NUMERATION : quelques exercices et problèmes supplémentaires.

Ce fichier contient quelques exercices et problèmes relevant plus spécifiquement de la NUMERATION, souvent en base 10, ouf ! A étudier, sans regarder tout de suite le corrigé !

EXERCICE 1

D'après CRPE, Aix-Marseille. Un nombre entier naturel possédant trois chiffres a 4 pour chiffre des centaines. Ce nombre est 26 fois plus grand que le nombre à deux chiffres obtenu en enlevant le chiffre des centaines. Trouver ce nombre.

(*Pour aller plus loin* : même consigne en ne connaissant pas la valeur du chiffre des centaines. *Cette « généralisation » a été posée au CRPE à Dijon en 1997, il y a donc bien longtemps !*).

EXERCICE 2. D'après CRPE, Orléans-Tours

On travaille en ***base dix***. Un nombre entier naturel ***W*** possédant trois chiffres est tel que :

- la différence ***d*** entre ce nombre ***W*** et le nombre « retourné » ***M*** est 297.
- la somme des trois chiffres est 11.
- la somme du triple du chiffre des centaines et du double du chiffre des dizaines est 22.

Trouver ce nombre.

(*Indication* : le nombre « retourné » du nombre 428 est 824 : c'est-à-dire que pour « retourner » un nombre, on échange le chiffre des centaines avec celui des unités).

(*Pas de correction détaillée, réponse :* ***W*** *= 623 ; piste à explorer :* ***W*** *= (cdu) = décomposition canonique…, d'où* ***M*** *= « le retourné » = (udc) = décomposition canonique…, d'où* ***d*** *= la différence = 297…, s'intéresser ensuite aux autres conditions, conclure*).

EXERCICE 3

Exercice délicat, car non traditionnel : on s'intéresse plus sur le « raisonnement » à produire plutôt qu'à une ou des techniques calculatoires. On cherche à distinguer « ***condition nécessaire*** *» et «* ***condition suffisante*** *», relativement à un énoncé portant sur la* ***NUMERATION****.*

On travaille en ***base dix***. Soit ***W*** un nombre entier naturel.

1. Trouver une *condition nécessaire* (notée *CN*) sur le dernier chiffre de ***W*** pour que ***W*** soit le carré d'un nombre entier naturel. Cette condition est-elle *suffisante* (notée *CS*) ?
2. Trouver une *condition nécessaire* (notée *CN*) sur le *dernier chiffre* de ***W*** pour que ***W*** soit le produit de deux nombres entiers consécutifs. Cette condition est-elle *suffisante* (notée *CS*) ? *Indication : lister les derniers chiffres possibles. Ces derniers chiffres peuvent-ils être le dernier chiffre d'un carré ?*

EXERCICE 4 : deux parties, du côté des Mathématiques et une APE

1) Peut-on trouver trois nombres entiers consécutifs dont la somme est 105 ? Idem avec une somme égale à 210 ? Idem avec une somme égale à 77 ? Idem avec une somme égale à 144 ? Idem avec une somme égale à 326 ? Justifier.

2) Quels sont tous les entiers naturels qui peuvent être la somme de trois entiers consécutifs ? Justifier.

3) Quelles peuvent être les valeurs possibles du chiffre ***a*** (avec $0 \leq a \leq 9$) pour que le nombre $\overline{34a7}$ soit le somme de trois entiers naturels consécutifs ?

4) Le nombre ***W*** = 21 924 est le produit de trois entiers consécutifs qu'on souhaite déterminer.

a. Décomposer ***W*** en un produit de facteurs premiers, puis en déduire les trois entiers cherchés.

b. A l'aide de la calculatrice, trouver ces trois nombres par une autre méthode que celle obtenue à l'item précédent. Décrire cette méthode qui mobilise la calculatrice.

Analyse de Productions d'Elèves : deuxième partie de l'exercice.

