

Organisation et Gestion de Données, cycle II
« Fil rouge » : une entrée par les PROBLEMES
Etude de quelques questions d'enseignement

Patrick WIERUSZEWSKI
Université Orléans, ESPE CVL, BLOIS
GCD de MATHEMATIQUES

Circonscription ORLEANS Sud
Collège MONTESQUIEU. Avril 2015

RESOLUTION de PROBLEMES : quelques QUESTIONS INITIALES...

- 1) Qu'est ce qu'un (*bon !*) PROBLEME (*dans le cadre de la scolarité obligatoire*) ?
- 2) Sa « place » dans les programmes et plus particulièrement dans le domaine OGD.
- 3) Le « pourquoi » de la résolution de problèmes ? *Bien avant la question du « comment » !* Etude d'exemples OGD.
- 4) Du côté des procédures : un exemple et une analyse. Une classification et une typologie des problèmes.
- 5) Une démarche de résolution de problèmes.
- 6) Un inventaire et quelques éléments d'analyse de difficultés potentielles rencontrées par les élèves dans la résolution d'un problème.

Qu'est-ce qu'un **PROBLEME**, dans le cadre scolaire ?

Jean Brun, Revue (suisse) Math-Ecole, n°41

- « C'est une « situation initiale » (*au sens large, donc peu précis !*), avec un **but** à atteindre demandant à un sujet d'élaborer une suite d'actions ou d'opérations pour atteindre ce but ».
- « Il n'y a PROBLEME que dans un rapport « sujet – situation » où la solution n'est pas (*nécessairement*) disponible d'entrée, mais elle est possible à construire ».

Commentaires **PW**.

- (i) Une même « situation » peut être un problème pour un élève et ne l'est pas pour d'autres.
- (ii) D'autres acceptions, sur le territoire de la psychologie convergent vers cette « *définition* », qui demande quand même quelques explicitations : « (...) *il faut découvrir des relations, développer des activités d'explorations, formuler des hypothèses, vérifier la ou les solutions produites et enfin mettre en forme cette ou ces solutions (...)* ».

Analyses et exemple contextualisé : ça vient tout de suite !

Une illustration du chemin à parcourir : *it's a long way...*
De la Maternelle au CE1 et bien plus si...
Un exemple, de la « METEO » aux « TABLEAUX »

A partir d'un rituel (*presque ?*) immuable en Maternelle :
la METEO

Question : En quoi cette activité « fonctionnelle » (= un rituel) structurant le TEMPS et l'ESPACE peut-elle favoriser ou mieux, développer des *apprentissages mathématiques* ?

Et accessoirement illustrer le *long way* en question ?

SITUATION banale, voire quotidienne...

Les élèves complètent chaque jour le « tableau » METEO.

Bon d'accord !

Les variables de situation peuvent être :

- Ne s'intéresser qu'à un paramètre : le « temps dominant » ;
- OU, s'intéresser à plusieurs paramètres ; OU, autre...

SUPPORT : quel matériel didactique ?

L	Ma	Me	J	V	S	D
Tps dom.	Tps dom.	Tps dom.	Tps dom.	Tps dom.	Tps dom.	Tps dom.

	L	Ma	Me	J	V	S	D
Soleil							
Pluie							
Nuage							
...							

Et voilà des Mathématiques qui débarquent ! *Ah bon !*
Concertum COPIRELEM, tome 1

PRINCIPE : pour chaque quinzaine, pour chaque mois, faire apparaître le « nombre » de jours de Soleil, de Nuage, de Pluie, de Neige, ou ?...

Classe(s) privilégiée(s) : à partir de la MS.

MATERIEL : un tableau « type » HISTOGRAMME ou une ABAQUE (tiges avec des jetons « couleurs ou formes »).

6				
5				
4				
3				
2				
1				
	Soleil	Nuage	Pluie	...

Quelques questions ou pistes d'interrogations

- Dans un mois donné, quel type de temps a-t-il fait le plus souvent ? Activité de rangements des « types » de temps selon leur fréquence.
- Comparaison quantitative : combien de jours d'un tel « type » de temps ? Combien de jours de plus d'un « type » de temps par rapport à un autre ? Deux techniques de COMPARAISON : à l'aide des carreaux (*aspect cardinal*) ou à l'aide de la file numérique (*aspect ordinal*). Didactique : liens entre « deux après » et « deux de plus », idem dans l'autre « sens ».
- Pour aller plus loin : avec plusieurs « histogrammes », on peut rechercher le mois le plus pluvieux ou le plus ensoleillé ou ... *Tout ça pour préparer une future vocation de miss Météo sur Canal ×, tant qu'à faire, hihhi ! Un peu de sérieux...*
- Activité fonctionnelle qui a sa place au CP : proposer un prolongement, dans les cadres numérique, graphique, géométrique, ...

