

« EVAL – CP », Septembre 2017
Analyses et Pistes de travail

Patrick WIERUSZEWSKI

Université ORLEANS, ESPE CVL, site de BLOIS

BLOIS, novembre 2017

SOMMAIRE, accompagné des habituelles FRIANDISES !

- Analyses des items et des exercices, *débats...* ;
- Compléments théoriques ;
- Pistes de programmation sur le niveau CP, brochure-support : « *Les essentiels CP, ERMEL* » (*Quinze situations pour l'apprentissage de la NUMERATION et du CALCUL*), IFE – ENS Lyon ;
- Ouvertures et conclusion...

Une précaution et un principe PW : pas de remise en cause de cet « *exercice* » institutionnel.

Une lecture (éventuellement) conseillée, complémentaire et non orthogonale au travail d'aujourd'hui !

Article du *Café Pédagogique* : « *Analyse du langage dans les évaluations CP en Maths* », F. Diuzet (*blog privé*).

Situation de départ : septembre 2017, l'élève rentre au CP, il « passe » son EVAL, dans un scénario fixé.

Premières questions. A ce moment de l'année, quel est son rapport à l'écrit ? Quel est son rapport au langage parlé et au langage écrit ? Quelle(s) articulation(s) entre le langage du PE, modulo les nombreuses consignes de passation et celui de l'élève ?

Éléments de réponse. On peut en trouver dans l'article référencé à la diapositive précédente, surtout dans le domaine du langage.

Retour aux Mathématiques et à la Didactique des Mathématiques. C'est l'objet de notre travail en commun.

Le mot « tâche » est synonyme du mot « objectif » dans les développements du cahier de consignes.

Exercice 1

Entoure les nombres dictés par le maître ou la maîtresse.



5	10	9	6	8
---	----	---	---	---



4	1	3	7	2
---	---	---	---	---



8	6	10	2	4
---	---	----	---	---



5	3	7	9	1
---	---	---	---	---



9	3	2	4	7
---	---	---	---	---

Tâche (*mathématique*) déclarée : « Associer un nombre « DIT » à son écriture (*usuelle*) chiffrée ».

Éléments d'analyse, *débat*.

Tâche standard, classique, attendue.

Quelle(s) technique(s), basée(s) sur quelles connaissances, pour la réussir ?

Réussite *éventuellement* polluée par la disposition ligne par ligne, avec des « cases » en ligne, repérées par un symbole « *familier* » (?).

Consigne longue, répétitive et paramétrée par beaucoup de codes (*deux couleurs, plusieurs « entourages » sur une même ligne, plusieurs lignes avec des consignes différentes, ...*).

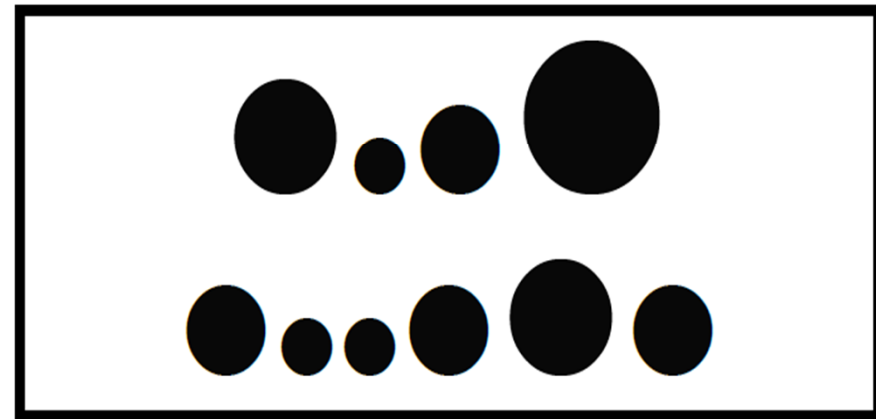
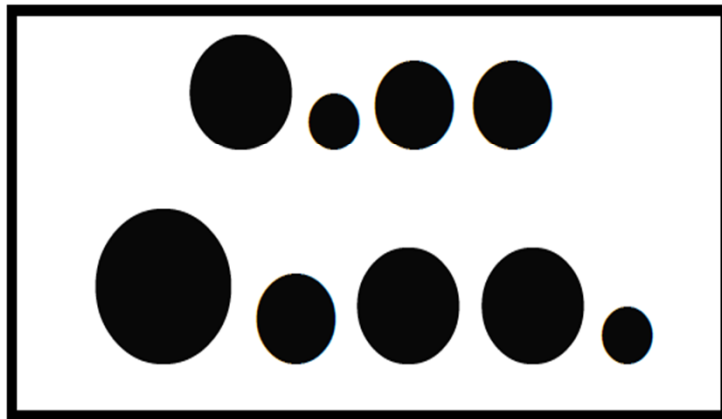
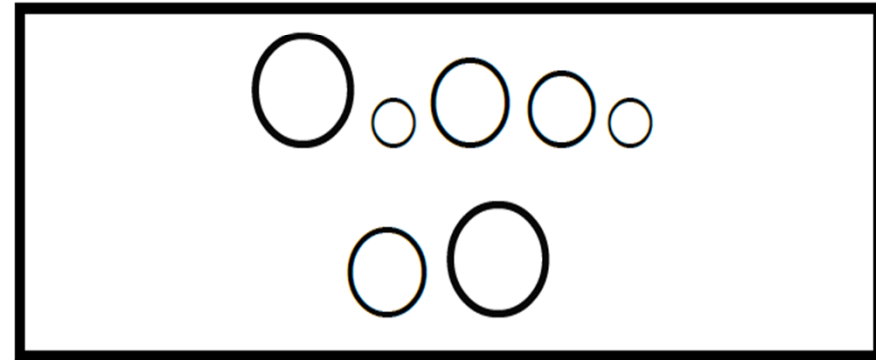
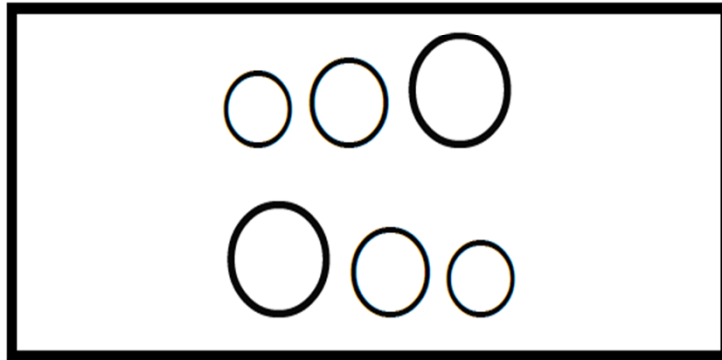
Réussite *potentiellement* polluée par la « dualité » CHIFFRE (= connaissances des élèves) et NOMBRE (consigne du PE).

