École supérieure du professorat et de l'éducation
Académie d'Orléans-Tours
UNIVERSITE D'ORLEANS

MASTER MEEF, M1
Site de BLOIS

S2, 2017 – 2018

CM4 de MATHEMATIQUES

Deux thèmes : ALGEBRE et FONCTIONS

Patrick WIERUSZEWSKI

Premier Thème : ALGEBRE. Quelques exercices pour donner du sens au calcul littéral et à la modélisation algébrique.

Se reporter quand même aux autres fichiers déposés sur CELENE.

TEST ! (Extrait d'un article écrit par MM BOUVIER et LAPIERRE, en **…?…**, édité chez Hachette : « ***Dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire*** »). (*L. GERMONI, site web de l'Académie de Nice*).

(…) « L'année dernière, tous les journaux ont parlé d'une session d'examen (*d'institutrices et d'instituteurs*) du département de l'Ariège où, sur 36 aspirantes, 36 avaient échoué, faute d'avoir su résoudre le problème que voici :

Deux personnes, employées dans un établissement, ont des salaires différents, dont la somme s'élève annuellement à 4400 francs. La première ne dépense chaque année que les 2/3 de son salaire, et la seconde les 3/4. Le montant de leurs économies s'élève chaque année à 1310 francs. On demande le salaire de chacune des personnes.

D’où la question : de quand date cet article ?
Avant de lire le bilan des inspecteurs de l’époque !

Le paragraphe suivant est l’extrait du dictionnaire en question

(…) Assurément, il n’y a ici rien qui dépasse le niveau de l’instruction primaire *(!)*. **La seule difficulté qui a mis les aspirantes dans l’embarras, c’est que ce problème ne rentrait pour elles dans aucune des catégories qui sont énumérées et expliquées par tous les auteurs sous le nom de *règles de trois*, *d’intérêt*, de *mélange*, de *société*, *etc…* et pour chacune desquelles ils donnent une règle qu’il ne s’agit plus que d’appliquer, presque machinalement**.

Dans cette question, **elles n’ont pas trouvé de chemin tracé d’avance** ; il fallait s’en frayer un, à l’aide de la réflexion et du jugement *(!)*. Elles y seraient parvenues sans doute, si elles avaient eu le secours, nous ne disons pas de l’*ALGEBRE*, mais seulement de la notation algébrique ». (…)

Au fait, la solution, c’est quoi ? Il faut chercher…

L’enseignement du calcul littéral « pour lui-même » sous formes de règles formelles à apprendre, à appliquer et à manipuler occupe parfois une place (*trop ?*) importante et première par rapport à celle occupée par la mise en équation d’un problème (modélisation), bien que les programmes situent la résolution de problèmes, entre autre, au cœur de l’activité mathématique en classe.

Pourtant, les programmes actuels permettent d’étaler sur toutes les années du collège (et au début du lycée), l’usage des lettres en les rattachant ***principalement*** :

- aux calculs numériques (*cycles III et IV*).
- à l’initiation à la résolution de problèmes par des méthodes algébriques (*fin du collège et début du lycée*).

Enfin, une bonne maîtrise du calcul numérique, sur les décimaux, les relatifs, les rationnels, ainsi qu’une bonne maîtrise du sens et de l’usage des parenthèses constituent des conditions nécessaires pour développer et mieux assurer le « passage » à l’algèbre.

<u>Vers un langage commun : qu’entend-on par « langage algébrique » ou « calcul littéral » ou « calcul algébrique » ou plus généralement par « algèbre » à nos niveaux d’enseignement ?</u>

Il s’agit d’un ensemble de compétences et de connaissances relevant de :

• l’utilisation de lettres comme représentation générale des nombres et des calculs qui y sont associés (qu’on peut appeler « calcul littéral ») vu comme une combinatoire de règles de transformations licites, autorisées et justifiées.

• la mise en équation d’un problème (*<u>qui constitue un domaine de travail en soi</u>*) qui demande un choix approprié de lettres représentant les quantités inconnues et qui demande un traitement syntaxique correct des relations décrites dans l’énoncé du problème.

• la résolution d’équations qui demande des compétences en calcul littéral et des connaissances des règles du traitement algébrique.

Deux exercices pour finir cette partie. Ce n'est pas si banal, voire si trivial qu'il n'y paraît !

<u>*Premier exercice*</u>. Un professeur de Mathématiques a réparti ses élèves en deux groupes. Le groupe **A** contient $\boldsymbol{a}$ élèves et le groupe **B** en contient $\boldsymbol{b}$. Il fait alors les deux remarques suivantes :

Si je prends 3 élèves du groupe **A** pour les inclure dans le groupe **B**, alors les deux groupes ainsi constitués auront des effectifs égaux.