Résoudre un problème à partir d'un tableau

En passant par le CP,
Manuel Cap Math

- 1 Pendant 4 jours, un centre de loisirs propose aux enfants quatre ateliers: peinture, masques, photos et orientation. Les enfants peuvent choisir un atelier chaque jour. Le directeur du centre a réalisé ce tableau:

	peinture	masques	photos	orientation
lundi	10		15	5
mardi	10	10	15	5
mercredi	15	10	5	10
jeudi	15			10



- Combien d'enfants participent à l'atelier **peinture** le mardi ?

..... enfants

- Quel jour y a-t-il 5 enfants à l'atelier **photos** ?

C'est le

- Cette semaine, est-ce qu'il y a eu plus d'enfants à l'atelier **masques** ou à l'atelier **orientation** ?

.....

- Quel jour n'y a-t-il personne à l'atelier **masques** ?

C'est le

- Combien d'enfants participent à l'atelier **orientation** pendant la semaine ?

..... enfants

Bon PROBLEME : *pourquoi* ?

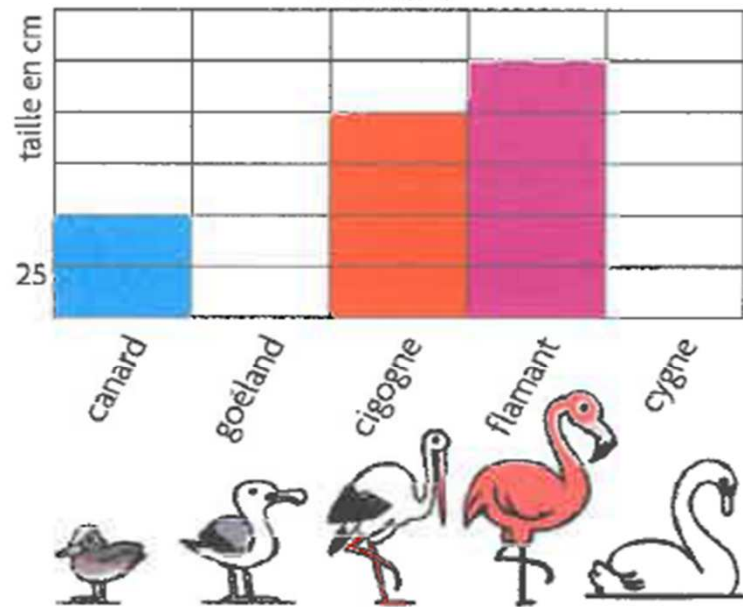
Lire un tableau et un graphique

Jusqu'en fin de CE1...
Manuel Cap Math

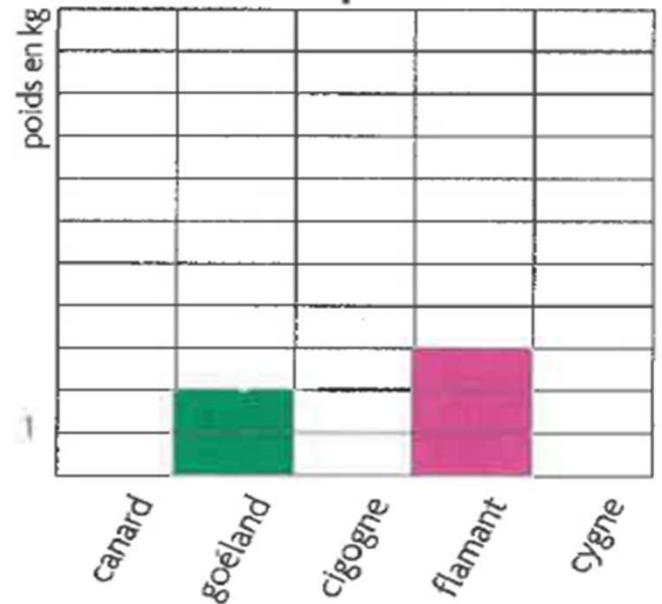
1 Complète le tableau et les deux graphiques.

	taille	poids	longévité
Cigogne blanche		3 kg	26 ans
Canard à front blanc	50 cm	1 kg	19 ans
Cygne tuberculé	75 cm	10 kg	20 ans
Flamant rose			13 ans
Goéland marin	75 cm		20 ans

Les tailles



Les poids



Bon PROBLEME, bis : *pourquoi?*

Une première respiration : débat sur le *long way*...

