UNIVERSITE D'ORLEANS

UNIVERSITÉ FRANÇOIS - RABELAIS TOURS

DDF de MATHEMATIQUES
Septembre 2011

Epreuve d'entraînement au CRPE, **M2**

iufm Centre Val de Loire

Durée de l'épreuve : 2,5h. Ce sujet contient trois parties, avec un exercice facultatif « en plus ».
L'utilisation du matériel "usuel" de géométrie plane (*compas*, *règle graduée*, *équerre*, *rapporteur*, *gabarits*, …) et des calculatrices dites de "poche", y compris les programmables, alphanumériques ou à écran graphique est autorisée. (*Il est rappelé que ces calculatrices doivent être autonomes, sans possibilité d'usage d'une imprimante*).

PARTIE A. Les quatre « petits » exercices suivants, numérotés de **1)** à **4)** sont indépendants.

1) Dans une urne républicaine, il y a des boules bleues, blanches et rouges, toutes indiscernables au toucher. La probabilité de tirer une boule bleue est égale à $\frac{2}{5}$, celle de tirer une boule blanche est $\frac{3}{7}$. Déterminer la probabilité de tirer une boule rouge.

2) Un automobiliste roule pendant 2h 30min à une vitesse moyenne de 45km/h puis parcourt 50km à la vitesse moyenne de 80km/h. Quelle est sa vitesse moyenne sur l'ensemble du trajet ?

3) Deux terrains ont le même prix de vente.

- Le premier est un rectangle de largeur 26m. II est vendu 130 euros le mètre carré.
- Le second est un trapèze qui a pour dimensions : hauteur : 52m, grande base : 80m et petite base : 50m. II est vendu 110 euros le mètre carré.

Calculer alors la longueur du premier terrain.

4) Déterminer tous les nombres de trois chiffres, notés $\overline{\mathbf{abc}}$, non multiples de dix, qui vérifient les deux conditions suivantes :

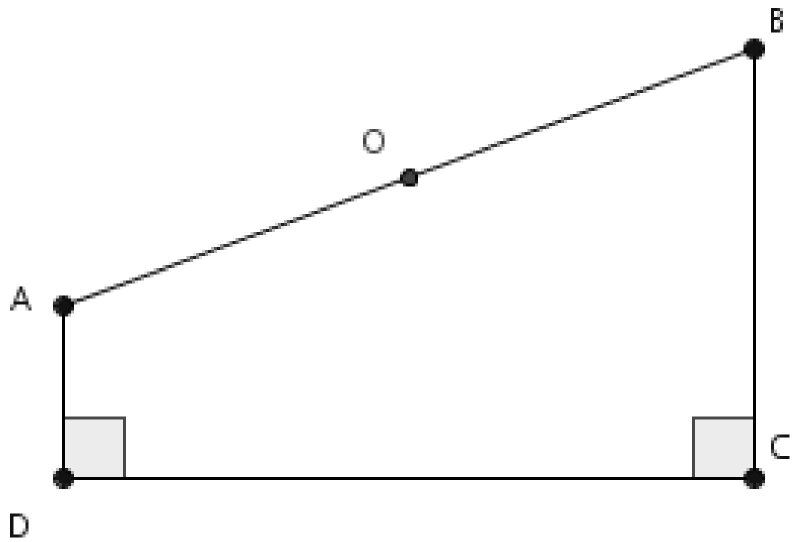
- Le chiffre des dizaines est le quadruple de celui des unités.
- En retranchant 297 au nombre $\overline{\mathbf{abc}}$, on obtient le nombre écrit « à l'envers ».

Indications : *dans l'écriture* $\overline{abc}$ *du nombre, la lettre* ***a*** *désigne le chiffre des centaines, la lettre* ***b*** *celui des dizaines et la lettre* ***c*** *celui des unités. Le nombre écrit « à l'envers » du nombre* $\overline{abc}$ *est* $\overline{cba}$.

PARTIE B

Le quadrilatère **ABCD** est un trapèze rectangle (en **C** et en **D**), tel que **AD** = 2cm, **DC** = 8cm et **BC** = 5cm. On appelle **O** le milieu du segment **[AB]**.

(*La figure ci-dessous ne respecte pas les dimensions*).



On construira la figure en vraie grandeur sur la copie.