Etude ligne par ligne (*oral*) : caractéristiques des nombres proposés, pas de nombre supérieur à « 10 », ...

Exercice 2

Ligne de l'étoile : entoure la collection qui a le plus de jetons blancs.

Ligne du soleil : entoure la collection qui a le moins de jetons noirs.



Tâche (*mathématique*) déclarée : « Comparer des quantités ».

Éléments d'analyse, *débat*.

Tâche standard, classique, attendue, usuelle, sous cette présentation (?). Collections discrètes, « objets ressemblants ».

Quelle(s) technique(s), basée(s) sur quelles connaissances, pour la réussir ? C'est la question : on ne demande pas la valeur du cardinal de chaque collection ; donc, ce qui semble attendu, c'est une procédure NON-numérique.

Qu'a-t-on le droit de faire ?

Correspondance terme à terme, avec « traces » de cette correspondance ? Quel contrôle ?

Autre technique : réorganisation (*en ligne*) de la collection, puis, comptage et comparaison ?

Autre technique : comparaison visuelle « directe » ? (*Peu réaliste, vues les « tailles » des collections*). *Légitimité ?*

Exercice 3 : « les ballons »... trois items. Consigne délicate...

Tâche (*mathématique*) déclarée : « Comparer des quantités ».

Éléments d'analyse, *débat*.

Tâche standard, classique, attendue, usuelle (?). Collections discrètes, « objets ressemblants » pour chaque collection.

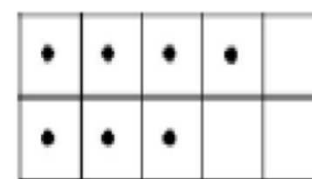
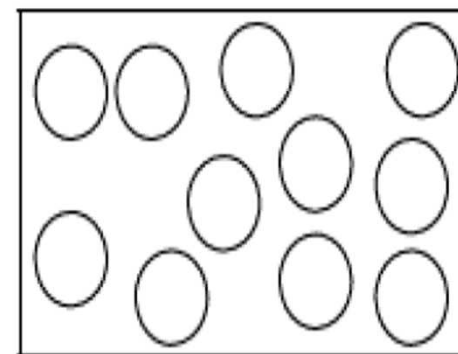
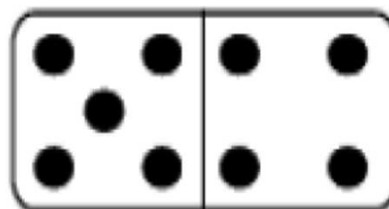
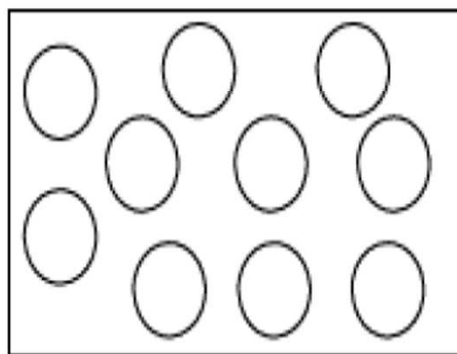
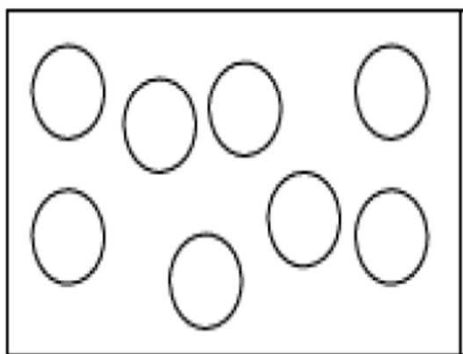
Quelle(s) technique(s), basée(s) sur quelles connaissances, pour la réussir ? *C'est la question* : on ne demande pas la valeur du cardinal de chaque collection ; donc, ce qui est attendu là aussi, c'est une procédure NON-numérique. Quel contrôle ?

