



DDF de MATHÉMATIQUES
Seconde Session M2, Juin 2012

Contrôle Terminal, UE de M2 du
master MEEFA



Ce « sujet » est composé de deux parties. Il comporte quatre pages et doit être traité en deux heures.

Il sera tenu compte de la qualité des raisonnements produits tout autant que du soin apporté à la rédaction des réponses, sans oublier l'orthographe. Il est rappelé que tout résultat produit devra être justifié.

L'utilisation du matériel dit « usuel » de géométrie plane (*compas, règle graduée, équerre, rapporteur, gabarits divers, ...*) et des calculatrices dites de "poche", y compris les programmables, alphanumériques ou à écran graphique est autorisée. (*Il est rappelé que ces calculatrices doivent être autonomes, sans possibilité d'usage d'une imprimante*). Le bulletin officiel n'est pas autorisé.

EXERCICE 1

Répondre succinctement aux sept items suivants en argumentant les réponses.

1. Donner deux caractéristiques de la numération décimale chiffrée pour les nombres entiers ?
2. Donner une définition des trois verbes : **classer**, **trier** et **ranger**, en proposant des exemples de tâches de classement, de tri et de rangement.
3. On veut calculer la différence $d = 53 - 27$. Donner trois procédures de calcul de d , relevant du *calcul mental réfléchi*, en écrivant la suite des égalités traduisant chaque procédure.
4. Si un polygone P a un périmètre plus grand que le périmètre d'un autre polygone Q , alors P a aussi une aire plus grande que Q . Vrai ou Faux ? Justifier.
5. Que signifie l'expression : « **faire** » **une division euclidienne** ? Donner un exemple. A quels types de problèmes scolaires usuels répond cette opération ?
6. Donner deux techniques instrumentées dont dispose un élève de cycle III pour vérifier que deux droites sont **parallèles**.
7. A partir du cycle II, les élèves sont familiarisés avec la manipulation de la **règle**, graduée ou non. Citer les trois principales fonctions de cet instrument.

EXERCICE 2

1. A quel(s) niveau(x) de classe, les élèves rencontrent-ils la technique opératoire « usuelle » de la multiplication ? Justifier cette technique, à partir d'un exemple.
2. Voici page suivante, six multiplications « posées » par des élèves de cycle III. Elles sont toutes incorrectes ou fausses.
On s'intéresse aux opérations **b)**, **d)** et **e)**. Relever les erreurs commises. Pour chacune d'elles, formuler une hypothèse sur l'origine de ces erreurs.

Remarque. Les retenues et autres écritures liées aux différents calculs figurent telles quelles dans la recopie des opérations sur le document présenté.

a)

$$\begin{array}{r}
 4 \ 5 \ 9 \\
 x 3 \ 7 3 \ 3 \\
 \hline
 1 \\
 3 \ 1 \ 8 \ 6 2 \ 1 \\
 \hline
 1 \ 3 \ 7 \ 7 \ 0 \\
 \hline
 1 \ 6 \ 9 \ 5 \ 6
 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r}
 4 \ 5 \ 9 \\
 x 3 \ 7 6 \ 4 \\
 \hline
 1 \\
 3 \ 2 \ 1 \ 3 2 \ 1 \\
 \hline
 1 \ 3 \ 7 \ 7 \\
 \hline
 4 \ 5 \ 9 \ 0
 \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{r}
 4 \ 5 \ 9 \\
 x 3 \ 7 1 \ 1 \\
 \hline
 1 \ 1 \\
 2 \ 8 \ 6 \ 2 2 \ 3 \\
 \hline
 6 \ 6 \ 7 \ 8 \ 0 \\
 \hline
 1 \ 9 \ 6 \ 4 \ 2
 \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{r}
 4 \ 5 \ 9 \\
 x 3 \ 7 6 \ 4 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 0 2 \ 1 \\
 3 \ 2 \ 1 \ 3 \ 0 \\
 \hline
 1 \ 3 \ 7 \ 7 \ 0 \ 0 \\
 \hline
 1 \ 6 \ 9 \ 8 \ 3 \ 0
 \end{array}$$

e)

$$\begin{array}{r}
 2 \ 5 \ 6 \\
 x 3 \ 4 \\
 \hline
 1 \ 1 \\
 2 \ 4 \\
 2 \ 0 \ 0 \\
 1 \ 8 \\
 \hline
 7 \ 5 \\
 \hline
 3 \ 1 \ 7
 \end{array}$$

f)

$$\begin{array}{r}
 2 \ 5 \ 6 \\
 x 3 \ 4 2 \\
 \hline
 1 \\
 1 \ 0 \ 0 \ 2 \ 4 1 \ 1 \\
 \hline
 6 \ 1 \ 6 \ 8 \ 0 \\
 \hline
 7 \ 1 \ 7 \ 0 \ 4
 \end{array}$$

Devant toutes ces erreurs dans la non-maîtrise par les élèves de l'algorithme « usuel » de la multiplication posée, un enseignant choisit d'expérimenter trois autres techniques opératoires de la multiplication.