1. On admet qu'il existe deux points **M** et **M'** du segment **[DC]** tels que les triangles **ABM** et **ABM'** soient rectangles respectivement en **M** et **M'**. Construire, à la règle et au compas, les points **M** et **M'** (sachant que **DM** < **DM'**). *Laisser apparents les traits de construction.*

2. a) Calculer la valeur exacte de **AB**.

b) On appelle $\boldsymbol{a}$ la mesure de **DM**, l'unité étant le centimètre. Exprimer **AM²** et **BM²** en fonction de $\boldsymbol{a}$.

c) Démontrer que $\boldsymbol{a}$ est solution de l'équation : $x^2 - 8x + 10 = 0$.

3. Pour approcher les deux solutions de cette équation, on a utilisé un tableur dont voici une copie d'écran, page suivante (page ***3*** sur ***4***).

a) En observant les colonnes ***A*** et ***B***, l'utilisateur du tableur a décidé d'explorer les valeurs de x comprises entre 1 et 2, puis comprises entre 6 et 7. Expliquer ce choix. Décrire précisément ce que fait l'utilisateur dans les colonnes ***D*** et ***E***.

b) Donner un encadrement d'amplitude un millième de chacune des deux solutions de l'équation : $x^2 - 8x + 10 = 0$

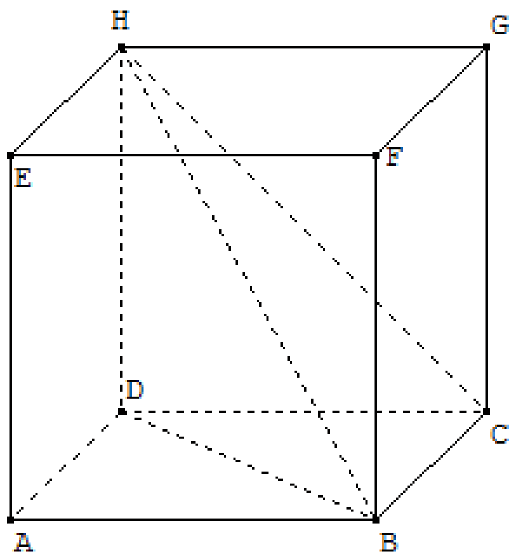
4. Donner une valeur arrondie au millimètre de **DM** et de **DM'**.

M7

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	***valeur de x***	***valeur de x^2-8x+10***		***valeur de x***	***valeur de x^2 - 8x + 10***		***valeur de x***	***valeur de x^2 - 8x + 10***		***valeur de x***	***valeur de x^2 - 8x + 10***
2	0	10		1	3		1,50	0,25		1,550	0,0025
3	1	3		1,1	2,41		1,51	0,2001		1,551	-0,002399
4	2	-2		1,2	1,84		1,52	0,1504		1,552	-0,007296
5	3	-5		1,3	1,29		1,53	0,1009		1,553	-0,012191
6	4	-6		1,4	0,76		1,54	0,0516		1,554	-0,017084
7	5	-5		1,5	0,25		1,55	0,0025		1,555	-0,021975
8	6	-2		1,6	-0,24		1,56	-0,0464		1,556	-0,026864
9	7	3		1,7	-0,71		1,57	-0,0951		1,557	-0,031751
10	8	10		1,8	-1,16		1,58	-0,1436		1,558	-0,036636
11				1,9	-1,59		1,59	-0,1919		1,559	-0,041519
12				2	-2		1,60	-0,24		1,560	-0,0464
13				6	-2		6,40	-0,24		6,440	-0,0464
14				6,1	-1,59		6,41	-0,1919		6,441	-0,041519
15				6,2	-1,16		6,42	-0,1436		6,442	-0,036636
16				6,3	-0,71		6,43	-0,0951		6,443	-0,031751
17				6,4	-0,24		6,44	-0,0464		6,444	-0,026864
18				6,5	0,25		6,45	0,0025		6,445	-0,021975
19				6,6	0,76		6,46	0,0516		6,446	-0,017084
20				6,7	1,29		6,47	0,1009		6,447	-0,012191
21				6,8	1,84		6,48	0,1504		6,448	-0,007296
22				6,9	2,41		6,49	0,2001		6,449	-0,002399
23				7	3		6,50	0,25		6,450	0,0025
24											