Qu'a-t-on le droit de faire ? Cf. diapositive précédente.

Tâches de comparaison sans référence explicite aux NOMBRES, quid des « outils » : « pointage », file numérique, ... ? Sont-ce des tâches de COMPARAISON ?

Exercice 4 : trois items, « étoile », « cœur », « soleil ».

Barre le nombre de jetons indiqué sur les cartes en dessous des collections.



Tâche (*mathématique*) déclarée : « Dénombrer les quantités en associant différentes représentations du nombre ».

Éléments d'analyse, à débattre.

Tâche mobilisant différentes représentations standards des (*petits*) nombres : *représentations digitales, constellations, cartes à points, ...*

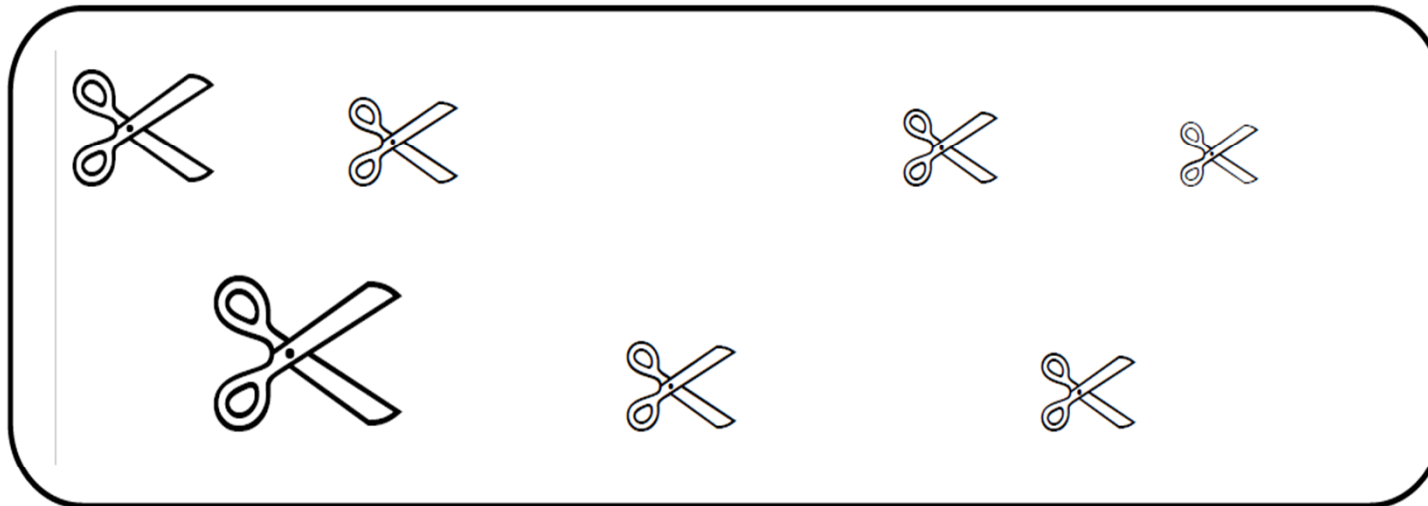
Quelle(s) technique(s), basée(s) sur quelles connaissances, pour la réussir ? *C'est la question* : on ne demande pas la valeur du cardinal de chaque collection ; donc, ce qui est attendu, c'est une procédure NON-numérique. *Légitimité ?*

Qu'a-t-on le droit de faire ? Cf. diapositive précédente.

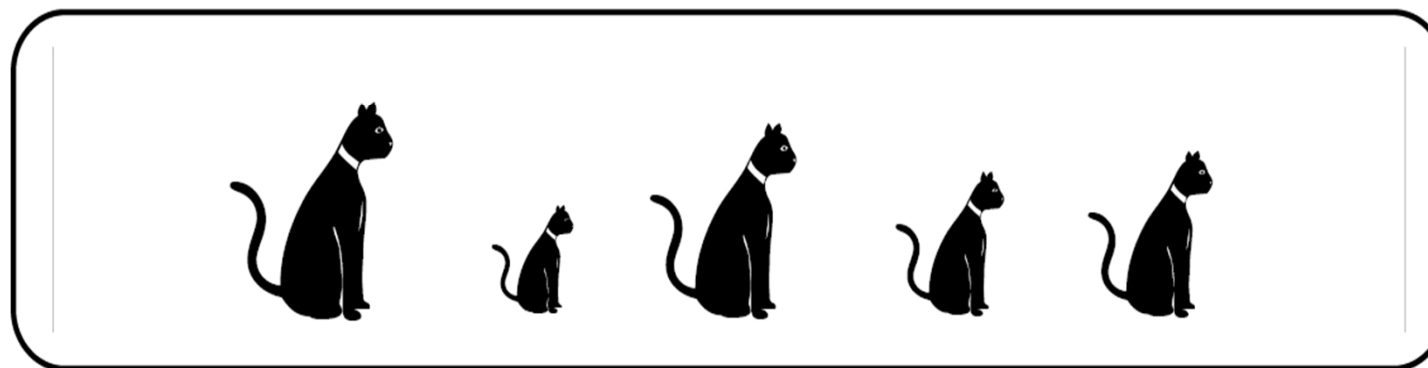
Tâches de comparaison sans référence explicite au(x) NOMBRE(S), quid des « outils » : « pointage », file numérique, ... ? Sont-ce des tâches de COMPARAISON ?