1) Un professeur des écoles a demandé à ses élèves de cycle III d'énoncer trois nombres entiers qui se suivent. Tous les élèves ont répondu correctement à cette tâche. Le professeur des écoles a ensuite posé la question suivante :

« ***Je pense à trois nombres qui se suivent. Lorsque je les additionne, cela fait 42, quels sont ces trois nombres ?*** »

En ***ANNEXE***, on trouvera six productions d'élèves déclinant six réponses.

a. Décrire les procédures utilisées par ces élèves.

b. Repérer et analyser les erreurs en faisant des hypothèses sur leur origine.

2) Le professeur des écoles propose la même consigne pour d'autres nombres comme 60, 72 et 96. Parmi les procédures utilisées par les six élèves, quelle est celle qu'il souhaite vraisemblablement valoriser ? Justifier.

3) Quels peut être l'objectif du maître lorsqu'il propose la même consigne avec le nombre 77 ?

4) Le professeur des écoles permet ensuite aux élèves d'utiliser leur calculatrice pour résoudre le problème.

a. Proposer trois nouveaux nombres que pourrait donner le professeur des écoles. Justifier ce choix.

b. Décrire alors une procédure qu'un élève utilisant une calculatrice pourrait mettre en œuvre.

EXERCICE 5, pour finir la série… Pas de corrigé pour ces deux items, tant pis !

- Vérifier les égalités suivantes : $12 \times 42 = 21 \times 24$; $36 \times 84 = 63 \times 48$. Le but de l'exercice est de savoir si ça « marche » toujours comme ça ?! Est-ce un « pur » hasard ou ces égalités ne sont vraies que sous certaines conditions ?

Indication : vérification, facile. Deux pistes à explorer : (i) recherche et production d'un contre-exemple et (ii) pourquoi pas passer par les décompositions canoniques ? C'est moins rigolo !

- Les nombres (43 + 34) et (76 + 67) sont-ils divisibles par 11 ? *Généralisation* : montrer que $\mathbf{A} = (du)_{\text{dix}} + (ud)_{\text{dix}}$ est divisible par 11, avec $1 \leq d \leq 9$ et $0 \leq u \leq 9$. Cette propriété est-elle vraie pour un nombre à trois chiffres, c'est-à-dire : on note $\mathbf{B} = (cdu)_{\text{dix}} + (udc)_{\text{dix}}$, avec les mêmes conditions sur les « chiffres » ***c***, ***d*** et ***u***. Le nombre **B** est-il divisible par 11 ?

Pour ceux qui s'en souviennent, quel est le critère facilement et mnémotechniquement mémorisable de divisibilité par 11 pour un nombre entier possédant trois chiffres ? Et pour plus de chiffres ? …

DOCUMENT ANNEXE de l'EXERCICE 4

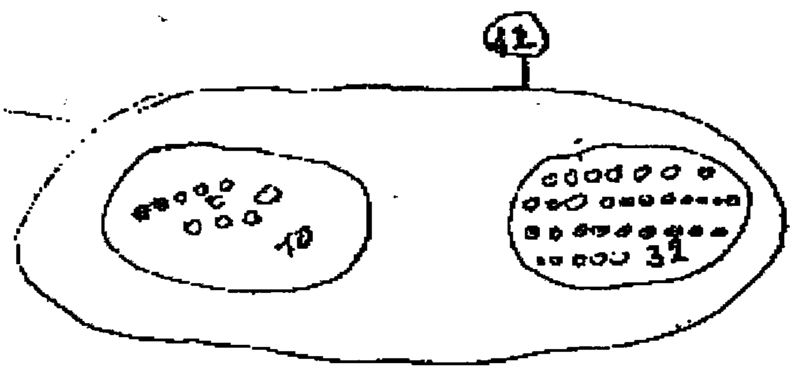
ici c'est le brouillon	ici c'est propre
$42 \div 3$: $42 \mid 3$, $12 \mid 14$, 0 $42 - 14 = 28$ $13 + 14 + 15 = 42$	~~14 + 14 + 14 = 42~~ 13 + 14 + 15 = 42

