

GEOMETRIE DANS LE PLAN

- 1- Par deux points distincts, il passe une et une seule droite.

DROITES PARALLÈLES ET DROITES PERPENDICULAIRES.

- 2- Il existe une et une seule droite passant par un point et parallèle à une droite donnée (*axiome d'Euclide*).
- 3- Si deux droites sont parallèles à une même troisième, **alors** elles sont parallèles entre elles.
- 4- Si deux droites sont parallèles, **alors** toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
- 5- Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, **alors** elles sont parallèles entre elles.
- 6- Il existe une et une seule droite passant par un point donné et perpendiculaire à une droite donnée.

DISTANCES.

- 7- Inégalité triangulaire : **A, B, C** étant trois points quelconques, on a : $AC \leq AB + BC$
L'égalité est vraie si et seulement si $B \in [AC]$ ce que l'on peut traduire par :
- 8- Si $M \in [AB]$, alors $AM + MB = AB$. Réciproquement, si $AM + MB = AB$ alors $M \in [AB]$ (*les points A, M et B sont alignés*).
- 9- Si $M \notin [AB]$, alors $AM + MB > AB$. Réciproquement, si $AM + MB > AB$, alors $M \notin [AB]$.

TANGENTE A UN CERCLE.

- 10- Définition : Si **H** est un point d'un cercle (**C**) de centre **O**, on appelle tangente en **H** à (**C**) la droite perpendiculaire en **H** au rayon **[OH]**.
- 11- La tangente en **H** à un cercle a un seul point commun avec ce cercle : le point **H**.

MÉDIATRICE D'UN SEGMENT.

- 12- Définition : La médiatrice d'un segment est l'unique droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.
Propriété caractéristique de la médiatrice :
- 13- Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, **alors** il est équidistant des extrémités de ce segment.
- 14- Propriété réciproque de l'énoncé 13: Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, **alors** il appartient à la médiatrice de ce segment.

BISSECTRICE D'UN ANGLE.

- 15- Définition : La bissectrice d'un angle est la demi-droite qui partage l'angle en deux angles de même mesure.
- 16- Si un point appartient à la bissectrice d'un angle, **alors** il est équidistant des côtés de l'angle.
- 17- Propriété réciproque de l'énoncé 16. Si un point est équidistant des côtés d'un angle, **alors** il est sur la bissectrice de l'angle.

SYMÉTRIE PAR RAPPORT À UNE DROITE OU SYMÉTRIE AXIALE.

- 18- Définition : Dire que **A'** est le symétrique de **A** par rapport à une droite (**D**) c'est dire que (**D**) est la médiatrice du segment **[AA']**.
Propriétés de la symétrie par rapport à une droite :
- 19- La symétrie axiale conserve les alignements de points, les distances, les angles, les aires, les « formes ».

- 20- Si deux droites sont symétriques par rapport à un axe, **alors** elles sont soit parallèles, soit sécantes sur cet axe.

SYMÉTRIE PAR RAPPORT A UN POINT OU SYMÉTRIE CENTRALE.

- 21- Définition : Dire qu'un point **A'** est le symétrique de **A** par rapport à un point **I**, c'est dire que **I** est le milieu du segment **[AA']**.

Propriétés de la symétrie par rapport à un point

- 22- La symétrie centrale conserve les alignements de points, les distances, les angles, les aires, les « formes ».
- 23- Dans une symétrie centrale, deux droites symétriques sont parallèles. Deux angles opposés par le sommet sont de même mesure.

DROITES PARALLÈLES COUPÉES PAR UNE SÉCANTE.

- 24- Propriété 1 : Deux droites parallèles coupées par une sécante déterminent des angles alternes-internes égaux.
- 25- Propriété réciproque de l'énoncé 24 : Si deux droites coupées par une sécante déterminent des angles alternes-internes égaux, **alors** ces droites sont parallèles.
- 26- Propriété 2 : Deux droites parallèles coupées par une sécante déterminent des angles correspondants égaux (et réciproquement).

TRIANGLES.

Droites particulières dans un triangle.

- 27- Définition d'une hauteur : Dans un triangle, une **hauteur** est une droite perpendiculaire à un côté qui passe par le sommet opposé à ce côté.
- 28- Dans un triangle, les trois hauteurs sont concourantes en un point appelé l'**orthocentre** du triangle.
- 29- Définition d'une médiane : Dans un triangle, une **médiane** est une droite qui passe par le milieu d'un côté et par le sommet opposé à ce côté.
- 30- Dans un triangle, les trois médianes sont concourantes en un point appelé **le centre de gravité** du triangle.

Triangle et cercles.

- 31- Tout triangle est inscrit dans un unique cercle dont le centre est le point d'intersection des **médiatrices** des trois côtés de ce triangle. (Ce cercle est le **cercle circonscrit** au triangle.)
- 32- Le **cercle inscrit** dans un triangle est le cercle tangent aux trois côtés de ce triangle. Son centre est le point d'intersection des **bissectrices** des trois angles du triangle. (Son rayon est la distance entre son centre et chacun des côtés du triangle.)

Triangle et milieux.

- 33- Dans un triangle, la droite qui passe par le milieu d'un côté et qui est parallèle à un deuxième côté passe par le milieu du troisième côté.
- 34- Propriété réciproque de l'énoncé 33 : La droite qui passe par les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté.
- 35- Le segment joignant les milieux de deux côtés d'un triangle a pour longueur la moitié du troisième côté.

Triangles isométriques (ou superposables).

- 36- On dit que deux triangles sont isométriques (ou superposables ou égaux) lorsque leurs trois côtés sont deux à deux de même longueur.
- 37- Lorsque deux triangles sont isométriques, leurs trois angles sont deux à deux de même mesure.