Si je prends 3 élèves du groupe **B** pour les inclure dans le groupe **A**, celui-ci aura alors un effectif double de l'effectif du groupe **B**.

Parmi les huit équations suivantes, indiquer celles qui traduisent les remarques du professeur :

($E1$) $\boldsymbol{a} + 3 = \boldsymbol{b} - 3$; ($E2$) $\boldsymbol{a} + 3 = 2 \times \boldsymbol{b}$; ($E3$) $2 \times (\boldsymbol{a} + 3) = \boldsymbol{b} - 3$ ($E4$) $\boldsymbol{a} - 3 = \boldsymbol{b} + 3$; ($E5$) $\boldsymbol{a} = 2 \times (\boldsymbol{b} - 3)$; ($E6$) $\boldsymbol{a} + 3 = 2 \times (\boldsymbol{b} - 3)$; ($E7$) $\boldsymbol{a} + 3 = 2 \times \boldsymbol{b} - 3$ et ($E8$) $\boldsymbol{a} - 3 = \boldsymbol{b}$.

Résoudre alors le système formé par les équations trouvées. En déduire les effectifs de chaque groupe.

Deuxième exercice

Un groupe de vingt-sept personnes va au spectacle. On sait que les adultes paient 45 euros et les enfants paient moitié prix. La dépense totale du groupe s'élève à 877,50 euros. Le but de l'exercice est de connaître le nombre d'adultes et le nombre d'enfants de ce groupe.

Travail au tableur, why not ? Préparer une feuille de calcul permettant de donner la solution au problème.

(*Indication* : à la lecture de cette feuille de calcul, on doit pouvoir connaître le nombre d'adultes et le nombre d'enfants du groupe, les prix payés par les adultes et ceux payés par les enfants et enfin le montant total de la dépense, il y a d'autres façons de préparer cette feuille de calcul).

Résoudre ensuite ce problème par une méthode arithmétique, puis par une méthode algébrique.

Deuxième THEME

- Notion de FONCTION
- La PROPORTIONNALITE, une première approche

Les Babyloniens consignaient leurs observations astronomiques dans des tables très précises, ce qui les conduisit à découvrir les premières listes empiriques sur les planètes.

On peut y voir les prémisses de la « notion » de fonction = des relations entre deux « grandeurs » (*on ne va pas plus loin que le sens commun qu'on peut entendre*), l'une dépendant de l'autre. Il y a une variable dite INDEPENDANTE et une variable dite DEPENDANTE.

Un saut historique important nous amène à DESCARTES (1596–1650). En plus de ses travaux sur l'ALGEBRE (*symbolisme* et *modélisation*), il a donné naissance à l'idée « moderne » de fonction : placer des POINTS dans un repère (*cartésien !*) permet d'avoir une représentation graphique d'une relation entre deux « grandeurs ». *Exemples*.

Le mot fonction (*latin* : « functio » = accomplissement, exécution) apparaît avec LEIBNIZ (1646-1716), en 1694, et a encore un sens *purement* géométrique (comme DESCARTES) : abscisse, ordonnée, rayons de courbure sont des fonctions d'un point d'une courbe.

Ce n'est qu'au XVIIIè siècle que le concept de fonction a vraiment été maîtrisé et dégagé de toute conception géométrique.

On considère Euler (1707-1783) comme le « fondateur » de la notion moderne de fonction. Les notations ont évolué : en 1734, Euler utilise pour la première fois la notation ***fx*,** très proche de la notation ***f*(*x*)** qui désigne l'image de la fonction ***f*** d'un élément ***x*** de l'ensemble de départ.

<u>Commentaire</u> : nécessité d'une mise au point au niveau du vocabulaire, a minima.

Le concept de fonction est de première importance dans les mathématiques contemporaines.

Il représente un outil essentiel pour la <u>modélisation</u> de phénomènes dans lesquels s'expriment des <u>dépendances</u>.

La théorie des fonctions a pour objet l'étude de la forme de ces dépendances, de leur traduction symbolique et des propriétés intrinsèques des « objets » fonctions.

Cette théorie n'est pas un objet d'étude du Master Meef.

De nos jours, des artistes contemporains, des architectes et d'autres corporations utilisent la notion de fonction pour créer des figures, et même plus (*dessins animés, morphing, …*).

Comme pour le NOMBRE, on va d'abord chercher à repérer différentes manières de décrire une fonction numérique, avant de chercher à définir « l'objet » FONCTION.