L'objectif de l'OGD, à partir du Primaire jusqu'à la fin du Lycée, doit pédagogiquement être pensé en termes de « formation » du futur citoyen adulte qui devra décrypter l'abondante « information » à laquelle il sera confronté.

Du coup, quelles spécificités au Primaire ? Une réponse : un regard du côté des programmes du collège. Et donc, au collège, il s'agit :

- d'une part de continuer à initier les élèves de collège à la lecture, à l'utilisation et à la production de tableaux, de représentations graphiques. SUITE du Primaire...
- d'autre part de mettre en place les premiers outils de la statistique descriptive, en particulier la notion de résumé statistique à partir de l'étude de quelques caractéristiques de position et de dispersion. SPECIFICITES du Collège...

Enfin, dans les programmes 2008, essentiellement au cycle III, on distingue clairement les activités « propres » d'OGD de l'utilisation en acte des compétences des élèves concernant l'OGD pour résoudre des problèmes.

Comment cette distinction est-elle prise en compte dans les fichiers et dans les manuels ? Cf. Conf. Péda. Cycle III...

CP	CE1
Organisation et gestion de données	
Lire ou compléter un tableau dans des situations concrètes simples.	Utiliser un tableau, un graphique. Organiser les informations d'un énoncé.

Qui dit OGD, dit DONNEES, avant ORGANISATION et GESTION, et donc ?

Question : qui les donne ces données à « organiser » et à « gérer » ?

Principe pédagogique : la « fabrication », la constitution d'une banque de données fait partie intrinsèque du « chapitre » OGD.

Question pour le PE : quelles données pour quels traitements, au cycle II ?

Quelques définitions « communes »...

L'OGD ont pour but de permettre d'accéder le plus rapidement possible à une (*certaine*) information afin de pouvoir l'utiliser pour réfléchir ou agir.

En situation scolaire, il s'agit donc d'apprendre progressivement à trier des données, à les classer, à lire ou à produire des tableaux, des graphiques et à les analyser.

Le « TABLEAU ». Tout le monde croit savoir, mais y a t-il UNICITE de forme d'un « tableau » (*générique*) ?

Quelques exemples emblématiques : *quadrillages droits et obliques, réseaux à mailles quadrillées, pointées et jeux, « vrais » tableaux « à double entrée », fenêtres d'écran et feuilles de calculs, ...*

Fonctions d'un tableau (*générique*).

Un tableau sert essentiellement à organiser des données ou à y accéder rapidement à partir du moment où on sait l'ordonner et le lire !

Généralement, il possède des *LIGNES* et des *COLONNES*.

Tâches élémentaires : renseigner le tableau et lire ce tableau.

Tâches plus complexes : appliquer et décliner en acte des procédures plus élaborées (*opérations, calculs, combinaisons d'opérations ou de calculs, évaluer, interpréter, analyser, ...*).

COMPETENCES à pister : REPERAGE et LECTURE

REPERAGE

Ligne et Colonne ;
Intersection ligne-colonne ;
Case et Nœud ;
Complétion ligne, colonne ;
Traitement des
« informations » ; ...

LECTURE

Tout ce qui concerne le
REPERAGE ;
Changement de registres =
« mise en mots » ;
Recherche de la bonne
information ; ...

Bon, quelques idées pratiques : un résumé de l'essentiel des tâches liées à l'étude d'un « tableau ».

- LIRE directement des « informations » dans un « tableau ».
- LIRE directement des « informations » dans un « tableau », puis REPONDRE à des questions à l'aide de CALCULS.
- LIRE directement des « informations » dans un « tableau », puis TRIER des « informations », en fonction du statut du nombre (*nombre-code, nombre-scalaire, nombre-grandeur, nombre-variable, ...*).
- COMPLETER un « tableau » : TRIER, ORGANISER, CALCULER, ...
(Cf. Diapositives 6 et 7).