Exercice 5

Compte tous les ciseaux et inscris leur nombre dans la case.



Compte tous les chats et inscris leur nombre dans la case.



Tâche (*mathématique*) déclarée : « Dénombrer une quantité ».

Éléments d'analyse, à *débattre*.

Tâche banale, classique, attendue, usuelle, sous cette présentation. Collections discrètes.

Technique : utilisation de la suite orale des nombres de « *un en un* » avec arrêt. *Légitimité ?*

Rien de particulier à signaler. Cardinaux inférieurs à 10. Insuffisant en fin de GS ou en début de CP : il faut dénombrer des collections discrètes de cardinal (*bien*) supérieur à 10.

Aucune erreur attendue dans le codage de la correction : oui, c'est une exigence minimale !

Prolongement : une bonne question ! Est-il nécessaire de « *savoir compter* » pour DENOMBRER ? Est-il suffisant de « *savoir compter* » pour DENOMBRER ?

Exercice 6

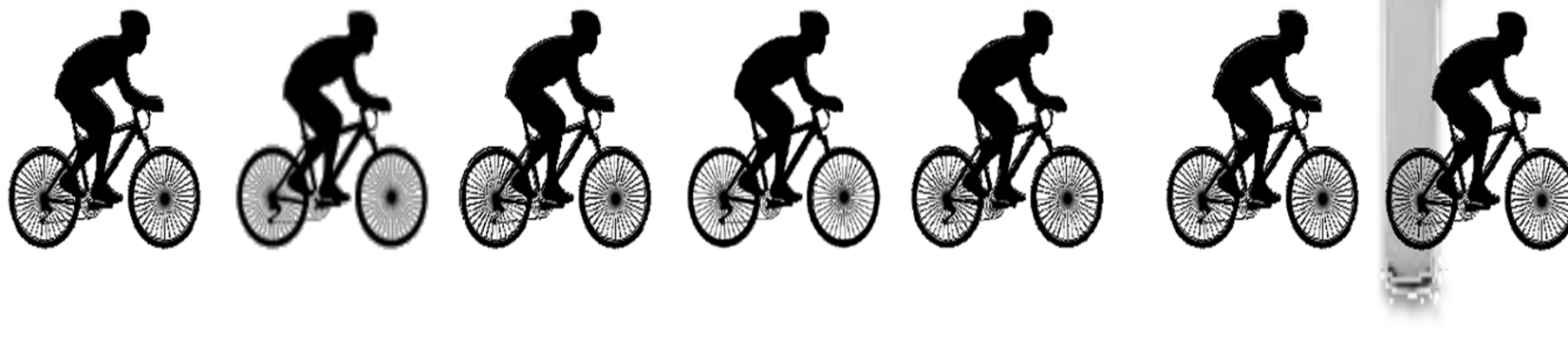
Barre en rouge le cycliste qui est le premier de la course.

Entoure en vert le sixième cycliste.

Barre en bleu le dernier cycliste.

Fais une croix rouge au-dessus du troisième cycliste.

Fais une croix bleue sous le quatrième cycliste.



Dans l'analyse de la tâche, on néglige les difficultés langagières et les « soucis » de consigne : couleurs et actions (*entourer, barrer, faire une croix*), qui ne sont pas négligeables. Par exemple : le « premier » est « à l'envers » de la comptine...

Tâche (*mathématique*) déclarée : « Identifier les informations spatiales pour situer des objets les uns par rapport aux autres dans un contexte donné. Connaître des marqueurs spatiaux »??? (Note de *PW* : ça, c'est de la tâche !)

Éléments d'analyse, *débat*.

Tâche pertinente, mais quelle adéquation entre tâche et objectif ? On parle du « *premier* » : dimension ordinale du nombre ; l'élève doit savoir que le « *premier* » est aussi celui qui est « *devant* », sous la banderole d'arrivée ; on a une double approche ordinale et spatiale. Liens ?

Technique : ???

Exercice 7

Continue la suite des dessins

Pas aussi « simple » que ça : tâche standard, mais réussites non évidentes ! De fait, beaucoup d'échecs, a priori inattendus...



Exercice 8

Pierre a 5 bonbons, on lui en donne encore 3. Combien Pierre a-t-il de bonbons maintenant ?

5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	----

Mélanie a 6 crayons. Elle en donne 2 à son frère. Combien a-t-elle de crayons maintenant ?

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

À l'infirmierie du zoo, il y a 3 éléphants, 2 girafes et 5 ours. Combien y a-t-il d'animaux à l'infirmierie du zoo ?

5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	----

Tâche (*mathématique*) déclarée : « Recomposer mentalement (*par composition ou par décomposition*) des petites quantités pour résoudre un problème ».