- Certains tableaux de nombres. Tableaux à deux colonnes (*tableur et calculatrice*) ou à deux lignes.

C'est souvent sous cette forme que les fonctions numériques apparaissent à l'école élémentaire.

- Certaines formules : on parle alors de l'expression analytique de la fonction. (*Voir diapositives suivantes*).

On poursuit l'inventaire.

- Certaines phrases et locutions du style « *exprimer (…) en fonction de (…) », « (…) est fonction de (…) », « (…) dépend de (…) », « (…) est en relation avec (…) », etc. (…)* IMPORTANTISSIME !
- Certains « *programmes de calcul* ». Ils permettent d'associer des branches des mathématiques comme l'algèbre, l'algorithmique et l'analyse. Ce sont de bons « outils » d'introduction de la notion de fonction, conçue comme une « ***machine à produire*** ou ***à générer des nombres*** », dont on peut ensuite étudier les propriétés.

On tient là une première définition d'une FONCTION : une fonction est une machine à « produire » des NOMBRES.

Exploitation :

ENTREE un NOMBRE → « MACHINE » : il se passe des « choses » à l'intérieur → SORTIE un NOMBRE

<u>SEPTEMBRE 2010</u> : extrait du sujet du Concours PE.

On étudie la fonction $\boldsymbol{f}$ qui, à la vitesse $\boldsymbol{v}$ d'un véhicule (*exprimée en mètres par seconde*) associe la distance de freinage (*exprimée en mètres*).
Cette fonction est définie par $\boldsymbol{f} : \boldsymbol{v} \longrightarrow \mathbf{k} \times \boldsymbol{v}^2$, où **k** est un coefficient qui dépend notamment de l'état de la route.

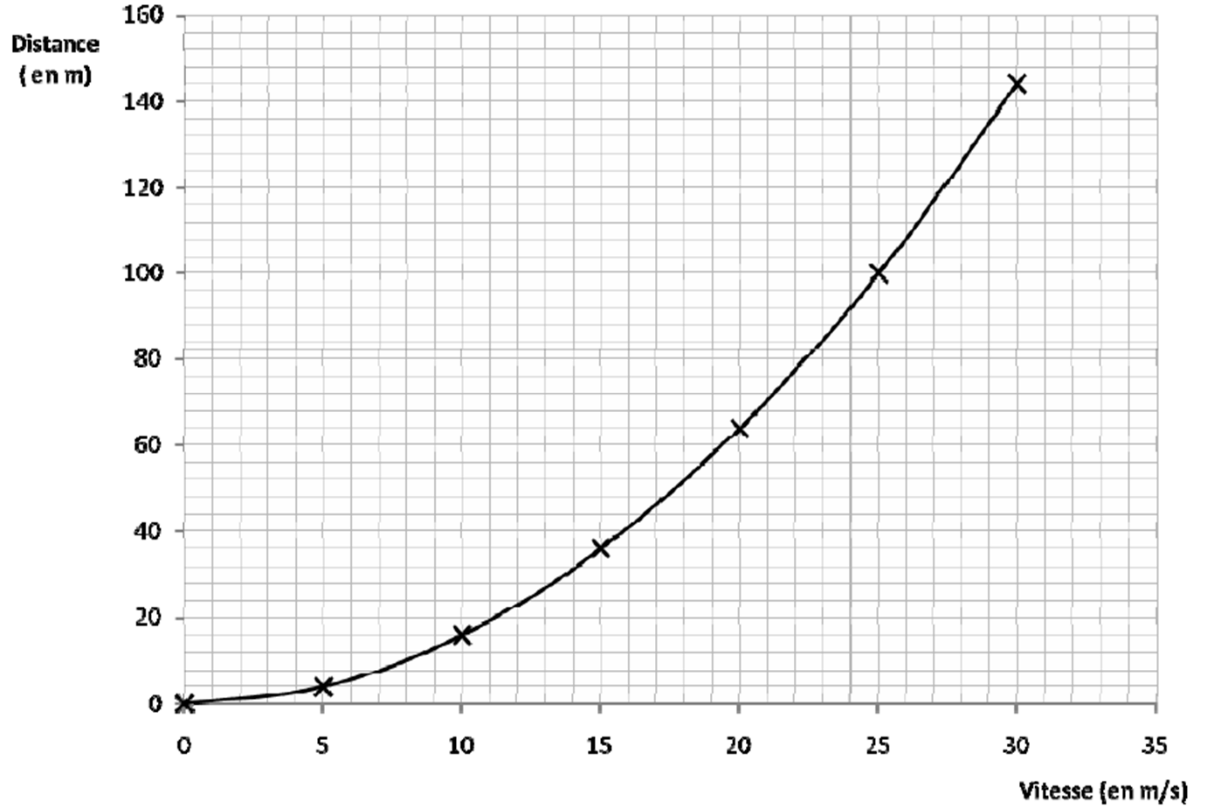
Comment « fonctionne » cette fonction $\boldsymbol{f}$ ou cette « machine $\boldsymbol{f}$ à produire ou à générer des nombres » ?

