

DEVOIR SUPPLEMENTAIRE, Septembre 2011

EXERCICE 1

On recherche un nombre **N** possédant trois chiffres.

En permutant, dans l'écriture de **N**, le chiffre des dizaines et celui des unités, on obtient l'écriture d'un nombre **M**.

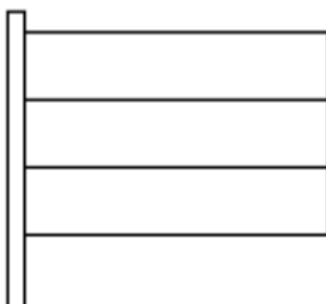
En permutant, dans l'écriture de **N**, le chiffre des dizaines et celui des centaines, on obtient l'écriture d'un nombre **P**.

Les nombres **M** et **P** restent des nombres à trois chiffres.

Déterminer tous les nombres **N** qui vérifient simultanément les relations : $\mathbf{N} + 36 = \mathbf{M}$ et $\mathbf{N} - 270 = \mathbf{P}$.

EXERCICE 2

On veut réaliser des drapeaux comprenant trois bandes colorées horizontales :



On dispose de quatre couleurs pour colorier les bandes : bleu, rouge, jaune et vert. Chaque bande doit être colorée. Les réponses doivent être justifiées.

1. Si on impose aucune contrainte, combien de drapeaux différents pourra-t-on réaliser ?
2. Si on impose à la bande centrale d'être rouge. Combien de drapeaux différents aura-t-on ?
3. On n'impose plus à la bande centrale d'être rouge, mais on impose à deux bandes adjacentes de ne pas être de la même couleur. Combien de drapeaux différents pourra-t-on réaliser ?
4. Combien de drapeaux différents peut-on réaliser avec trois bandes de couleurs distinctes ?

EXERCICE 3

Le 1^{er} juillet 2009, la TVA dans la restauration est passée de 19,6 % à 5,5 % en France métropolitaine.

Au 30 juin 2009, un restaurateur d'une ville française proposait un menu « **dégustation** » à ses clients pour un prix de 35 €.

1. Au 1^{er} juillet 2009, ce même restaurateur indique qu'il passe le prix de son menu « **dégustation** » de 35 à 33 €, en raison de la baisse de la TVA. De quel pourcentage a-t-il baissé son prix ? *On arrondira le résultat à 0,01%.*
2. Si le restaurateur avait répercuté intégralement la baisse de la TVA sur le prix du menu « **dégustation** » à 35 €, quel aurait été le prix de ce menu au 1^{er} juillet 2009 ? *On arrondira le résultat au centième.*

Gabrielle s'intéresse au problème suivant :

« Deux nombres ont pour somme 100. Comment varie leur produit si on soustrait 5 à chacun d'eux ? »

Gabrielle a alors l'idée d'expérimenter à l'aide d'un tableur. Au cours de son expérimentation, elle est amenée à choisir des nombres dans la colonne **A**.

	A	B	C	D	E	F	G
1	1er nombre	2ème nombre	Produit	Nouveau produit	Variation		
2	1	99	99	-376	-475		
3	2	98	196	-279	-475		
4	3	97	291	-184	-475		
5	4	96	384	-91	-475		
6	5	95	475	0	-475		
7	6	94	564	89	-475		
8	7	93	651	176	-475		
9	8	92	736	261	-475		
10	9	91	819	344	-475		
11	10	90	900	425	-475		
12	1,345	98,655	132,690975	-342,309025	-475		
13	1,346	98,654	132,788284	-342,211716	-475		
14	1,347	98,653	132,885591	-342,114409	-475		
15	1,348	98,652	132,982896	-342,017104	-475		
16	1,349	98,651	133,080199	-341,919801	-475		
17	1,35	98,65	133,1775	-341,8225	-475		
18	1,351	98,649	133,274799	-341,725201	-475		
19	1,352	98,648	133,372096	-341,627904	-475		
20	1,353	98,647	133,469391	-341,530609	-475		
21	-4,55	104,55	-475,7025	-950,7025	-475		
22	-4,56	104,56	-476,7936	-951,7936	-475		
23	-4,57	104,57	-477,8849	-952,8849	-475		
24	-4,58	104,58	-478,9764	-953,9764	-475		
25	-4,59	104,59	-480,0681	-955,0681	-475		
26	-4,6	104,6	-481,16	-956,16	-475		
27	-4,61	104,61	-482,2521	-957,2521	-475		
28	-4,62	104,62	-483,3444	-958,3444	-475		
29	-4,63	104,63	-484,4369	-959,4369	-475		
30							

1. a. La colonne **B** est obtenue à partir d'une formule écrite en **B2**, puis répétée vers le bas. Faire une proposition pour une telle formule.

b. La colonne **E** est obtenue à partir d'une formule écrite en **E2**, puis répétée vers le bas. Faire une proposition pour une telle formule.

