

	<p>DDF de MATHÉMATIQUES Septembre 2012</p> <p><u>ÉPREUVE écrite de « re- PRÉPARATION » au CRPE, M2 et M3</u></p>	
---	---	---

Ce « sujet » est composé de quatre exercices, tous indépendants. Il comporte trois pages et devrait être traité en deux heures et demie. (*Durée indicative à essayer de respecter*).

Il sera tenu compte de la qualité des raisonnements produits tout autant que du soin apporté à la rédaction des réponses, sans oublier l'orthographe. Il est rappelé que tout résultat produit devra être justifié.

L'utilisation du matériel « usuel » de géométrie plane (*compas, règle graduée, équerre, rapporteur, gabarits divers, ...*) et des calculatrices dites de « poche », y compris les programmables, alphanumériques ou à écran graphique est autorisée. (*Il est rappelé que ces calculatrices doivent être autonomes, sans possibilité d'usage d'une imprimante*).

EXERCICE 1. D'après CRPE

Dans cet exercice, sept **affirmations** sont proposées. Pour chacune d'elles, dire si elle est **VRAIE** ou **FAUSSE**, puis justifier la réponse.

Indication. Une réponse exacte non justifiée ne « rapporte » aucun point. Une réponse fausse n'enlève pas de point.

1. Depuis 10 ans, les prix augmentent de 5 % par an. **Affirmation 1.** En 10 ans, les prix ont donc augmenté de 50 %.

2. **Affirmation 2.** En versant sept volumes de sirop de fraise dans treize volumes d'eau, on aura une boisson plus « sucrée au goût de fraise » que si on verse cinq volumes du même sirop dans neuf volumes d'eau.

3. On utilise une « roulette » (de type jeu de casino) avec cinq cases numérotées 1 ; 2 ; 3 ; 4 et 5. Cette roulette est truquée. Le tableau ci-contre précise la probabilité d'obtenir chacun des numéros (où p est un nombre positif).

Nombre obtenu	1	2	3	4	5
Probabilité	$\frac{1}{4}$	p	p	$\frac{3}{8}$	p

Affirmation 3. On a autant de chances d'obtenir un nombre pair qu'un nombre impair.

4. **Affirmation 4.** La différence entre les carrés de deux nombres entiers naturels consécutifs est égale à la somme de ces deux nombres entiers. *Note de PW : on laissera de côté le cas où la différence des deux carrés est négative !*

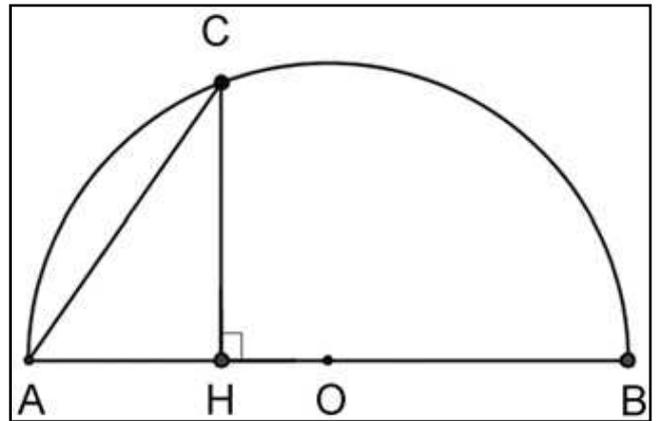
5. **Affirmation 5.** Si on augmente l'arête a d'un cube de 10%, alors le volume V de ce cube augmente de 33,1%.

6. Un satellite réalise 95 rotations autour de la Terre en exactement 7 jours. **Affirmation 6.** La durée d'une rotation est inférieure à deux heures.

7. Sur la figure ci-contre, le point **C** est un point du demi-cercle de centre **O** et de diamètre **[AB]**.

Affirmation 7. Si $AB = n$ et $AH = 1$, alors $AC = \sqrt{n}$.

*Indication : il y a trois triangles rectangles et donc... Il y a aussi le fait que $[CO]$ est une médiane issue de l'angle droit en **C** et donc... Il y a un peu de « calculage » !!!*