ici c'est le brouillon	ici c'est propre
18 + 19 + 20 = 57 ~~16+~~ 19 + 20 + 21 = 60 9 + ~~10 +~~ 11 = 30 (suite) 10 + ~~11 +~~ 12 = 33 14 + ~~15 +~~ 16 = 45 12 + ~~13 +~~ 14 = 39 13 + 14 + 15 = 42	13 + 14 + 15 = 42

ici c'est le brouillon	ici c'est propre
j'ai fait 42 ÷ 3 = 14 et j'ai enlever 2 a 14 et je l'ai ajouter a un autre 14	16 + 14 + 12 = 42

ici c'est le brouillon	ici c'est propre
1 15 16 17 48 2 ~~17~~ ~~18~~ ~~19~~ ~~4~~ ~~18~~ ~~19~~ ~~20~~ ~~47~~ ~~19~~ ~~20~~ 1 ~~10~~ ~~13~~ ~~19~~ ~~42~~ ~~10~~ ~~11~~ 10 11 -7 ~~12~~ ~~13~~ ~~14~~ ~~39~~ 10 20 ~~10~~ ~~11~~ ~~12~~ ~~32~~ ~~12~~ ~~13~~ ~~14~~	10 + 13 + 19 = 42

ici c'est le brouillon	ici c'est propre
20 + 11 + 11 42	20 + 11 + 11 = 42

ici c'est le brouillon	ici c'est propre
	10 + 32 42

NUMERATION : pistes de correction. *Corrigé **PW** et COPIRELEM*

EXERCICE 1 : analyse et piste de correction.

Cet exercice n'est pas difficile. Par contre, la « généralisation » demande une étude exhaustive de tous les cas, c'est plus compliqué et plus « coûteux » !

On note $y = \overline{\mathbf{4ab}}$ le nombre de trois chiffres ayant 4 pour chiffre des centaines. Dans ce cas, en appelant x le nombre obtenu en enlevant le chiffre des centaines, on a : $x = \overline{ab} = a \times 10^1 + b \times 10^0 = 10 \times a + b = 10a + b$. (Décomposition canonique…).

De même, on a $y = 4 \times 10^2 + a \times 10^1 + b \times 10^0 = \ldots = 400 + 10a + b = 400 + x$. Le nombre **y** est 26 fois plus grand que le nombre x s'écrit : $\mathbf{400 + x = 26x}$. On doit donc résoudre l'équation : $400 = 26x - x$, c'est-à-dire : $400 = 25x$, d'où $x = \frac{400}{25} = 16$. La solution de cette équation est **16**. *Conclusion* : le nombre cherché est **416**. (*Vérifier la réponse !*).

<u>Pour aller plus loin</u> : en notant $\overline{\mathbf{abc}}$ le nombre de trois chiffres, on obtient l'équation suivante :
$100a + 10b + c = 26 \times (10b + c)$, c'est à dire … $\mathbf{4a = 10b + c}$, avec $10b + c > 10$, c'est-à-dire : $a > 2$.
Tableau des réponses ci-dessous :

a = 3	a = 4.	a = 5.	a = 6.	a = 7.	a = 8.	a = 9.
Rép : 12 et 312	Rép : 16 et 416	Rép : 20 et 520	Rép : 24 et 624	Rép : 28 et 728	Rép : 32 et 832	Rép : 36 et 936

EXERCICE 3. D'après CRPE, Paris – Créteil – Versailles 2000.
Que voilà un exercice intéressant !

1. Le carré d'un nombre entier se calcule en multipliant le nombre par lui-même. Le chiffre des unités d'un produit s'obtient en calculant le produit des chiffres des unités de chaque facteur. *Voir tableau ci-dessous* :

« Unité »	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
« Carré »	0	1	4	9	6	5	6	9	4	1

Le tableau montre que le chiffre des unités du carré d'un nombre entier ne peut être que 0 ou 1 ou 4 ou 5 ou 6 ou 9. DONC, une **CN** pour qu'un nombre entier soit le carré d'un nombre entier est que son chiffre des unités soit 0 ou 1 ou 4 ou 5 ou 6 ou 9. Cette condition n'est pas suffisante : en effet, 115 a pour chiffre des unités un 5, mais 115 n'est pas le carré d'un nombre entier. (On a la double inégalité $10^2 < 115 < 11^2$, *vocabulaire* : 115 n'est pas un carré parfait).