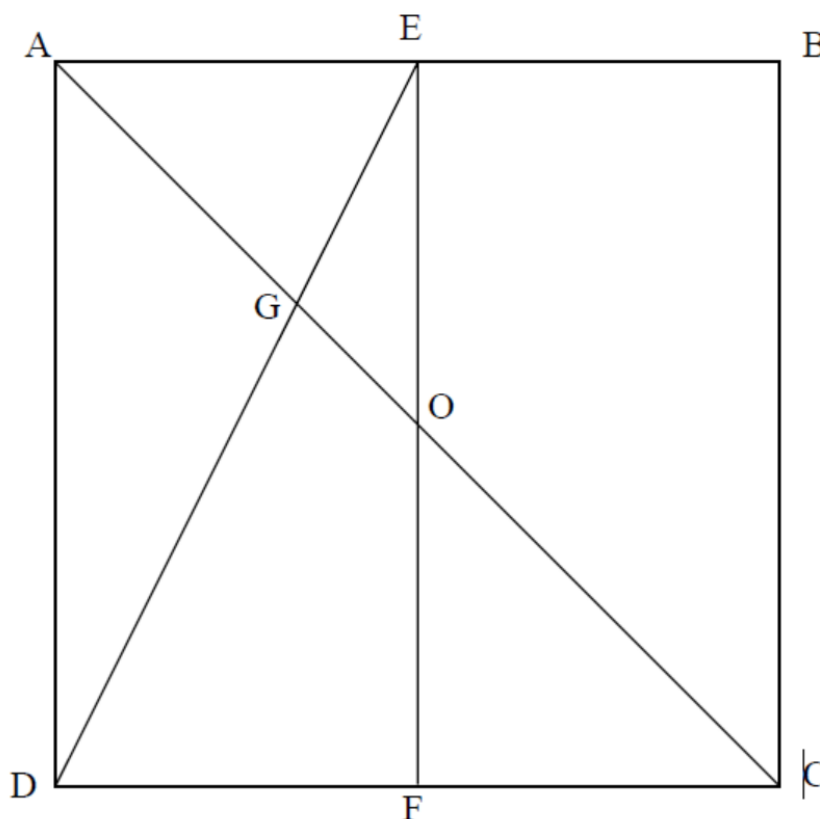
2. Emettre une conjecture relative au problème posé, et la démontrer.

EXERCICE 5

Une figure est à réaliser en utilisant la règle graduée, l'équerre et le compas. Soit **ABC** un triangle isocèle et rectangle en **A** tel que **AB** = 4cm. On considère le point **D** tel que **C** soit le milieu du segment **[AD]**.

- 1) Construire la figure, qui sera complétée au fur et à mesure des questions.
- 2) Soit **I** le milieu du segment **[BD]**. Prouver que les droites **(CI)** et **(AB)** sont parallèles.
- 3) Prouver que les points **A**, **B** et **D** appartiennent à un même cercle (**C**) dont on précisera le centre et le rayon.
- 4) Soit **E** le symétrique de **A** par rapport à **I**. Prouver que **E** appartient au cercle (**C**). Préciser la nature du quadrilatère **ABED** ? Justifier la réponse.
- 5) Soit **J** le symétrique de **I** par rapport à **C**. Préciser la nature du quadrilatère **AIDJ** ? Justifier la réponse.

On considère la figure ci-dessous dans laquelle **ABCD** est un carré, **E** est le milieu du segment **[AB]**, **F** le milieu du segment **[CD]**, **G** le point d'intersection des droites **(AC)** et **(ED)** et **O** le point d'intersection des droites **(AC)** et **(EF)**.



Partie A. Etude de la configuration

1. Justifier que le quadrilatère **AEFD** est un rectangle.
2. Justifier que le point **O** est le milieu commun des segments **[AC]** et **[EF]**.
3. Montrer que $\frac{AG}{GO} = 2$ (ou $AG = 2GO$).
4. Que représente le point **G** pour le triangle **AEF** ? Justifier.

Partie B. Calcul d'aires

*Dans cette partie, on pourra utiliser les résultats de la partie A. En outre, on considère que l'unité d'aire u est l'aire du carré **ABCD**.*

1. Quelle est l'aire du triangle **AEO** ? Justifier succinctement.
2. Déterminer l'aire des triangles **EGO** et **EGA**.
3. En déduire l'aire du triangle **DAG** ainsi que l'aire du quadrilatère **OFDG**.

Pour aller (beaucoup) plus loin. Tracer la parallèle à **[AD]** passant par **G**. Appeler **W** le point d'intersection de cette parallèle avec **[AB]**. Montrer alors que $AW = \frac{1}{3} \times AB$. Commentaires ?