Du côté des « GRAPHIQUES ». *Double statut : objet-outil.*

Dynamique complémentaire, mais pas unique de tout travail avec les « tableaux ».

- Le GRAPHIQUE pour une autre représentation plus visuelle des données d'un « tableau ». C'est la dimension « outil ».

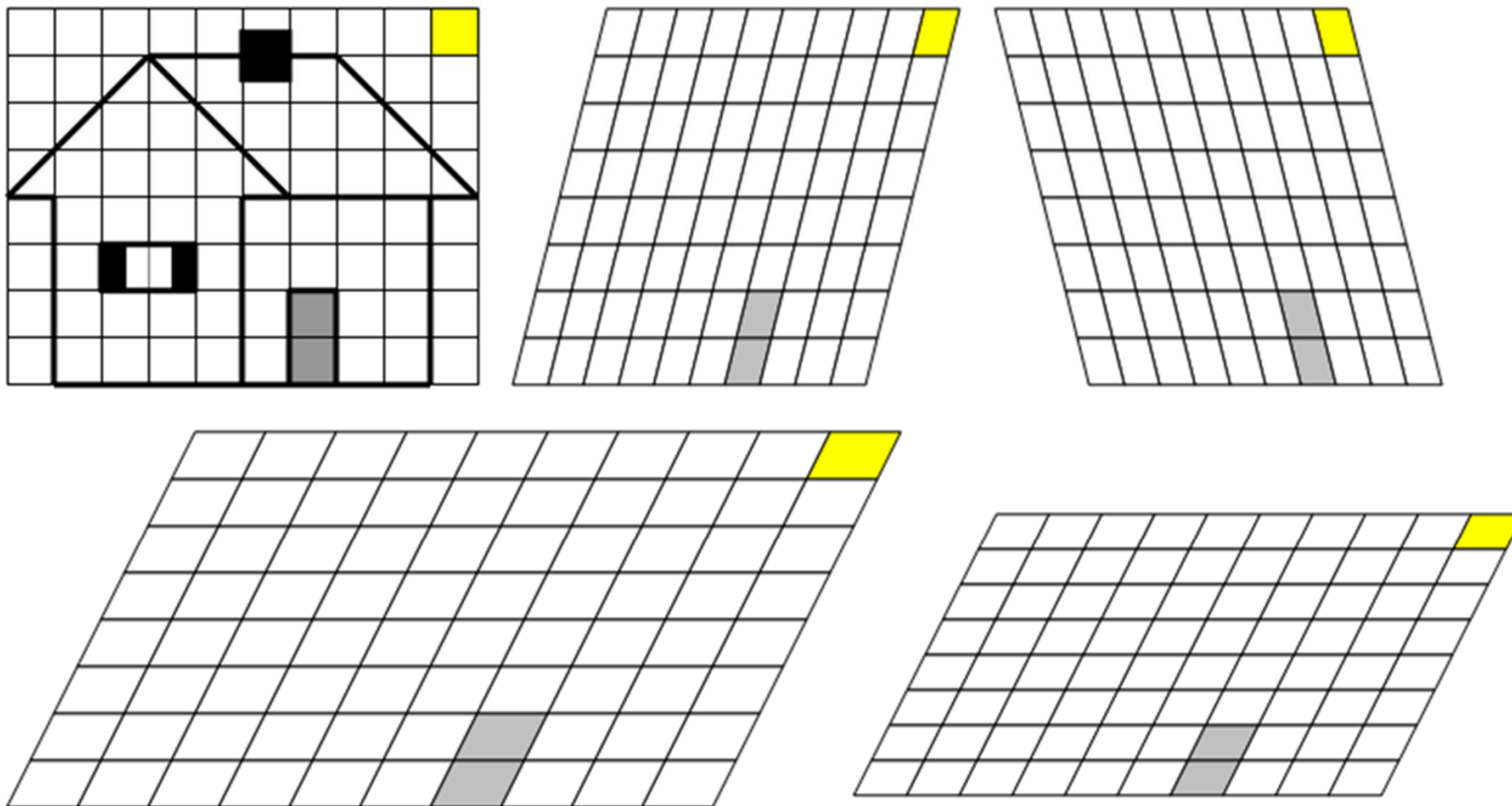
Le graphique permet ainsi d'obtenir une autre perception des données dont découle une comparaison visuelle immédiate.