- Le nombre **k** est un <u>paramètre</u>. En fait, dans la suite du problème du concours, on lui attribue une valeur fixe : **k** = 0,08 (*valeur attribuée à une route dite « normale » ou « sèche », pas trop abrasive*).
- La ***<u>variable indépendante</u>*** est $\boldsymbol{v}$: on va calculer des distances (***<u>variable dépendante</u>***), à partir de valeurs données à $\boldsymbol{v}$. A chaque vitesse, correspond une (*et une seule*) distance.

- *<u>Vocabulaire</u>* : la distance de freinage ***f(v)*** calculée à partir de la vitesse s'appelle image par la fonction ***f*** de la variable ***v***.
- Comment est-elle « calculée » ?

Valeur de ***v***	**(i)** Calcul de $\boldsymbol{v}^2$	**(ii)** Multiplication par 0,08	<u>Image de ***v***</u> : valeur de la distance de freinage

Ci-contre, voici une représentation graphique donnant la distance de freinage sur route mouillée en ***fonction*** de la vitesse.
(Avec **k** ≠ 0,08).



On termine, suite de la diapositive **7**.

- Certaines représentations graphiques (*dans le plan*).

La représentation la plus utilisée en mathématiques est celle qui utilise un repère dans le plan. Ce repère est matérialisé par deux droites graduées sécantes en un point souvent nommé **O** et appelé origine du repère. Si les graduations des deux droites ont la même unité de longueur 1, on parle de repère normé. Si, en plus, les droites sont perpendiculaires, on parle de repère orthonormal. En plus de leur utilité non discutée, au moins par les élèves !, ces repères permettent, entre autre, de justifier des mesures par le calcul.

Des repères orthonormaux sont utilisés au **Cours Moyen.**

D’autres représentations sont utilisées, en mathématiques et dans d’autres disciplines : histogrammes, portions de disques ou « camemberts », diagrammes particuliers, etc.

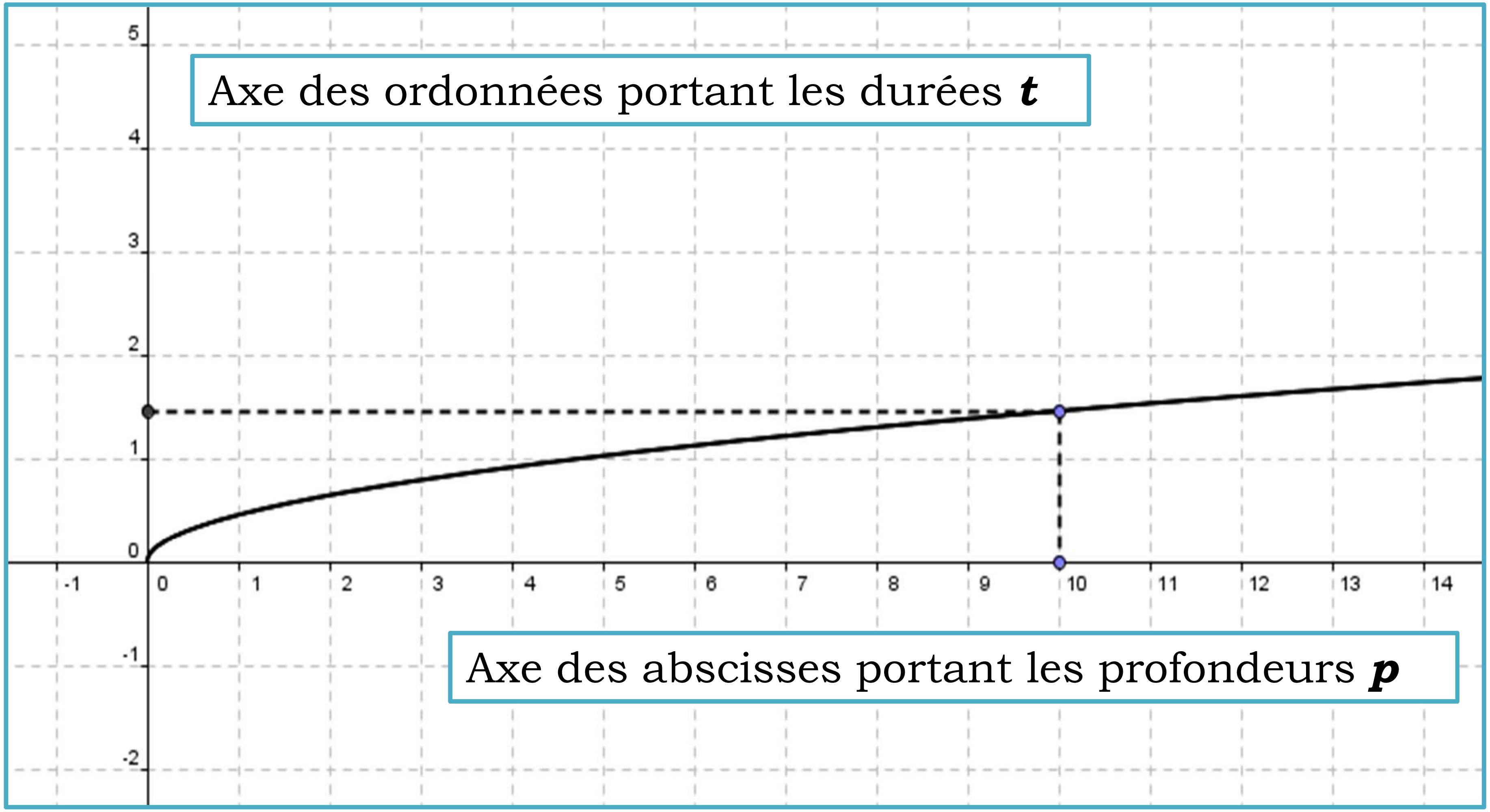
Un exemple de « passage » d'une FORMULE à une FONCTION :
estimation de la profondeur d'un puits.