« Objectif » non adéquat avec la tâche. Les exercices ou plutôt les questions proposées ne relèvent pas des recompositions !

Au sens de Vergnaud, on a deux problèmes de transformation (*une positive et une négative*), connaissant la situation initiale et un problème de relation « parties-tout ».

Complément théorique : Vergnaud vs Singapour vs Boule vs ERMEL...

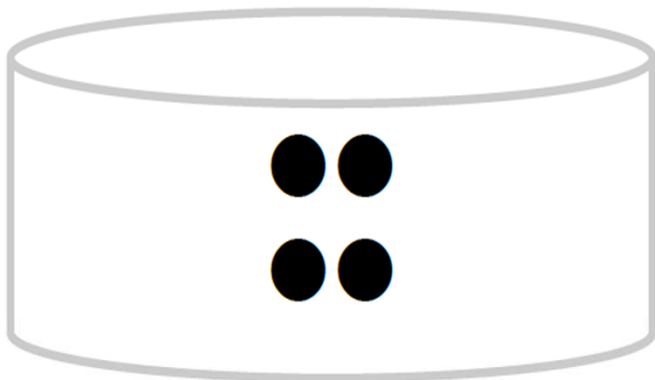
On peut débattre sur l'utilité des cellules donnant des réponses possibles (*nombres écrits dans l'ordre*)...

Technique(s) : « opérations » classiques ou surcomptage/décomptage ou... *Légitimité ?*

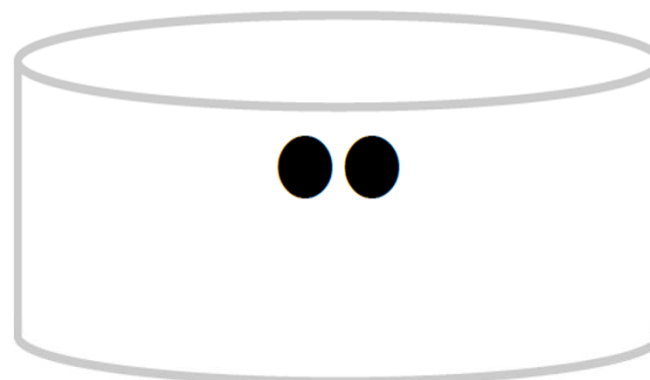
Exercice 9

Il y a des jetons dans chacune des 4 boîtes.

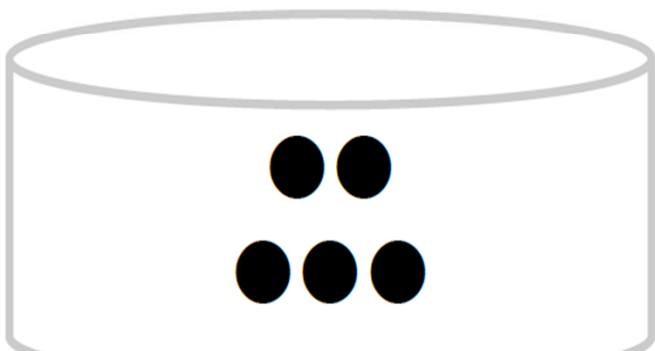
Le maître a déjà mis 4 jetons dans la boîte.
Continue de remplir la boîte pour qu'il y ait exactement 6 jetons.



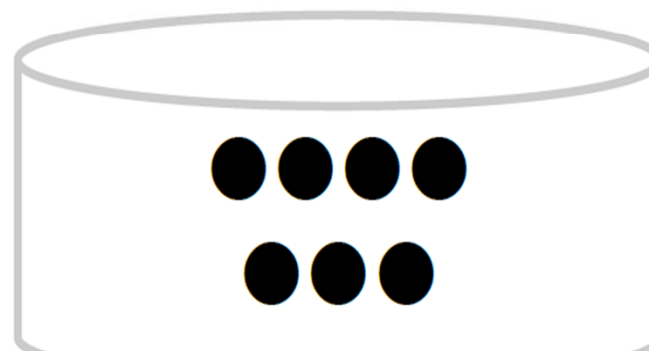
Le maître a déjà mis 2 jetons dans la boîte.
Continue de remplir la boîte pour qu'il y ait exactement 7 jetons.



Le maître a déjà mis 5 jetons dans la boîte.
Continue de remplir la boîte pour qu'il y ait exactement 9 jetons.



Le maître a mis 7 jetons dans la boîte.
Barre le nombre de jetons qu'il faut retirer pour qu'il reste exactement 5 jetons.



Tâche (*mathématique*) déclarée : « Constituer une collection dont le cardinal est donné en modifiant une première collection ».

Objectif non adéquat avec la tâche. Au sens de Vergnaud, on a quatre problèmes de transformation, connaissant la situation initiale et la solution finale. On doit chercher la valeur de la transformation.

Complément théorique (bis) : Vergnaud vs Singapour vs BOULE vs ERMEL...

Technique(s) : opérations « à trou » classiques ou surcomptage/décomptage ou... *Légitimité ?*

Question non traitée : rôle et statut du cahier de consignes, *débat*.

Cf. diapositive suivante pour une première conclusion...

Questions en vrac (non exhaustivité !)...