Attention à l'illusion du mieux VOIR des « choses » sur un graphique que de bien LIRE et de bien VOIR dans un « tableau » !

Cf. les enquêtes PISA...

- Le GRAPHIQUE pour lui-même : « objet » possédant des particularités à étudier.

Un exemple : *pistes à exploiter* (Cf. fin du diaporama)...



Source : J. MUELLER, IUFM de Strasbourg, ALSACE

Bon, on avance : respiration suivante...

Au fait, depuis kan cet-y kon s'intéresse au domaine OGD, dans le cadre de l'ECOLE ?

Et avant ? *De toute façon, comme c'était avant, c'était bien mieux !* Même si on ne résolvait pas des problèmes du « domaine » OGD, on cherchait quand même à résoudre des problèmes qui relevaient directement de la vie courante ?

Quelques exemples, bonne idée, allons-y !

*(Académie de Montpellier, au programme du CEP en **1906** !)*

1) *On a soigné en 1894, 94 000 aliénés dans les maisons de santé (!). Sachant que 1/4 de ces malheureux sont devenus fous (!) par suite de l'abus de boissons alcooliques, cherchez combien l'alcool a coûté à l'Etat, un aliéné occasionnant une dépense moyenne de un Franc par jour.*

2) *Un marchand de vin a acheté 136 litres de vin à 2 Francs le litre ; mais craignant que ses « pratiques » (ou clients) ne trouvent le prix trop élevé, il s'avise d'y mettre de l'eau afin de pouvoir le vendre 1,60 Franc. Combien de litres d'eau doit-il mettre dans son vin ?*

Beaucoup plus fort !!!

3) *Un ouvrier qui avait la triste habitude de travailler le dimanche, augmentait son gain annuel de 30/365 de ses revenus, évalués à 1 095 Francs. Après cinq ans d'un travail continu, cet ouvrier fait une longue maladie et dépense alors la somme de 1 200 Francs pour se faire soigner.*

Quelle est la perte matérielle qui résulte de cette infraction à la loi divine ?

Sympa le conférencier : il donne les réponses !

1) 8 577 500 Francs, **2)** 34 Litres et **3)** 750 Francs

(Une) TYPOLOGIE des PROBLEMES : « nature », « fonction »,...

- Les PROBLEMES qui visent la construction d'une nouvelle connaissance (Les « situations-problèmes » dans le cadre de la **TSD** de Brousseau) .
- Les PROBLEMES dits « scolaires » qui ont pour fonction d'assurer des connaissances, de réinvestir des connaissances déjà « travaillées » : application ou réinvestissement.
- Les PROBLEMES dits « complexes » dont la résolution nécessite la mobilisation de plusieurs catégories de connaissances.
- Les « PROBLEMES-OUVERTS ». Problèmes centrés sur le développement des capacités à « chercher ». Sans oublier les « rallyes maths » ou les « défis » et surtout le « problème de la semaine ».

Une autre entrée par les PROCEDURES de résolution

« Situation-Problème »	Résolutions « partielles », vers l'acquisition d'une nouvelle connaissance.
Problème « scolaire »	Résolution par application d'une « technique » apprise.
Problème de réinvestissement	Résolution par « étapes », avec ou sans changement de cadre. <i>What's that ?</i>
« Problème-Ouvert »	Résolution informelle sans méthode imposée, par induction(s), exploration(s), voire déduction(s), sans nécessairement trouver « LA » solution.

QUESTIONS et DEBATS sur quelques « USAGES »...

Le PEDAGOGIQUE vs le DIDACTIQUE : débat !!!

- Dans le contexte sémantique. Hypothèse. Un énoncé de type « récit » améliore les performances des élèves dans le cadre de la résolution de problèmes par rapport à un énoncé plus classique.
- Même contexte. Hypothèse. Un énoncé de problème rédigé avec un vocabulaire proche de celui des enfants est mieux résolu.
- Même contexte. Hypothèse. Faire appel à un contexte familier, « concret », évoqué, ... améliore les performances des élèves dans le cadre de la résolution de problèmes.
- Dans le contexte langagier. L'écrit mathématique fait se corrélérer deux registres de langage : la langue « naturelle » et la langue mathématique. Polysémie des mots, double sens de certaines expressions, « conjonctions » grammaticales (*parmi, dont, tandis que, ...*), rôles des mots de liaison, ... On pose ainsi une question d'enseignement, qui appartient au **PE** : comment se « dépatouiller » avec tout ça ?
- Place et rôles des mots inducteurs, place de la « question », choix des énoncés et des variables de situation, dispositifs de classe et dispositifs de travail en classe, ...