<u>Expérience</u>. On lâche une pierre dans un puits. Comment estimer sa profondeur ? Un algorithme : « *Compter le nombre de secondes avant d'entendre le « PLOUF » attendu. Multiplier ce nombre de secondes par lui-même, puis par 5* ». Le nombre obtenu donne une estimation de la profondeur.

<u>*On va plus loin maintenant*</u>. Grâce à des mesures expérimentales et à une modélisation plus théorique, les physiciens ont établi la formule suivante : $\boldsymbol{t} = \sqrt{(\boldsymbol{p}/4{,}9)} + \boldsymbol{p}/330$ où $\boldsymbol{p}$ désigne la profondeur du puits (*exprimée en mètres*) et $\boldsymbol{t}$ la durée (*en secondes*) entre le lâcher de la pierre et le moment où on entend « PLOUF ».

- Quelle fonction $\boldsymbol{f}$ peut-on associer à cette formule ? Préciser.
- Calculer les images de 1, 3, 6, 9. (<u>*Indication*</u> *: utiliser la calculatrice et arrondir le résultat au dixième*). Trouver les antécédents de 0,5 ; 1 ; 1,5 ; 1,75.
- Voir la diapositive suivante une représentation graphique de la fonction $\boldsymbol{f}$. (<u>*Exploitation*</u> : *questions données à l'oral*).

Représentation graphique de la fonction $\boldsymbol{f}$ définie à la diapositive précédente.



Du côté des notations ou des écritures :
la question du symbolisme

Actuellement, en fin de collège ou au lycée, le symbolisme le plus utilisé est le suivant :

- On doit préciser l'ensemble de départ, noté E, si ce n'est pas un sous-ensemble de $\mathbb{R}$. Idem pour l'ensemble d'arrivée, noté F, lorsque ce n'est pas un sous-ensemble de $\mathbb{R}$.
- On donne un nom à la fonction : la fonction ***f***, qui modélise la correspondance entre un élément ***x*** (*variable indépendante*) de l'ensemble de départ E et son image ***f(x)*** (*variable dépendante*) dans l'ensemble d'arrivée F.
- *Notation*. Soit ***f*** la fonction considérée.

Lecture : « ***f*** est la fonction définie de E dans F, qui à un élément ***x*** de E fait correspondre l'élément ***f(x)*** dans F ».

$$\begin{array}{llcl} f: & E & \longrightarrow & F \\ & x & \longrightarrow & f(x) \end{array}$$

Dans le cas d'une fonction numérique, c'est-à-dire E = F = $\mathbb{R}$ (*ou un sous-ensemble de* $\mathbb{R}$), la représentation graphique, de cette fonction, dans un repère, est appelée courbe.

