010. La leçon étudiée est la leçon 27 de ce manuel qui en comporte 75. (Photocopie ci-dessous de l'exercice de découverte, partie A, page 66).



27 TRIANGLES (4)

Construire une hauteur d'un triangle

Calcul mental

$3 \times 3,2 = ?$

$2 \times 7,3 = ?$

$4 \times 1,21 = ?$

...

Je découvre comment tracer une hauteur d'un triangle

Partie A

- 1• Trace un triangle ABC tel que $AB = 7$ cm, $BC = 6$ cm et $AC = 8$ cm.
- 2• Trace la droite (d) perpendiculaire à la droite (BC) et passant par le point A.
Pour le triangle ABC, la droite (d) s'appelle « la **hauteur issue du point A** ».
- 3• Trace la droite (d₁) perpendiculaire à la droite (AB) et passant par le point C.
À quoi correspond la droite (d₁) pour le triangle ABC ?
- 4• Pour le triangle ABC, trace la hauteur issue du point B.

a) Quel est l'objectif visé par l'activité : « Je découvre comment ... » ? Donner deux pré-requis nécessaires pour exécuter les tâches demandées.

b) Que peut-on proposer à des élèves qui ont des difficultés à réaliser la construction demandée de l'item 1 ? Cette tâche de construction est-elle appropriée dans cette activité ? Justifier.

c) Suite à cette activité, proposer une définition d'une hauteur qu'un maître peut donner à ses élèves.


3. Etude du problème 9, page 67.

(Photocopie ci-contre)

Résoudre ce problème.

9 PROBLÈME 1) Trace un carré ABCD de côté 8 cm.
2) Appelle H le point d'intersection de ses diagonales. Vérifie qu'elles se coupent en formant un angle droit.
3) En utilisant les points de la figure, nomme tous les triangles qui ont pour hauteur la droite (AC).

J'ai trouvé
6 triangles.



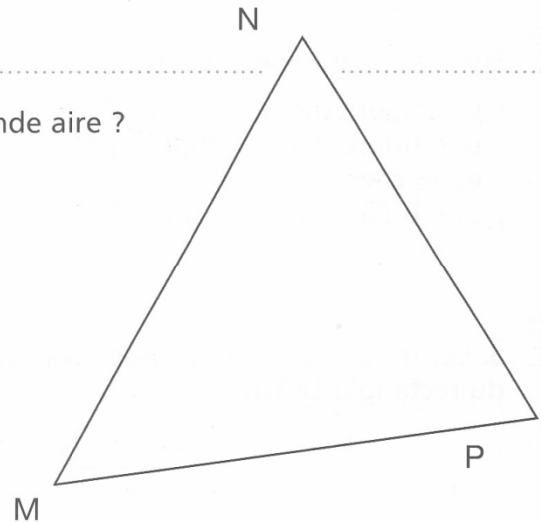
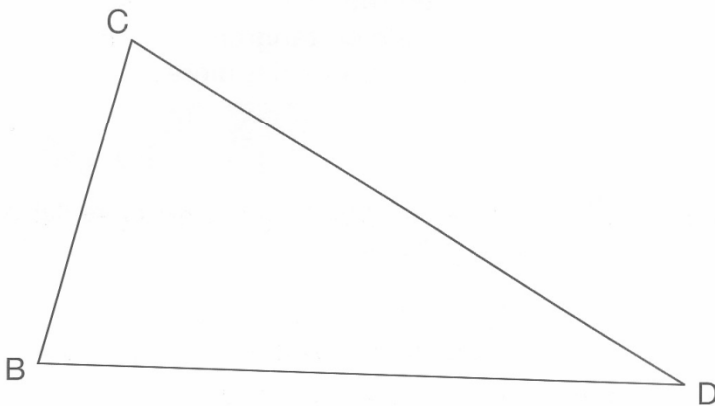
4. Etude de la partie « découverte » du manuel « **Euro Math CM2** », Hatier, 2009. La leçon étudiée est la leçon 42 du manuel qui en comporte 82. (Période 3 sur 5).

Mesure des aires : hauteur du triangle, aire du triangle

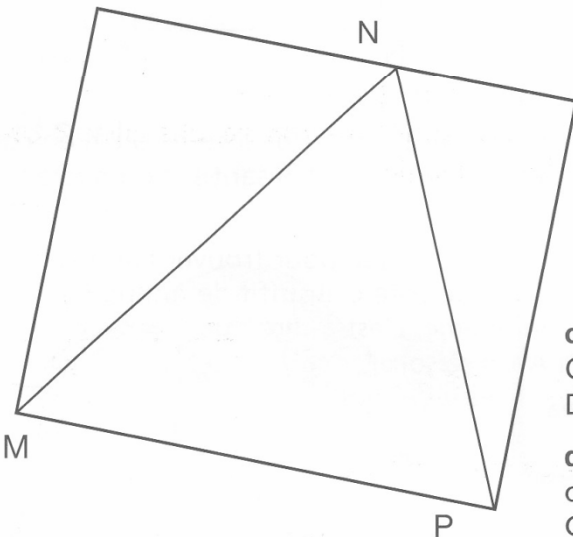
Objectif : découvrir une hauteur comme segment utile au calcul de l'aire du triangle.