- Quelle construction du nombre est « pistée » dans cette EVAL ? Convergence avec les attendus de fin de GS ?
- Les nombres en jeu sont « petits » : pourquoi ?
- Quelle(s) relation(s) arithmétiques entre les nombres sont mobilisées pour résoudre les tâches demandées ?
- En quoi le nombre est-il « OUTIL » de résolution de problèmes ?
- Pourquoi pas d'interrogation(s) dans d'autres domaines, en particulier, celui des GRANDEURS, celui de la GEOMETRIE (*au sens de la Maternelle*) ?

COMPLEMENTS THEORIQUES PERSPECTIVES pour les années de CP et de CE1

Cf. Diaporama(s) « FodeFo Maternelle » : *construction du nombre*

Une modélisation théorique actuelle et consensuelle repose sur le fait que l'enfant accède au nombre après avoir pratiqué des activités de comparaison sur des collections discrètes où la correspondance terme à terme est LA technique idoine.

Avec deux cas possibles :

- (i) Il y a correspondance et dans ce cas, les collections discrètes sont dites équipotentes = elles ont le même CARDINAL. (*Pas toujours facile à déterminer !*).
- (ii) Il n'y a pas correspondance. Dans ce cas, la question du « combien en plus » ou du « combien en moins » devient la question centrale mobilisant cette fois de « petits » nombres.

Piste défendue : privilégier les activités du paragraphe (ii) !

Une définition-propriété (*provisoire, mais opératoire*) du NOMBRE ENTIER peut alors être :

« *Un nombre entier naturel est LA propriété commune à TOUTES les collections discrètes entre lesquelles on peut établir une correspondance terme à terme* ».

Corollaire. Pour donner du sens à la locution « AUTANT QUE », il est donc nécessaire de travailler, *en amont*, sur les locutions « (de) PLUS (que) » ou « (de) MOINS (que) ».

FRIANDISE : une origine de la graphie actuelle des « *chiffres* ».

Tâche. Construire un CARRE et tracer ses DIAGONALES. En surlignant des côtés et une ou les diagonales, mettre en forme les « *chiffres* » de base de la numération décimale de position. Sympa !

PERSPECTIVES...

Quelle construction du NOMBRE (*OUTIL et OBJET*) à tous les niveaux de classe de l'école au lycée ? On débute donc à l'articulation GS – CP.

Les aspects à étudier

1. Aspect dit « algorithmique » ;
2. Aspect lié aux « groupements » ou aux « paquets » ;
3. Aspect lié aux « échanges » ;
4. Aspect dit « opératoire » : *numération et calcul*, une première liaison forte ; *résolution de problèmes*, une deuxième liaison forte.

Cf. les travaux du matin : type de tâches à explorer pour chacun des aspects et techniques associées. Un exemple : Cf. diapositives suivantes.

Les quinze situations essentielles (*trois par période*), décrites par des objectifs notionnels. *Source : Brochure HATIER*

Utiliser les NOMBRES
pour « mémoriser » des
quantités

Le ROBOT

Utiliser les NOMBRES
pour comparer

Les boîtes alignées, les
boîtes superposées

P1 : les NOMBRES
pour MEMORISER

Utiliser les NOMBRES
pour constituer une
collection équipotente

Les MOSAIQUES

Développer les premières
procédures de CALCUL

La BOITE NOIRE

Anticiper le résultat d'un
problème additif

Le NOMBRE-CIBLE

P2 : les NOMBRES
pour ANTICIPER

« Formaliser » le signe
opérateur de l'addition
dans la résolution de
problèmes

La CALTOSSS

Distinguer
NUMERATION écrite et
NUMERATION orale : les
INVARIANTS et les
régularités à l'écrit

Le Jeu du CHATEAU

Effectuer des
ECHANGES

Maisons à CONSTRUIRE

P3 : DECOUVRIR les
« règles » de la
NUMERATION écrite

DISTINGUER Valeur et
Quantité

Jeux avec la monnaie

Effectuer des
ECHANGES « 10 contre
1 » et « 1 contre 10 »

Le Jeu du BANQUIER

Effectuer des
GROUPEMENTS pour
QUANTIFIER

Les FOURMILLIONS

P4 : UTILISER
les « règles » de la
NUMERATION écrite

« Constituer » une
collection avec unités et
dizaines

CARRELER une pièce

Calculer avec des
dizaines (*entières*)

Le Jeu du BANQUIER

Elaborer la technique
opératoire de l'addition

CARRELER une maison

P5 : Vers les
TECHNIQUES de
CALCUL...

Suite du cadre précédent

ROLLERS

FRIANDISE... d'après le site *Primaths*



Les enclos des moutons

La nuit approche.

Il faut protéger nos moutons du loup qui rôde, en construisant des enclos.