C'est l'ensemble des points **M** du plan de coordonnées ***x*** et ***y*** noté **M**(***x*** ; ***y***) où ***y*** = ***f(x)***.

Le nombre ***x*** est alors appelé abscisse et le nombre ***y*** = ***f(x)*** ordonnée de ce point **M**.

Des ***propriétés*** d'une fonction numérique ***f***.

a) La fonction est dite croissante sur un intervalle si, chaque fois qu'on a : ***x1*** ≤ ***x2*** alors ***f(x1)*** ≤ ***f(x2)***. On peut dire aussi que le taux d'accroissement est positif ou que la fonction ***f*** conserve l'ordre.

b) La fonction est décroissante sur un intervalle si, chaque fois qu'on a : ***x1*** ≤ ***x2*** alors ***f(x1)*** ≥ ***f(x2)***. On peut dire aussi que le taux d'accroissement est négatif.

c) La fonction est constante sur un intervalle si, chaque fois qu'on a : ***x1*** ≤ ***x2*** alors ***f(x1)*** = ***f(x2)***. On peut dire aussi que le taux d'accroissement est nul.

Etude d’un autre exemple : « ***la boîte*** »

On dispose d’une plaque de carton rectangulaire de dimensions 80 cm et 50 cm, avec laquelle on veut fabriquer une boîte parallélépipédique, sans couvercle. Pour cela, on découpe dans chaque « coin », un carré de côté $\boldsymbol{x}$.

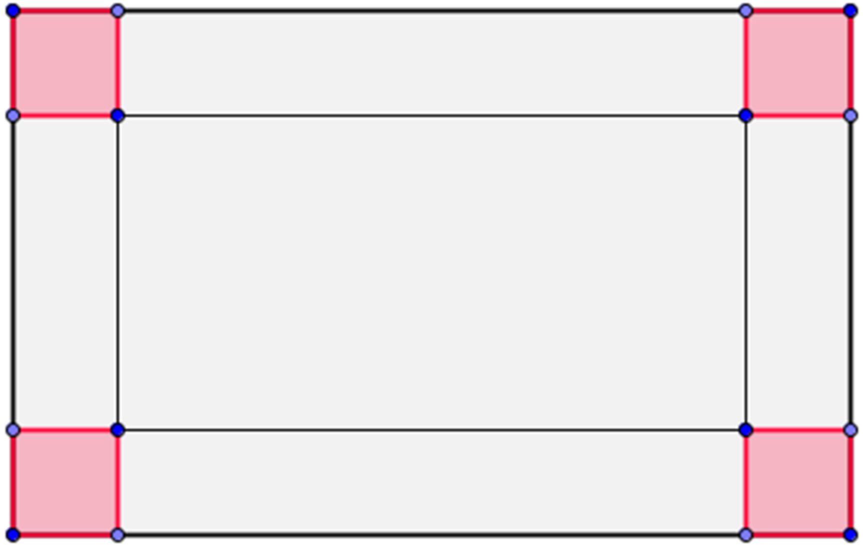
Voir schéma diapositive suivante.

Questions.

- Préciser les valeurs de $\boldsymbol{x}$ qui permettent de réaliser la boîte.
- Calculer en fonction de $\boldsymbol{x}$ le volume $\mathbf{V}(\boldsymbol{x})$ de la boîte ainsi obtenue.
- Y a-t-il une valeur de $\boldsymbol{x}$ qui rend le volume $\mathbf{V}(\boldsymbol{x})$ maximal ? On pourra utilement utiliser une feuille de calcul d’un tableur. Donner alors les dimensions de la boîte.

Exemple traité en ***CM***

La feuille de carton rectangulaire.
Longueur : 80 cm
Largeur : 50 cm



La même feuille avec les « *coins* » découpés.
En pliant comme indiqué dans l'énoncé, on fabrique ainsi la boîte, *sans couvercle*.

Une fonction ***f*** est une ***fonction affine*** sur $\mathbb{R}$ lorsque son expression analytique est de la forme : ***f(x)*** = a***x*** + b.

Sa représentation graphique est alors une droite sécante à l'axe des ordonnées. Le nombre a est appelé coefficient directeur, le nombre b est appelé l'ordonnée à l'origine.

Une illustration avec la « machine à produire des nombres ».

Une fonction ***f*** est une ***fonction linéaire*** sur $\mathbb{R}$ lorsque son expression analytique est de la forme ***f(x)*** = a***x***.