2. <u>Réponse</u>. **CN** : admettre 0 ou 2 ou 6 comme chiffre des unités. Ce n'est pas une **CS** (Contre-exemple …). Même « technique » de travail que pour la question 1. *Voir le tableau ci-dessous* :

Produit	0×1.	1×2.	2×3.	3×4.	4×5.	5×6.	6×7.	7×8.	8×9.	9×0.
Derchiffre	0	2	6	2	0	0	2	6	2	0

EXERCICE 4. Corrigé « détaillé » COPIRELEM.

Cf. pages suivantes.

1) Certains des entiers proposés se décomposent en somme de trois entiers consécutifs, d'autres non. Nous avons :

34 + 35 + 36 = 105	**69 + 70 + 71 = 210**	**47 + 48 + 49 = 144.**

Pour trouver ces décompositions on peut procéder de plusieurs façons :

Méthode 1 :

Par essais et ajustements successifs : étant donné la taille des nombres proposés, on aboutit assez rapidement.

Méthode 2 :

Remarquer que la somme des trois entiers consécutifs est égale au triple du nombre médian (on enlève 1 pour obtenir son prédécesseur ; on ajoute 1 pour obtenir son successeur ; lorsqu'on additionne les trois nombres, l'ajout et le retrait de 1 se compensent). On obtient donc ce nombre médian en divisant la somme donné par 3 : $105 \div 3 = 35$; $210 \div 3 = 70$ et $144 \div 3 = 48$, d'où les solutions.

Méthode 3 :

Mettre le problème en équation :

Variante a. Si on appelle n, (n + 1) et (n + 2) les trois entiers consécutifs, on obtient : **n + (n + 1) + (n + 2) = S**, avec **S** somme donnée. D'où : 3n + 3 = **S**, càd : $\boxed{\mathbf{n = \frac{S-3}{3}}}$.

Variante b. Si on appelle (n – 1), n et (n + 1) les trois entiers consécutifs, on obtient : **(n – 1) + n + (n + 1) = S**, avec **S** somme donnée. D'où : 3n = **S**, càd : $\boxed{\mathbf{n = \frac{S}{3}}}$.

Pour les nombres qui ne se décomposent pas, il s'agit de donner une preuve de cette impossibilité.

Méthode 1 :

On a : $\boxed{24+25+26=75}$ et $\boxed{25+26+27=78}$.

Or $75 < 77 < 78$; ainsi 77 ne peut être la somme de trois entiers consécutifs.

De même : $\boxed{107+108+109=324}$ et $\boxed{108+109+110=327}$.

Or $324 < 326 < 327$; ainsi 327 ne peut être la somme de trois entiers consécutifs.

Méthode 2 :

On utilise un des raisonnements proposés ci-dessus qui montrent que la somme S de trois entiers consécutifs est le triple de l'entier médian.

Donc il n'y a pas de décomposition possible lorsque cette somme n'est pas multiple de 3.

Remarque : Cette méthode anticipe sur le résultat demandé à la question suivante.

2) Recherche des entiers somme de trois entiers consécutifs. Il s'agit de prouver le résultat suivant :

« ***Un entier naturel non nul est somme de trois entiers naturels consécutifs si, et seulement si, il est divisible par 3*** ».

Remarque : L'entier 0 est divisible par 3 mais n'est pas somme de trois entiers naturels consécutifs.

Méthode 1 :

La mise en équation effectuée à la question précédente montre que :

[***L'entier naturel non nul S est somme de trois entiers consécutifs n, (n + 1) et (n + 2)***] si et seulement si [***Il existe un entier n tel que :*** $\mathbf{n = \frac{S-3}{3} = \frac{S}{3} - 1}$].

Cette condition est réalisée si et seulement si S est divisible par 3.

Méthode 2 :

CN. Si ***n*** est un entier naturel non nul divisible par 3. Alors il existe un entier naturel *p* non nul tel que : $n = 3 \times p$.