3. La première technique expérimentée est la multiplication dite « à la Russe », qui prend ses racines dans la multiplication dite égyptienne. **Extrait 1.**

On s'intéresse au produit $P = 35 \times 47$.

L'idée consiste à diviser par deux les nombres de la colonne de gauche et de multiplier par deux les nombres de la colonne de droite jusqu'à « tomber » sur 1 dans la colonne de gauche. Une difficulté surgit lorsqu'un nombre impair apparaît dans la colonne de gauche. Dans ce cas, on écrit et on « garde » le quotient entier de la division euclidienne par 2.

35	47
17	94
8	188
4	376
2	752
1	1504
$35 \times 47 = 1645$	

L'exemple ci-contre illustre la technique.

Pour obtenir la valeur du produit, on ajoute alors les nombres non rayés de la colonne de droite. Oui, mais, comment « rayer » ? On raye dans la colonne de gauche tous les nombres pairs puis leurs « correspondants » dans la colonne de droite (*et on conserve les nombres non rayés !*).

- a) Utiliser cette technique pour calculer la valeur du produit suivant : 459×37 .
- b) Donner deux propriétés mathématiques qui justifient cette technique.
- c) Donner deux pré-requis nécessaires pour mobiliser cette technique.
- d) Donner un « point fort » et un « point faible » de la technique « russe ».

4. Deuxième technique : la technique de Leïla (*Source* : manuel de la collection Euro Math).

Extrait 2.

a) Utiliser cette technique pour calculer la valeur du produit : 459×37 .

b) Donner alors deux propriétés mathématiques qui justifient cette technique.

c) Donner deux pré-requis nécessaires pour mobiliser cette technique.


d) Donner un « point fort » et un « point faible » de la technique de Leïla.

e) On veut utiliser la technique de Leïla pour « revisiter » la technique usuelle. Comment passer de l'une à l'autre ? En quoi la technique de Leïla peut-elle redonner du sens à la technique usuelle ?

• Leïla

Moi, je préfère écrire la multiplication en colonne, pas à pas.

256	
× 34	
...	← 4 × 6
...	← 4 × ...
...	← 4 × ...
...	← 30 × 6
...	← 30 × ...
...	← 30 × ...
...	← 256 × 34



5. Etude d'une troisième technique : la multiplication dite « per Gelosia ».

Remarque : si une case d'un tel tableau est « vide », cela signifie que le chiffre qui devrait y figurer est le « 0 ».

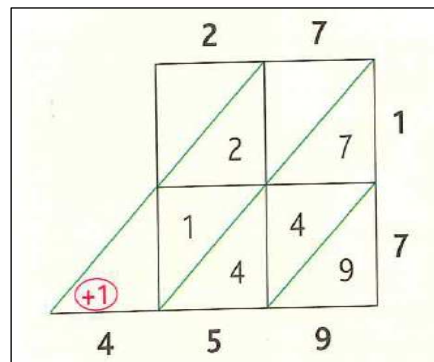
Extrait 3

a) Utiliser cette technique pour calculer la valeur du produit : 459×37 .

b) Donner deux propriétés mathématiques qui justifient cette technique.

c) Donner deux pré-requis nécessaires pour mobiliser cette technique.

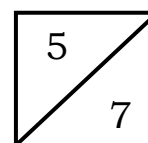
d) Donner un « point fort » et un « point faible » de cette technique.



6. Dans cette question, on s'intéresse à la multiplication « per Gelosia ».

a) Pour calculer un (*certain*) produit, un élève a écrit le nombre 57 dans une des cases du tableau ci-contre.

Est-il possible d'obtenir ce nombre dans une telle case ?



b) Quel(s) chiffre(s) peut-on écrire dans la demi-case du bas, sachant que le chiffre inscrit dans la demi-case du bas est le 8. Justifier. Même question avec le chiffre 9.

c) Quel(s) chiffre(s) peut-on écrire dans la demi-case du haut, sachant que le chiffre inscrit dans la demi-case du bas est le 4.