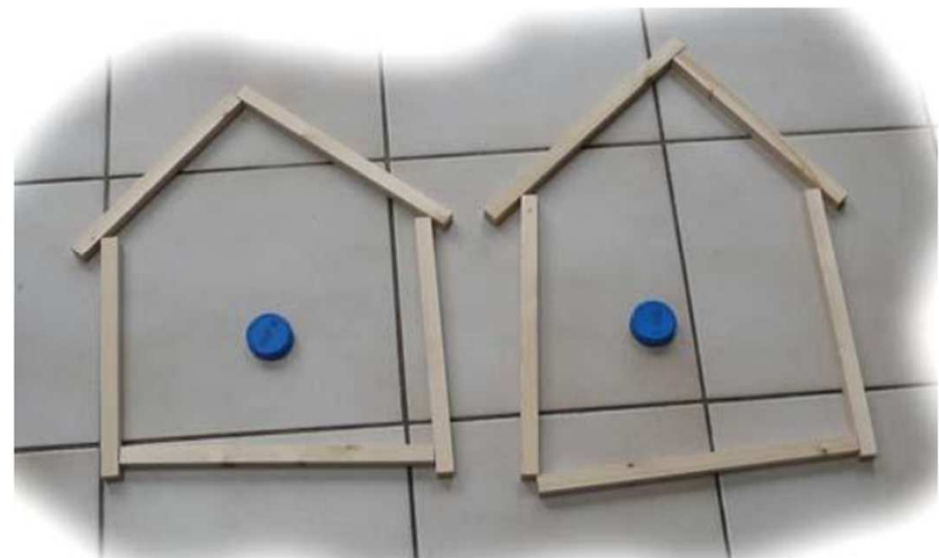
Les enclos doivent être fermés, mais, par chance, le loup est vieux et ne peut plus sauter par dessus les barrières. On peut se contenter de barrières basses.

En revanche, les moutons sont capricieux, ils passent leur temps à se battre. Il faut donc les séparer : chaque mouton dans son enclos bien fermé.

Dans un premier temps, on construit des enclos librement à l'aide de baguettes de bois.

Il n'y a pas de contrainte mathématique forte, on vérifie seulement que les enclos sont bien fermés.

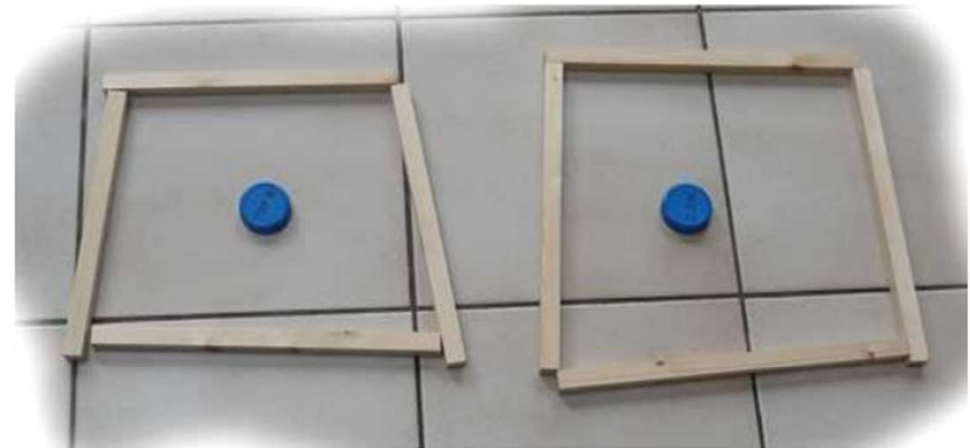
Le loup ne doit pas pouvoir entrer.



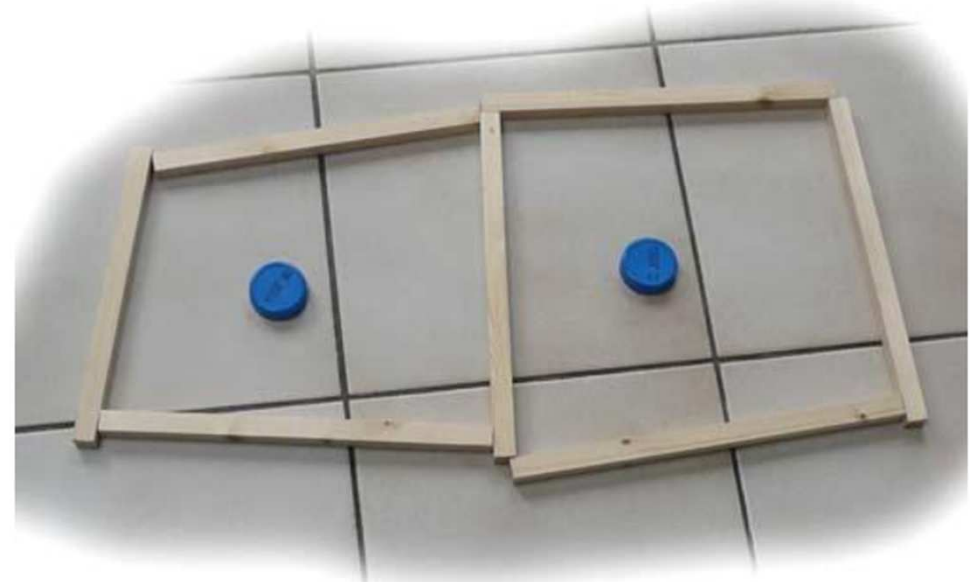
Le vrai problème surgit si le nombre de baguettes est limité.

On n'a que 8 barrières.

Peut-on protéger 2 moutons ?



Et si l'on n'a que 7 barrières ?