➔ DÉCOUVERTE

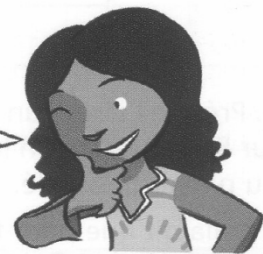
1 a. À vue d'œil, quel est le triangle qui a la plus grande aire ?



b. Pour savoir quel est le triangle qui a la plus grande aire, Qwang découpe les deux triangles, les superpose et en déduit que l'aire du triangle BCD est un peu plus grande que celle du triangle MNP.



On n'est pas sûr.
Je vais essayer
autrement.



c. Leila construit un rectangle comme celui ci-contre. Quelle est l'aire de ce rectangle ?

Déduis-en l'aire du triangle MNP en cm^2 .

d. Reproduis le triangle BCD puis, comme Leila, construis le rectangle dont une longueur est BD.

Calcule l'aire du triangle BCD. Qwang avait-il raison ?

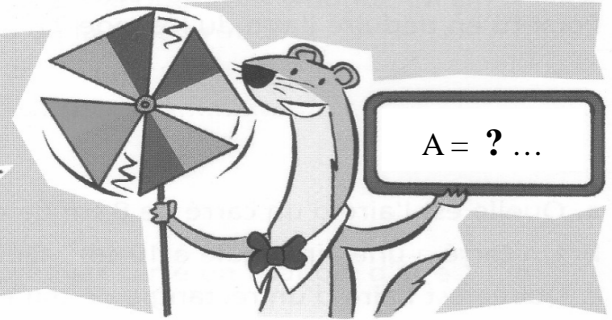
a) On s'intéresse à l'item 1. c. Quelles sont les connaissances nécessaires à Leila pour déterminer l'aire du rectangle ? Quelle information supplémentaire doit donner le maître pour que Leila en déduise l'aire du triangle **MNP** ? Une fois cette information donnée, comment justifier de façon expérimentale que l'aire du triangle est la moitié de celle du rectangle ?

b) Répondre aux « questions » de l'item 1.d.

c) On est maintenant en mesure de savoir lequel des deux triangles possède l'aire la plus grande : de quel triangle s'agit-il ?

2 Vérifie ce que dit le furet pour le triangle MNP, puis pour le triangle BCD.

Dans le triangle, on appelle hauteur (h) chaque segment issu d'un sommet et perpendiculaire au côté opposé (b). Pour calculer l'aire A d'un triangle, on peut utiliser cette formule.

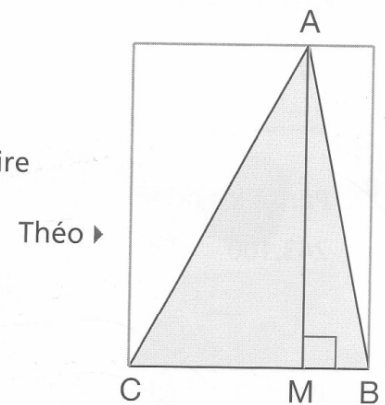
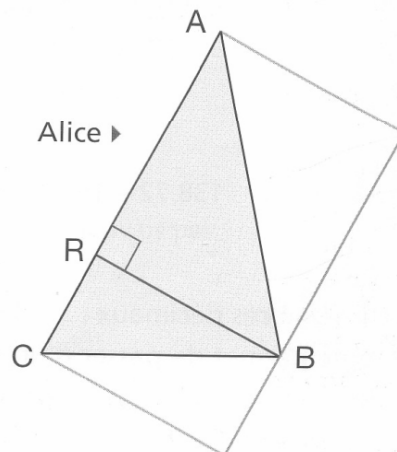
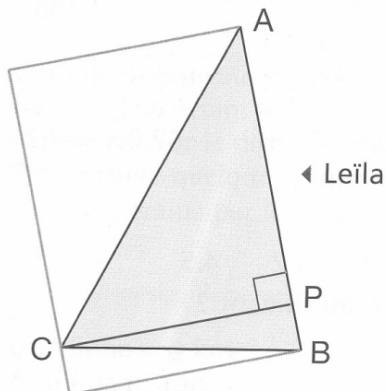


d) Le furet a « oublié » de marquer sa formule dans son cadre. Quelle est cette formule ? Proposer alors une définition de la hauteur contextualisée à l'activité.

e) On s'intéresse à l'exercice 4, qui suit la fiche d'activités (Voir photocopie ci-dessous). À quelle conclusion peut-on arriver après avoir résolu cet exercice ?

4 Pour calculer l'aire du triangle ABC...

- Théo a mesuré le côté [BC] puis la hauteur [AM]. Que doit-il faire ensuite pour calculer l'aire du triangle ABC ?
- Leïla et Alice n'ont pas tracé la même hauteur. Prévois le calcul que chacune d'elles va effectuer pour trouver l'aire du triangle ABC.



5. Conclusion.

Dans les deux manuels, les activités constituent deux moments de première rencontre avec la « hauteur ». Comparer alors les démarches choisies du point de vue de la mise en activité des élèves et de la construction du « sens » du mot « hauteur » dans un triangle.