- 38- Si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés respectivement de même longueur, **alors** ces triangles sont isométriques.
- 39- Si deux triangles ont un côté de même longueur, adjacent à deux angles respectivement de même mesure, **alors** ces triangles sont isométriques.
- 40- *Cas particulier* : Si deux triangles rectangles ont leurs hypoténuses de même longueur et ont de plus, soit un angle aigu de même mesure, soit un deuxième côté de même longueur, **alors** ils sont isométriques.

TRIANGLES ISOCÈLES.

- 41- Définition : Un triangle isocèle a deux côtés de même longueur.
- 42- Propriété 1 : Les angles à la base d'un triangle isocèle sont de même mesure.
- 43- Réciproque de l'énoncé 42 : Tout triangle qui a deux angles de même mesure est isocèle.
- 44- Propriété 2 : Tout triangle isocèle possède un axe de symétrie unique (qui est la médiatrice, la hauteur, la médiane de sa base et la bissectrice de son angle au sommet).
- 45- Réciproque de l'énoncé 44 : Tout triangle qui admet un axe de symétrie est un triangle isocèle.
- 46- Si dans un triangle, deux "droites remarquables" (relatives à un même côté ou un même sommet) sont confondues, **alors** ce triangle est isocèle.

TRIANGLES RECTANGLES.

- 47- Propriété de Pythagore : Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.
- 48- Propriété réciproque de Pythagore : Si dans un triangle le carré d'un côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, **alors** ce triangle est un triangle rectangle.

Triangle rectangle et cercle.

- 49- Le cercle circonscrit à un triangle rectangle a pour diamètre l'hypoténuse de ce triangle.
- 50- Propriété réciproque : Tout triangle inscrit dans un cercle ayant pour diamètre l'un de ses côtés est un triangle rectangle. (ou : Si un point M appartient au cercle de diamètre [AB], **alors** le triangle ABM est rectangle en M).
- 51- Théorème de la médiane : Si dans un triangle la médiane relative à un côté mesure la moitié de la longueur de ce côté, **alors** le triangle est rectangle.

PROPRIÉTÉ DE THALÈS DANS LE TRIANGLE.

- 52- Propriété de Thalès : Soit un triangle ABC et une parallèle à (BC) coupant (AB) en M et (AC) en N. Alors, on a : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$
- 53- Propriété réciproque de Thalès : Soit un triangle ABC et des points A, B, M alignés et A, C, N alignés dans le même ordre tels que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$. Alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

PARALLÉLOGRAMMES.

- 54- Définition : Un parallélogramme est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu (Le point d'intersection des diagonales d'un parallélogramme est son unique centre de symétrie).

Propriétés caractéristiques du parallélogramme.

- 55- Propriété 1 : Un parallélogramme a ses côtés opposés parallèles.
- 56- Propriété réciproque de l'énoncé 55 : Un quadrilatère ayant ses côtés opposés parallèles est un parallélogramme.

- 57- Propriété 2 : Un parallélogramme a ses côtés opposés de même longueur.
- 58- Propriété réciproque de l'énoncé 57 : Un quadrilatère non croisé ayant ses côtés opposés de même longueur est un parallélogramme.

PARALLÉLOGRAMME PARTICULIER : LE LOSANGE.

- 59- Définition : Un losange est un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur.

Propriétés caractéristiques du losange.

- 60- Propriété 1 : Un losange a ses quatre côtés de même longueur.
- 61- Propriété réciproque de l'énoncé 60 : Un quadrilatère ayant ses quatre côtés de même longueur est un losange.
- 62- Propriété 2 : Un losange a ses diagonales perpendiculaires.
- 63- Propriété réciproque de l'énoncé 62 : Un parallélogramme ayant ses diagonales perpendiculaires est un losange.
- 64- Axes de symétrie : Le losange possède deux axes de symétrie : ses deux diagonales.

PARALLÉLOGRAMME PARTICULIER : LE RECTANGLE.

- 65- Définition : Un parallélogramme ayant au moins un angle droit est un rectangle.

Propriétés caractéristiques du rectangle.

- 66- Propriété 1 : Un rectangle a quatre angles droits.
- 67- Propriété réciproque de l'énoncé 66 : Un quadrilatère ayant au moins trois angles droits est un rectangle.
- 68- Propriété 2 : Un rectangle a ses diagonales de même longueur.
- 69- Propriété réciproque de l'énoncé 68 : Un parallélogramme ayant ses diagonales de même longueur est un rectangle.
- 70- Axes de symétrie d'un rectangle : Le rectangle possède deux axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés opposés. (*Attention, les diagonales ne sont pas axes de symétrie !*).

PARALLÉLOGRAMME PARTICULIER : LE CARRÉ.

- 71- Définition : Un carré est un quadrilatère qui est à la fois losange et rectangle.
- 72- Propriétés : Le carré possède toutes les propriétés du parallélogramme, du losange, du rectangle. *Se reporter aux CM de géométrie, en particulier, celui où une classification des quadrilatères a été présentée.*

Voilà donc 72 définitions et propriétés à « savoir par cœur », sinon, à quoi servirait cette fiche ! Il y en a encore beaucoup d'autres. La « lecture » des CM est complémentaire du travail de révisions. Alors, bonne(s) révision(s) et bon apprentissage. Un bon moyen de réviser, c'est, pour chaque énoncé, de construire la figure ou la configuration mises en évidence, avec si possible plusieurs techniques de construction. Enfin, ce n'est pas la partie la plus aisée, mais elle est incontournable : il convient de chercher à justifier, à prouver ou à démontrer le théorème étudié, à l'aide des définitions et propriétés nécessaires. Un retour sur le fichier « BASEGEOM » peut procurer une aide précieuse pour ces tâches de preuve.