Sa représentation graphique est une droite passant par l'origine du repère (*fondamental !*). Le nombre a est alors appelé coefficient directeur.

Les ***fonctions linéaires*** modélisent toute situation de **proportionnalité**. On y est, enfin !

Oui, mais il y a encore des propriétés fondamentales à mettre en évidence concernant la linéarité.

PROPRIETES caractéristiques d'une fonction linéaire

- Si une fonction f est linéaire, alors $f(0) = 0$. *Autrement dit* : si f est linéaire, alors l'image de 0 vaut 0. Que dire de l'énoncé réciproque ?
- Toute fonction linéaire f vérifie les deux égalités :

$$1.\ f(x+y) = f(x) + f(y)$$

$$2.\ f(\alpha x) = \alpha \times f(x)$$

- Toute fonction linéaire modélise une situation de proportionnalité. Enfin, on y arrive !

~~*Exemples étudiés pendant le CM*~~

Pour terminer cette première partie, on « ouvre ». Il n'y a pas que des fonctions linéaires ou des fonctions affines.
A ce propos, le sujet du concours 2010 fournit un exemple pertinent de cette situation (*Voir les diapositives précédentes*).

DEUXIEME PARTIE : la PROPORTIONNALITE, niveau 1.

Un PREMIER NIVEAU d'ANALYSE

La PROPORTIONNALITE : un DOMAINE "complexe" !

- Typologies des problèmes
- Variété des procédures de résolution, avec des procédures particulières ou spécifiques utilisées dans d'autres disciplines.
- Sensibilité de ces procédures
  - aux grandeurs en relation
  - aux nombres en jeu

Une friandise !

Test : « le problème de Darcos ».

Enoncé. Sachant que 4 crayons valent 2,42 euros, combien coûtent 14 crayons ?

Résoudre cet exercice, justifier la technique employée, proposer ensuite une autre technique de résolution et la justifier.

Débat (*consignes données à l'oral*).

La <u>solution dite « experte »</u>

(*Implicitement, il y a proportionnalité entre nombre de stylos achetés et prix de ceux-ci, heureusement et ouf, sinon, le problème n'aurait pas de sens : il faut le préciser sur la copie du concours ! 0,25pt = 25 places au concours, hihihi…*).

Soit $\boldsymbol{f}$ la fonction linéaire telle que $\boldsymbol{f}(4) = 2{,}42$. On demande $\boldsymbol{f}(14)$. Utilisation des propriétés (*voir diapositives précédentes*).
On a : $\boldsymbol{f}(14) = \boldsymbol{f}(3{,}5 \times 4) = 3{,}5 \times \boldsymbol{f}(4) = 3{,}5 \times 2{,}42 = 8{,}47$.

<u>*Remarque*</u>. Une nouvelle propriété des fonctions linéaires, à partir de l'exemple étudié.

Sachant que la fonction $\boldsymbol{f}$ est linéaire et sachant que $\boldsymbol{f}(4) = 2{,}42$, la fonction $\boldsymbol{f}$ est alors complètement définie. Pour calculer son coefficient directeur, il suffit de calculer $\boldsymbol{f}(4)/4 = 2{,}42/4 = 0{,}605$.

La fonction est donc la fonction $\boldsymbol{f}$, définie sur $\mathbb{R}+$, par $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = 0{,}605 \times \boldsymbol{x}$.

Dans le mot PROPORTIONNALITE, on (sous-)entend PROPORTION, autre mot qui a une longue histoire.

Une première théorie des proportions est déjà développée par EUCLIDE, dans le livre V des *Eléments* (IIIe siècle avant JC).

En résumé, l'égalité de deux « raisons » ou de deux rapports (*nombres ou grandeurs*) est appelée une PROPORTION.

Une situation de proportionnalité met donc en jeu au moins quatre nombres. En effet, deux nombres déterminent un rapport, un quotient, … : dire que deux nombres sont (ou ne sont pas) proportionnels n'a pas de sens.

THEOREME fondamental

Pour que quatre nombres, *non nuls*, forment une PROPORTION, il faut et il suffit que les « ***produits en croix*** » soient égaux. *Notation* : ($\boldsymbol{a/b} = \boldsymbol{c/d}$) équivaut à ($\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{d} = \boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c}$). *Démonstration* : ~~rédigée en CM~~.

Commentaire et conséquence. Dans une PROPORTION, on peut intervertir les nombres (ou les grandeurs) en jeu, du moment qu'on « respecte » les égalités ci-dessus.

<u>Techniques de résolution</u> : retour au « problème de Darcos ».
Cf. document annexe de ce CM.