Or on remarque que : $3 \times p = (p-1) + p + (p+1)$. De plus, comme ***p*** est non nul, $(p-1)$ est bien un entier naturel et les trois entiers $(p-1)$, p et $(p+1)$ sont consécutifs. Ainsi : $n = (p-1) + p + (p+1)$.

On conclut, alors, que ***n*** est bien la somme de trois entiers consécutifs.

Suite de la correction : Cf. page suivante.

$\boxed{\textbf{CS}}$. Si ***n*** est un entier somme de trois entiers naturels consécutifs. Alors il existe un entier naturel ***p*** tel que :
$n = p + (p+1) + (p+2)$. Or : $p + (p+1) + (p+2) = 3 \times p + 3 = 3 \times (p+1)$. Ainsi : $n = 3 \times (p+1)$.
On conclut, alors, que ***n*** est un entier naturel non nul divisible par 3.

<u>Conclusion :</u> Les entiers naturels, somme de trois entiers naturels consécutifs, sont les entiers naturels non nuls divisibles par 3.

3) <u>Les valeurs possibles de ***a***</u>.

D'après la question précédente, on sait que « un entier est somme de trois entiers naturels consécutifs si, et seulement si, il est non nul et divisible par 3 ».
D'autre part, on sait que « un entier est divisible par 3 si, et seulement si, la somme des chiffres qui le compose est divisible par 3 ».

Ainsi $\overline{34a7}$ est somme de trois entiers consécutifs si, et seulement si, $\overline{34a7}$ est divisible par 3.
Or $\overline{34a7}$ est divisible par 3 si, et seulement si, $3+4+a+7$ est divisible par 3. Or $3+4+a+7 = 14+a$ et $0 \leq a \leq 9$. Il s'agit donc de trouver les entiers a compris entre 0 et 9 tels que $14+a$ soit divisible par 3.
Un rapide test exhaustif des différentes valeurs possibles de a donne les résultats suivants : « $14+a$ **est divisible par 3 si, et seulement si,** a **vaut 1, 4 ou 7** ».

<u>Conclusion :</u> $\overline{34a7}$ **est somme de trois entiers consécutifs si, et seulement si, il s'écrit 3417 ; 3447 ou 3477.**

<u>Vérification :</u> $3417 = 1138 + 1139 + 1140$; $3447 = 1148 + 1149 + 1150$; $3477 = 1158 + 1159 + 1160$

Suite…

4) <u>a. Produit de trois entiers consécutifs à l'aide des facteurs premiers</u>.

On décompose 21 924 en produit de facteurs premiers en essayant les divisions successives par les premiers nombres premiers : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29… On trouve : $21\,924 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 29$.

Or, on remarque que $2 \times 2 \times 7 = 28$ et $3 \times 3 \times 3 = 27$.

Ainsi on a : $21\,924 = 27 \times 28 \times 29$, ce qui donne la décomposition cherchée de 21 924 sous forme d'un produit de trois entiers consécutifs.

<u>Remarque :</u>
La croissance de la fonction qui associe à l'entier p le nombre p × (p + 1) × (p + 2) garantit l'unicité de la solution au problème lorsqu'elle existe.

4) <u>b. Utilisation de la calculatrice</u>.

<u>Méthode 1.</u> Une utilisation possible de la calculatrice est la suivante :
On cherche un entier *p* tel que : $p \times (p+1) \times (p+2) = 21\,924$.
Or le produit $p \times p \times p$ est « proche » du produit : $p \times (p+1) \times (p+2)$. De plus : $p \times p \times p = p^3$.
Intuitivement on va donc chercher à résoudre l'équation $p^3 = 21\,924$ pour trouver un ordre de grandeur de l'entier cherché.
Grâce à la calculatrice, on trouve : $p \approx 27{,}988$. (*En utilisant la racine cubique grâce à la fonction* x^y *de la calculatrice ; avec* $x = 21924$ *et* $y = \dfrac{1}{3}$). Ceci donne une valeur proche de l'entier cherché. On utilise alors la calculatrice pour faire des essais de produit de trois entiers consécutifs proches du décimal 27,988.
Un des essais sera $27 \times 28 \times 29$ qui donne 21 924 ! Le résultat en découle directement.