Maintenant qu'on a (*bien*) débattu, quelques exercices et problèmes pertinents et originaux. *Commentaires ?*

Jeux avec deux dés équilibrés, avec paris sur les issues.

Consigne : lancer simultanément deux dés cubiques, écrire la somme obtenue en additionnant le nombre de points de chaque face. Récolter les issues : tableau (*bonne idée*) !

Pari : sur quelle somme parier pour avoir le plus de chances de gagner ?

Avant les questions intermédiaires, le pari des **PE** ?

Questions intermédiaires...

Quelles sont les sommes possibles ?

Quel ostensif proposer pour récolter les scores, débat et finalement quel(s) pari(s) ?

Quelle(s) institutionnalisation(s) ?

(Pour aller plus loin : idem ci-dessus avec le produit).

Un autre problème : autour du « triangle de PASCAL »

			×
<u>Départ</u> : ●			

Dans le quadrillage ci-dessus, on place un pion dans la case Départ et on veut aller à la case contenant le croix « × ». Les seuls déplacements autorisés sont : soit d'une case vers la droite (**D**) ou soit d'une case vers le haut (**H**).

Par exemple, ci-dessous, on a un déplacement qu'on peut coder : **DHHDD**.

Consigne : trouver **TOUS** les chemins possibles. Expliquer...
Prolongements...

			×
<u>Départ</u> : ●			

Puisqu'on s'amuse, allons-y, d'autres problèmes !!!

PBM 1 : de combien de façons peut-on répartir cinq boules identiques dans trois boîtes distinctes **A**, **B** et **C**, de sorte qu'aucune boîte ne soit vide ? *Expliquer...*

PBM 2 : à support géométrique. (*Faire la figure...*)
Cercle sur lequel on a marqué trois, cinq ou ***n*** points distincts.

Combien de segments peut-on tracer joignant deux points quelconques du cercle ?

Combien de triangles ? Combien de quadrilatères ?...
Expliquer...

PBM 3 et 4, d'après Rallye Mathématique Transalpin.

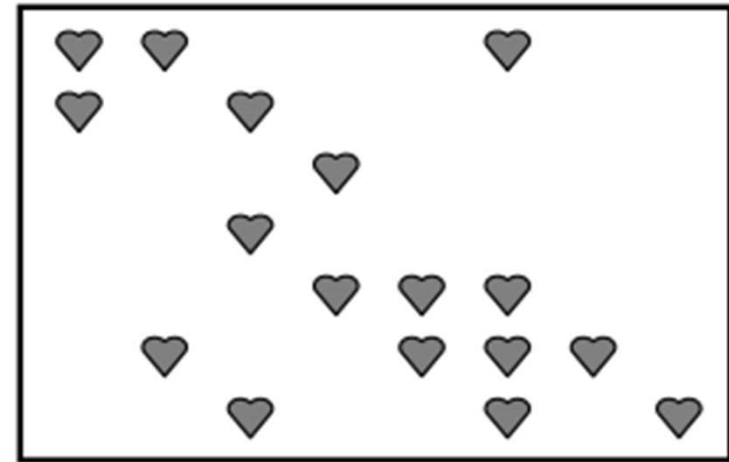
Cf. diapositive suivante. Il manque la consigne : expliquer, ah oui, on n'y coupe pas !!!

À la St Valentin, Roméo a offert à Juliette des coeurs en chocolat, alignés très régulièrement dans leur boîte.

Le lendemain, la gourmande Juliette constate qu'elle en a déjà mangé plus de la moitié.

La figure montre les coeurs qui restent dans la boîte.

Combien de coeurs Juliette a-t-elle déjà mangés ?



Après avoir salué Blanche-Neige, les sept nains vont travailler en chantant. Comme d'habitude, ils marchent en file indienne, l'un derrière l'autre :

- le dernier de la file est Prof,
- Timide se trouve entre Atchoum et Dormeur,
- Joyeux est à un bout de la file,
- il y a trois nains entre Joyeux et Simplet,
- Dormeur n'est pas au milieu de la file,
- Grincheux est derrière Simplet.