PARTIE C

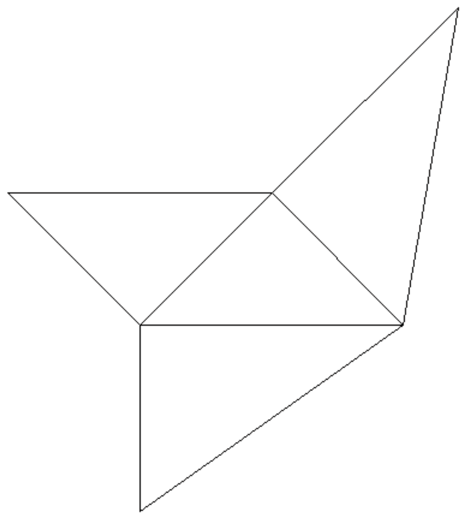
On considère le solide **HBCD** contenu dans le cube **ABCDEFGH** d'arête $\boldsymbol{a}$ et dont une représentation en perspective cavalière est donnée ci-dessous :



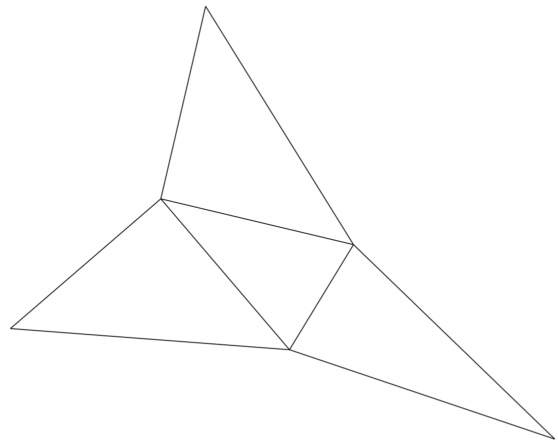
1. **a**) Quelle est la nature du solide **HBCD** ?
b) Exprimer les longueurs des arêtes **[HC]** et **[HB]** en fonction de $\boldsymbol{a}$.
c) Quelle est la nature du triangle **HBC** ?

2. Parmi les quatre dessins ci-dessous, quels sont ceux qui ne peuvent pas être un patron du solide **HBCD** ? Justifier dans chaque cas.

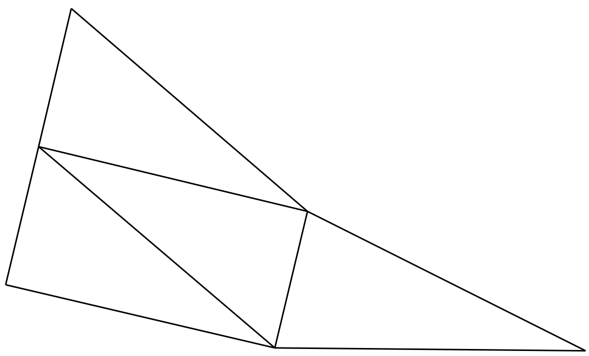
Dessin **D1**



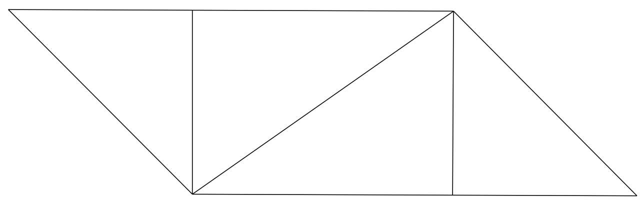
Dessin **D2**



Dessin **D3**



Dessin **D4**



Pour la suite de l'exercice, on donne $\boldsymbol{a}$ = 6cm

3. Calculer l'aire latérale totale du solide **HBCD**. Donner la valeur exacte et la valeur arrondie au millimètre carré.

4. Calculer le volume du solide **HBCD**. Combien faut-il de solides semblables à celui-ci pour remplir le cube?

<u>EXERCICE FACULTATIF « supplémentaire »</u>. (*Il sera corrigé pendant les séances de TD allouées à la correction de cette épreuve d'entraînement*).

On se donne un triangle **ABC**, à construire en suivant les consignes ci-après. On appelle **H** le pied de la hauteur issue de **A**. Le triangle **ABH** est isocèle en **H**, avec **AH** = 14cm et **BC** = 16cm.

1) Rédiger un programme de construction de cette figure, à réaliser à l'échelle 1.

2) Une droite parallèle à la droite **BC** coupe **[AB]** en **J**, coupe **[AC]** en **K** et coupe **[AH]** en **L**. Préciser alors la nature du triangle **AJL**. Justifier.

3) On pose **AL** = $\boldsymbol{x}$. Démontrer l'égalité : **JK** = $\frac{8}{7} \times \boldsymbol{x}$.

4) Calculer l'aire du triangle **AJK** en fonction de $\boldsymbol{x}$. Déterminer alors la valeur de $\boldsymbol{x}$ pour laquelle l'aire du triangle **AJK** est égale au quart de l'aire du triangle **ABC**.