<u>Méthode 2.</u> On procède par essais et ajustements successifs :
On a : 10 × 11 × 12 = 1 320 et 100 × 101 × 102 = 1 030 200. D'où : 1 320 < 21 924 < 1 030 200.
Les nombres consécutifs recherchés sont donc des nombres à deux chiffres.
50 × 51 × 52 = 132 600 : trop grand ; 30 × 31 × 32 = 29 760 : trop grand ; 20 × 21 × 22 = 9 240 : trop petit ; on continue, 26 × 27 × 28 = 19 656 : trop petit ; **27 × 28 × 29 = 21 924** : c'est le produit recherché.
<u>Remarque :</u>
Le fait que le produit se termine par 4 permet d'éliminer tout de suite les essais avec un des trois entiers multiples de 5.

1) a. Procédures utilisées par les élèves.

On constate trois types de procédures :

- Détermination du terme médian par division par 3 et ajustement pour trouver les deux autres nombres.
  L'élève **A** utilise correctement cette procédure.
  L'élève **C** réalise un ajustement incorrect, de la forme : $(n-2), n, (n+2)$.
- Essais de calcul de sommes de trois entiers consécutifs.
  L'élève **B** effectue des essais progressivement organisés en tenant compte de l'ordre de grandeur de la somme obtenue. Le résultat est « trop petit » ou « trop grand » par rapport au nombre visé.
  L'élève **D** fait des essais apparemment inorganisés, mais des erreurs de calcul parasitent sans doute sa recherche.
- Recherche d'une décomposition additive de 42. Toutes les contraintes ne sont plus satisfaites.
  L'élève **E** n'utilise pas de nombres consécutifs.
  Pour l'élève **F**, la représentation de 42 objets l'amène à dessiner un partage en deux parties seulement.

1) b. Repérage et analyse des erreurs.

Comme on l'a déjà fait, il est commode pour le candidat et aussi pour le correcteur de résumer ces analyses dans un tableau[12].

	Difficultés, erreurs, … :	Origine probable :
Elève **A**	Difficulté provisoire à gérer la contrainte de nombres consécutifs.	La division produit des « parts » égales.
Elève **B**	Difficulté provisoire à ajuster et organiser les essais.	La tâche est complexe : essayer, calculer, comparer, afin de prendre une décision et de recommencer …
Elève **C**	Les nombres obtenus ne sont pas consécutifs mais de 2 en 2.	Confusion avec une suite « régulière » de 2 en 2 ?
Elève **D**	Ne prend pas en compte la contrainte de trouver des nombres consécutifs dans la réponse finale. Erreurs de calcul (retenues).	Les difficultés de calcul lui ont fait perdre le respect de la contrainte.
Elève **E**	N'a pas pris en compte la contrainte de nombres qui se suivent.	Il a retenu les termes les plus familiers de la consigne et il résout un problème plus simple.
Elève **F**	Respecte une seule contrainte : la somme doit être égale à 42.	Difficulté à gérer plusieurs contraintes simultanées. Peut-être se borne-t-il à reproduire la solution d'un exercice qu'il a déjà fait et sait faire ?

2) Procédure valorisée.

En proposant le nombre 60 en premier, le maître essaie certainement de mettre en valeur la première des procédures décrites à la question **1)** a., à savoir : « détermination du terme médian par division par 3 et ajustement pour trouver les deux autres nombres ».

En effet le nombre 60 est suffisamment connu des élèves pour qu'ils n'aient pas de difficulté à écrire $60 = 3 \times 20$.
A partir de cette écriture on peut supposer qu'ils essaieront de manière intuitive des sommes de trois entiers consécutifs proche de 20 …, en quelques essais, ils devraient aboutir à la solution. Cette procédure est en trois temps :

> Premier temps : division par 3 (calcul de $\frac{n}{3}$).
>
> Deuxième temps : essais successifs de somme de trois entiers consécutifs proche de $\frac{n}{3}$.
>
> Conclusion-vérification dans les termes de l'énoncé.