Écrivez le nom de tous les nains, du premier au dernier de la file.

? ? ?



Si on allait voir du côté de la CALCULATRICE, *why not* ?

De nombreuses personnes, *non nécessairement autorisées didactiquement parlant, mais qui s'autorisent quand même !*, pensent que l'usage de la calculatrice est néfaste à l'école puisque les enfants, assurés de trouver les résultats sans effort en tapant sur des touches, n'apprendraient rien et n'apprennent plus à calculer.

Les calculatrices sont des ***instruments*** extraordinaires qui rendent des services quotidiens à de très nombreux professionnels et particuliers, les rejeter de l'école serait un « combat d'arrière-garde »
(Idem Roland à Roncevaux, ou les chevaliers d'Azincourt, 1415 ou la Garde Impériale à Waterloo, 1815 ou stop !).

Mais le rôle du **PE** est fondamental. D'une part, il doit apprendre aux enfants à utiliser cet instrument, et d'autre part, il se doit de le « démystifier ».

« *BUT du JEU* »

Une maxime de Roland CHARNAY)

Passer de « **La calculatrice est (en général) interdite, sauf dans les situations où son usage s'avère pertinent** ».

À « **La calculatrice est à la disposition des élèves, sauf dans les situations où son interdiction s'avère pertinente** ».

De belles activités avec la calculatrice au CP et au CE1 (*COPIRELEM* et *M. FENICHEL*)

Objectifs :

- Vérifier si les élèves savent se servir correctement d'une calculatrice (!). *Voilà, ça, c'est dit !*
- *Calculatrice et NUMERATION. Exemple :* demander de faire afficher 27, sans avoir le droit de taper sur le « 2 » et sur le « 7 ». *Pas mal du tout. Variables et prolongements...*
- *Calculatrice et NUMERATION, suite. Exemple :* le nombre 43 est directement affiché. Faire afficher le nombre 73, ou 13, en utilisant le minimum de touches. *Variables et prolongements...*
- Vérifier la justesse d'un calcul (*pré*)effectué à la main. Définir de plus, le concept de différence : passer de $n + ? = m$ à $m - n = ?$.

ACTIVITE.

Deux élèves : un « dicteur » et un « calculateur ».

L'élève – dicteur dicte à l'élève – calculateur des calculs, écrits sur une feuille, sans indiquer les résultats.

L'élève – calculateur doit taper en même temps le calcul. Les deux élèves vérifient les affichages et les réponses de la feuille de calcul. Chaque élève joue chaque rôle.

Tâche du « dicteur » : traduire correctement les écritures additives, en passant de la désignation écrite chiffrée des nombres à la désignation orale.

Tâche du « calculateur » : traduire ce qu'il entend par des « écritures – machines ».

Un exemple d'une telle fiche de CALCUL.

Points à débattre : rôle du PE, validations(**s**),
institutionnalisation(**s**), évaluation(**s**), *travail « en équipes » ???*

Le « dictateur » : Toto Lharicot
Le « calculateur » : Titi Wouistiti

- a) $7 + 3 + 11 = 21$.
- b) $37 - 5 = 32$.
- c) $23 + 5 + 10 = 38$.
- d) $47 - 6 = 41$.
- e) $57 + 22 = 79$.
- f) $47 + 15 = 62$.
- g) $89 - 43 = 46$.
- h) $53 - 28 = 25$.
- i) $13 + 2 + 5 + 7 = 27$.
- j) $215 + 8 = 223$.

Total : nombre de réponses justes.

Le « dictateur » : Titi Wouistiti
Le « calculateur » : Toto Lharicot

- a) $5 + 6 + 8 = 19$.
- b) $23 - 5 = 18$.
- c) $13 + 5 + 10 = 28$.
- d) $27 - 15 = 12$.
- e) $17 + 12 = 27$.
- f) $27 + 35 = 62$.
- g) $87 - 35 = 52$.
- h) $43 - 18 = 25$.
- i) $3 + 4 + 5 + 6 = 18$.
- j) $125 + 8 = 133$.

Total : nombre de réponses justes.

Voilà pour aujourd'hui. Merci !

Je vous invite le 22 avril pour la suite : même lieu, même thème, même commande, même conférencier (*Ah, zut !*) mais pour le cycle III...

Pour tout renseignement complémentaire contacter :
patrick.wieruszewski@univ-orleans.fr