EXERCICE 2

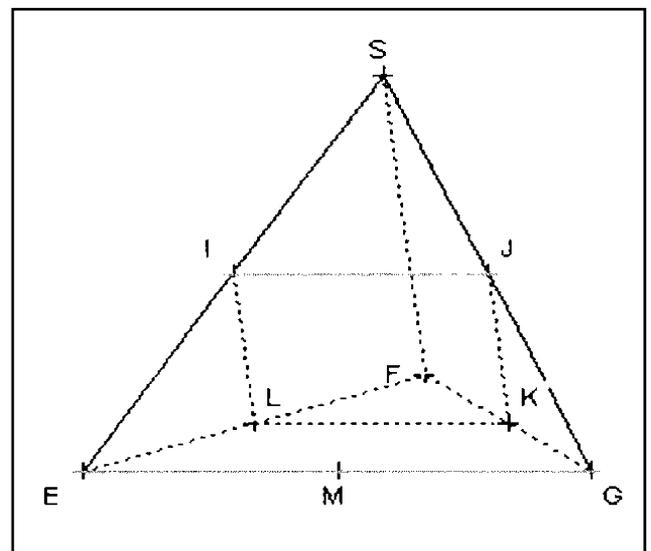
1. Ecrire l'égalité caractéristique qui traduit la division euclidienne de 1001 par 11.
2. Soit $W = (mcd u)_{10}$ un nombre entier naturel, écrit en base dix, possédant quatre chiffres. Vérifier alors l'égalité : $W = 1001 \times m + 99 \times c + 11 \times d - m + c - d + u$.
3. a) A partir de l'égalité précédente, énoncer et démontrer un critère de divisibilité par 11 pour les nombres inférieurs à 9999. (*Conditions nécessaire et suffisante*).
- b) Utiliser ce critère pour donner trois nombres de quatre chiffres multiples de 11, possédant 38 centaines.
4. a) Montrer qu'il y a 819 nombres de quatre chiffres qui sont divisibles par 11.
- b) On choisit au hasard un nombre entier possédant quatre chiffres. Calculer alors la probabilité pour que le nombre choisi soit multiple de 11.
5. a) Montrer que le critère précédent s'applique aussi aux nombres possédant six chiffres qu'on notera $(abmcd u)_{10}$.
- b) Utiliser alors ce critère pour déterminer si le nombre $Z = 1,2452 \times 10^{11}$ est divisible par 11. Justifier.

EXERCICE 3

On considère une pyramide **SEFG**. (Cf. représentation ci-contre).

Les points **I**, **J**, **K**, **L** et **M** sont les milieux respectifs des arêtes **[SE]**, **[SG]**, **[GF]**, **[EF]** et **[EG]**.

1. Prouver que :
 - a) $(IL) // (JK)$;
 - b) **IJKL** est un parallélogramme.
2. On suppose, uniquement dans cette question, que $SF = EG$.
Quelle est la nature du quadrilatère **IJKL** ?



3. On suppose, uniquement dans cette question, que **(SF)** est orthogonale au plan **(EFG)**. Démontrer alors que le quadrilatère **IJKL** est un rectangle.
4. a) Quelle condition suffit-il d'imposer au triangle **SEG** pour que le quadrilatère **SIMJ** soit un losange ?
b) Quelle condition suffit-il d'imposer au triangle **SEG** pour que le quadrilatère **SIMJ** soit un rectangle ?
5. Dessiner un patron d'une pyramide **SEFG** telle que **SIMJ** soit un carré et **IJKL** un rectangle.

EXERCICE 4. D'après sujet Master Meefa.

Les constructions géométriques se font à la règle non graduée et au compas. En fin d'énoncé, il est proposé un gabarit de longueurs dont on se servira pour réaliser la construction demandée.

On considère un triangle **ABC**, rectangle en **C**, tel que : **AC** = 12cm et **AB** = 13cm.

1. Calculer **BC**.
2. En utilisant le gabarit des longueurs ci-dessous, construire le triangle **ABC** en laissant apparents les traits de construction.
3. Marquer un point **F** sur le segment **[AC]**. Tracer la droite parallèle à la droite **(BC)**, passant par **F**. Appeler **E** le point d'intersection de cette droite avec **(AB)**.
4. On pose **CF** = x . Exprimer **AF** en fonction de x , puis calculer **AE**, **EB** et **FE** en fonction de x .
5. On trace le cercle **(C1)** de diamètre **[AF]** et le cercle **(C2)** de centre **C** passant par **F**. A quelle condition sur le point **E**, le cercle **(C2)** aura-t-il un rayon double de celui de **(C1)** ?
6. Construire le point **C'**, symétrique du point **C** par rapport à **O**, milieu de **[AB]**.
 - a) Préciser la nature du quadrilatère **ACBC'**.
 - b) Calculer la valeur du rapport $\frac{\text{aire}(\mathbf{BCFE})}{\text{aire}(\mathbf{ACBC'})}$, dans le cas où $x = 6\text{cm}$.

Gabarit des deux longueurs 6cm et 7cm, à quelques mm près !!! (Erreurs possibles de « conversion » de format de fichiers).