Nombre minimum de barrières pour sauver les deux « gentils » moutons ?
Prolongements...

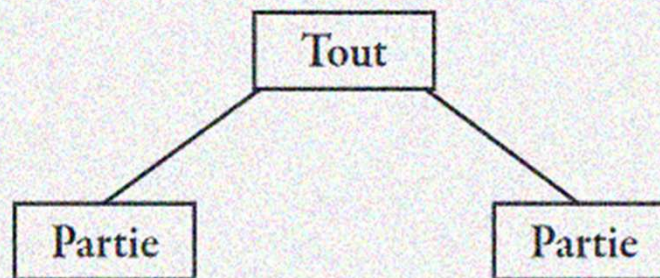
La méthode de Singapour au C.P et C.E.1. : Le concept des « parties dans le tout » (Whole-part)

La méthode de Singapour propose en effet un chapitre préliminaire aux notions d'addition et de soustraction, de multiplication et de division : il introduit les notions de « tout » et de « partie » à l'aide d'un schéma de lien entre les nombres (ou, selon l'usage des professeurs qui utilisent actuellement en France la méthode de Singapour, le « mariage de nombres »).

Dès lors, les quatre opérations ne sont que les différentes facettes de deux problèmes fondamentaux :

- 1) Comment connaître le tout quand on connaît les parties ? (addition et multiplication)
- 2) Comment connaître une partie quand on connaît le tout ? (soustraction et division).

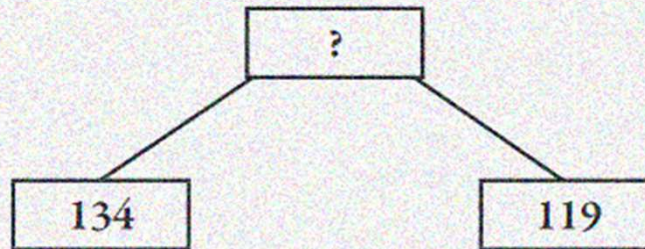
Les élèves représentent les situations de « parties dans le tout », à l'aide d'un schéma présenté comme suit :



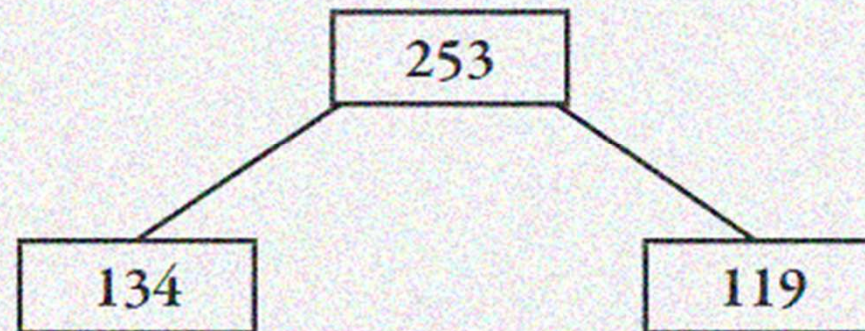
Considérons le problème suivant :

134 filles et 119 garçons participent à une compétition sportive. Combien d'enfants en tout participent à la manifestation ?

En utilisant le schéma de lien entre les nombres (ou « mariage de nombres »), nous obtenons :

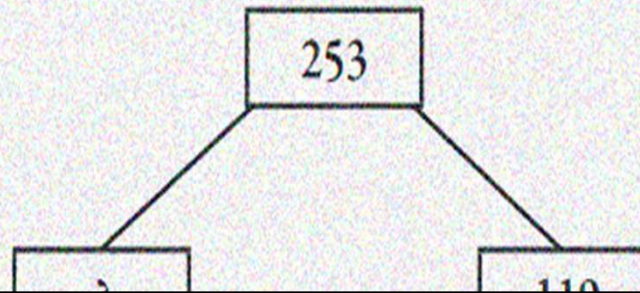


Je connais les deux parties, je ne connais pas le tout, je fais une addition.



Lorsqu'une partie n'est pas connue, je fais une soustraction :

253 enfants participent à une rencontre sportive, 119 d'entre eux sont des garçons, combien y a-t-il de filles ?



Commentaires et Questions ?

PW. N'y aurait-il pas des OUBLIS structurels dans cette « modélisation » (Cf. diapositive suivante) ? Ou bien est-ce « voulu » ? Dans ce cas, pourquoi ? *Débat...*

PW. Nos « anciens » n'ont-ils pas mis en forme d'autres modélisations plus « consistantes » ? Lesquelles ? *Débat...*

Pour résumer, voici les principales qualités de la méthode par modélisation :

- 1) Elle offre aux élèves un outil pour la résolution de problèmes de différentes structures.
- 2) Le « modèle » montre explicitement la situation mathématique en jeu.
- 3) Le modèle permet de visualiser les quantités connues et inconnues (tout ou partie, tout ou parties, différence), afin de déterminer quelle opération utiliser (addition, soustraction, multiplication ou division) pour résoudre le problème.
- 4) Ainsi, chacune des quatre opérations mathématiques se comprend l'une par rapport à l'autre : addition/soustraction et multiplication/division.

Visiblement, il y a du « travail ». Bon courage et MERCI !