Les SITUATIONS de PROPORTIONNALITE

- Du côté de la GEOMETRIE. En effet, la proportionnalité s'impose dans la modélisation du monde géométrique. Elle « fonde » le ***théorème de THALES***. *A voir et à revoir, Cf. le CM GEOMETRIE* !!!

- Les situations mettant en jeu des ECHELLES. En effet, une échelle exprime la relation de proportionnalité existant entre des distances sur une carte et des distances réelles.

- Les situations mobilisant les POURCENTAGES.

(i) Un nombre $\boldsymbol{a}$ vaut $\boldsymbol{t}$% d'un nombre $\boldsymbol{b}$ signifie : $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{t}/100 \times \boldsymbol{b}$. On a alors : $\boldsymbol{a}/\boldsymbol{b} = \boldsymbol{t}/100$.

(ii) Augmenter un nombre de $\boldsymbol{t}$% consiste à le multiplier par $(1 + \boldsymbol{t}/100)$. Diminuer un nombre de $\boldsymbol{t}$% consiste à le multiplier par $(1 - \boldsymbol{t}/100)$.

(iii) <u>Taux d'évolution et pourcentage</u>.
Une quantité varie de $\boldsymbol{t}$% lorsqu'on a l'égalité :

((valeur finale) – (valeur initiale)) / (valeur initiale) = $\boldsymbol{t}$/100.

<u>*Vocabulaire*</u> : lorsque $\boldsymbol{t}$ est positif, il s'agit d'une augmentation. Lorsque $\boldsymbol{t}$ est négatif, il s'agit d'une diminution.

- Les situations mobilisant les notions de VITESSE (*moyenne*), de DENSITE, de DEBIT, …

(i) Une VITESSE est le coefficient de proportionnalité entre une DUREE et une DISTANCE.

(ii) Une DENSITE est le coefficient de proportionnalité entre un VOLUME (ou une CAPACITE) et une MASSE.

(iii) Un DEBIT est le coefficient de proportionnalité entre une CAPACITE et une DUREE. <u>*ATTENTION aux UNITES !*</u>

- Autres situations… Voir les TD et les exercices.

Un petit exercice pour terminer.
Et pourquoi pas les « robinets », comme dans le bon vieux temps ?

D’après CRPE, 2003.

<u>Et oui</u> : des fontaines-robinets qui alimentent une piscine…

Un bassin est alimenté par deux fontaines (F1) et (F2) ayant chacune un débit constant. Utilisée seule, (F1) remplit le bassin en neuf heures ; dans les mêmes conditions, (F2) met sept heures pour remplir ce même bassin.

1. Combien de temps serait nécessaire pour remplir le bassin si on utilisait les deux fontaines (F1) et (F2) en même temps ?

2. En laissant couler (F1) pendant quatre heures et (F2) pendant trois heures, la quantité d’eau recueillie au total est de 550 litres. Quelle est la capacité du bassin ? Calculer, en litres par heure, le débit de chacune des deux fontaines (F1) et (F2).

Pistes de solution.

1. (F1) remplit 1/9 de la capacité du bassin en une heure et (F2) remplit 1/7 de la capacité de ce même bassin en une heure. En utilisant les deux fontaines en même temps, en une heure, (F1) et (F2) rempliraient 1/9 + 1/7 = 16/63 de la capacité totale du bassin. Soit ***t*** la durée pour remplir le bassin avec (F1) et (F2), on a alors la correspondance suivante : 1 h pour 16/63 de la capacité et ***t*** h pour 1 (= 63/63). Il faut donc 63/16 heures pour remplir le bassin.
   On convertit : **63/16 h** = … = **3 h 56 min 15s**.
2. Soit ***V*** la capacité du bassin. Débit de (F1) = ***V***/9 et débit de (F2) = ***V***/7, en ***L***/***h***. D'où la relation : 4 × ***V***/9 + 3 × ***V***/7 = 550, …, ***V*** × 55/63 = 550, d'où ***V*** = **630** (L). D'où les débits de chaque fontaine : débit de (F1) = 630/9 = **70** (***L***/***h***) et débit de (F2) = 630/7 = **90** (***L***/***h***).

Voilà pour ce CM sur l'ALGEBRE, les FONCTIONS et la PRORTIONNALITE de l'UE11.

Des TD seront consacrés à une mise au point et à une étude détaillée des types de problèmes et des techniques y afférant.

Y seront développées d'autres notions sur l'ALGEBRE, les FONCTIONS et sur la PROPORTIONNALITE.

Il y a DONC encore *mucho*, *mucho* travail !!!