Les nombres **72** et **96** sont alors proposés pour réinvestir la procédure initiée avec l'exemple précédent.

Evidemment, le deuxième temps devrait vite faire place à la solution directe donnée par le triplet : $\frac{n}{3}-1, \frac{n}{3}, \frac{n}{3}+1$ (où ***n*** est l'entier donné).

3) Objectif du maître avec le choix du nombre 77.

En proposant le nombre 77, le maître désire confronter les élèves à un problème.
Les élèves peuvent croire, à l'issue des premiers essais, que tous les entiers se décomposent en somme de trois entiers consécutifs. De plus, ils possèdent une procédure qui leur donne directement les trois entiers cherchés.
L'entier 77 met en défaut la procédure décrite à la question **2)**.

En effet $\frac{77}{3}$ n'est pas entier !

Le maître essaie alors de provoquer chez les élèves le questionnement suivant : « ***Se peut-il que le nombre 77 ne possède pas décomposition en somme de trois entiers consécutifs ?*** ».
Par des débats au sein du groupe le maître peut aller plus loin et demander aux élèves qui pensent que c'est impossible de décomposer 77 en somme de trois entiers consécutifs de justifier (« ***Dis pourquoi c'est impossible !*** »).

Le raisonnement attendu est le suivant :
« Si j'essaie avec **24**, **25** et **26**, j'obtiens $24+25+26=75$ qui est trop petit et si j'essaie avec juste un de plus, j'obtiens $25+26+27=78$ qui est trop grand ! Je ne peux donc pas obtenir **77** ! »

Remarque :
Il n'est pas souhaitable que le maître oriente les élèves sur l'équivalence : « Un entier est somme de trois entiers consécutifs si, et seulement si, il est divisible par 3 ».
*En effet la démonstration de cette propriété est hors de portée d'un élève de l'école primaire. Alors que la preuve présentée en question **3)** est tout à fait compréhensible par les élèves.*

4) a. Proposition de trois nombres.

On suppose que les élèves ont intégré les procédures décrites en question **2)** et **3)**. (*A savoir* : trouver les entiers consécutifs lorsque c'est possible et justifier lorsque c'est impossible).
L'usage de la calculatrice peut permettre aux élèves de travailler avec des nombres beaucoup plus « grands ».
On pourrait proposer le grand nombre **21 924** (qui paraît tout à fait aléatoire, c'est à dire sans particularité).
On pourrait également proposer un grand nombre plus « particulier » du style **1 001 001**.
Finalement, on pourrait aussi proposer un grand nombre qui n'admet pas de décomposition en somme de trois entiers consécutifs, par exemple **124 576**.

4) b. Utilisation de la calculatrice.

On propose à l'élève un entier ***n***.
Premier temps : à la calculatrice il divise ***n*** par 3, en utilisant la touche $\boxed{\div}$. Deux cas possibles.

(i) Si $\frac{n}{3}$ est entier :

Deuxième temps : il écrit le triplet : $\frac{n}{3}-1,\ \frac{n}{3},\ \frac{n}{3}+1$.

Troisième temps : il vérifie à la calculatrice que la somme des trois entiers consécutifs redonne bien l'entier de départ ***n***.
Quatrième temps : il écrit une phrase de conclusion faisant apparaître la somme cherchée.

(ii) Si $\frac{n}{3}$ n'est pas entier :

Deuxième temps : il écrit les triplets d'entiers consécutifs les plus proches de $\frac{n}{3}$. (Ces deux triplets ont pour entier médian, l'un, la partie entière de $\frac{n}{3}$ notée $E\left(\frac{n}{3}\right)$; et l'autre la partie entière de $\frac{n}{3}$ augmentée de 1 : $E\left(\frac{n}{3}\right)+1$).

Troisième temps : grâce à sa calculatrice il calcule les sommes des triplets d'entiers consécutifs.
Quatrième temps : il conclut en remarquant que les sommes encadrent strictement l'entier ***n***. Ainsi, l'entier ***n*** ne se décompose pas sous forme d'une somme de trois entiers consécutifs.